



ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS AKADEMIENS

FÖRHANDLINGAR.

FEMTIONDEANDRA ÅRGÅNGEN.

År 1895.

STOCKHOLM, 1896.
Kungl. Boktryckeriet, P. A. Norstedt & Söner.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

FEMTIONDEANDRA ÅRGÅNGEN.

1895.

STOCKHOLM, 1895, 1896.
KUNGL. BOKTRYCKERIET. P. A. NORSTEDT & SÖNER.

INNEHÅLL.

Utförliga uppsatser äro betecknade med en asterisk.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 52. 1895. № 1.

Onsdagen den 9 Januari.

INNEHÅLL:

Tillkännagafs, att Akademiens utländske ledamot, ledamoten af Kejserliga Vetenskaps-Akademien i St. Petersburg, Geheimerådet P. L. TSCHEBYSCHEW med döden afgått.

Till offentliggörande i Bihanget till Akademiens Handlingar antogos följande inlemnade afhandlingar:

af Professor O. PETTERSSON: »Contributions to the chemistry of the elements of the rare earths»;

af Docenten A. WIMAN: »Ueber die hyperelliptischen Curven und diejenigen vom Geschlechte $p=3$, welche eindeutige Transformationen in sich zulassen»;

af Docenten A. HAMBERG: »Studien über Meereis und Gletschereis».

Berättelser om vetenskapliga resor, som blifvit med understöd af Akademien utförda, hade blifvit afgifna af:

Docenten S. MURBECK, som inom Skåne anställt undersökningar öfver spontana växthybriders biologiskt-fysiologiska egenskaper;

Docenten H. MUNTHE, som anställt forskningar öfver Ancylushafvets utsträckning mot vester och dess höjdgräns derstädes;

Med. Kandidaten E. HOLMGREN, som i Stockholms skärgård fullföljt förut påbörjad undersökning af Lepidopterlarvernas finare strukturförhållanden, af körtelinnervationer m. m.;

Filos. Doktor A. Y. GREVILLIUS, som idkat biologiskt växtfysiognomiska studier i Ångermanland;

Filos. Doktor J. R. JUNGNER, som idkat studier i Jemtland öfver bladtypernas föränderlighet på olika höjd öfver hafvet;

Amanuensen G. GRÖNBERG, som vid Kristinebergs zoologiska station studerat hydropolyper och polypmedusor;

Amanuensen H. WALLENGREN, som vid Kristineberg fortsatt sina studier öfver hafsinfusorier samt företagit undersökningar på Syllidernas delningsförlopp;

Filos. Kandidaten K. GRÖNVALL, som undersökt den öfversiluriska faunan vid Ramsåsa i Skåne;

Amanuensen O. EKSTAM, som i vestra Jemtland studerat fjällväxternas pollinering; och

Studeranden J. G. ANDERSSON, som fortsatt sina föregående palæontologiska forskningar på Öland och utsträckt desamma till Östergötland, särskildt med afseende på de undersiluriska Ostracodfaunorna.

Herr HASSELBERG redogjorde för sina fortsatta undersökningar öfver metallernas spectra, samt meddelade en uppsats med titel: »Dr. CHRISTIAN HERAEUS und die Original-Luftpumpe OTTO VON GUERICKE's». af Dr. G. BERTHOLD.*

Herr LINDSTRÖM refererade ofvannämnda reseberättelser af Kandidaten GRÖNVALL och Studeranden ANDERSSON, och

Herr THEEL berättelserna af Amanuenserne WALLENGREN och GRÖNBERG;

Friherre NORDENSKIÖLD meddelade utdrag ur bref från Dr. S. A. HEDIN och Kandidaten F. MARTIN rörande fortgången af deras forskningsresor i Högasien.

Herr RETZIUS dels öfverlemnade såsom gåfva till Akademien den nyligen utkomna 6:te delen af hans stora arbete: »Biologische Untersuchungen. Neue Folge», dels redogjorde för innehållet af ofvannämnda reseberättelse af Med. Kandidaten HOLMGREN, och dels meddelade en uppsats af studeranden A. KLINCKOWSTRÖM: »Om ett nyligen funnet moget ägg af pirålen».*

Sekreteraren meddelade följande för offentliggörande inlemnade uppsatser: 1:o) »Om en ny metod för framställning af osymmetriska derivat af fenylhydrazin», af Professor O. WIDMAN*; 2:o) »Om några nya triazol- och triazinderivat samt om dicyanfenylhydrazins och därur härledda triazol- och tetrazolföreningars konstitution», af densamme*; 3:o) »Om sexledade thiohydantoiner. II.», af Docenten N. A. LANGLET*.

Den *Edlundska* belöningen beslöt Akademien låta lika fördela mellan Lektorn vid Chalmerska Slöjdskolan i Göteborg H. G. SÖDERBAUM och Docenten P. W. ABENIUS för det vackra inlägg de gjort i den vetenskapliga forskningen genom upptäckten af formoiner och tetraketoner, studiet af deras reaktionsförhållanden och uppvisandet af tavtomera omlagringar inom formoinmolekylen.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

Stockholm. *Entomologiska föreningen.*
Entomologisk tidskrift. Årg. 15(1894): H. 1—4. 8:o.
Calcutta. *Geological survey of India.*
Records. Vol. 27(1894): P. 4. 8:o.
Kharkow. *Université impériale.*
Annales. 1894: Kn. 4. 8:o.
Leipzig. *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Berichte. Math.-phys. Cl. 1894: 2. 8:o.
— *Astronomische Gesellschaft.*
Vierteljahrsschrift. Jahrg. 29(1894): H. 3. 8:o.

London. *R. Microscopical society.*
Journal. 1894: P. 6. 8:o.
— *Royal Gardens, Kew.*
Bulletin of miscellaneous information. 1894: N:o 95—96. 8:o.
London, Ontario. *Entomological society of Ontario.*
The Canadian Entomologist. Vol. 26(1894): N:o 11—12. 8:o.
Manchester. *Literary and philosophical society.*
Memoirs and proceedings. (4) Vol. 8(1893/94): N:o 4. 8:o.
Osnabrück. *Naturwissenschaftlicher Verein.*
Jahresbericht. 5(1880—82)—9(1891—92). 8:o.
Paris. *Société d'études scientifiques.*
Feuille des jeunes naturalistes. (3) Année 25(1894/95): N:o 291. 8:o.
— *Société de géographie.*
Bulletin. (7) T. 15(1894): Trim. 3. 8:o.
Comptes rendus des séances. 1894: N:o 17—19. 8:o.
St. Pétersbourg. *Académie impériale des sciences.*
Mémoires. (7) T. 39, 41: N:o 6—9, 42: 1—11. 1893—94. 4:o.
Bulletin. (5) T. 1(1894): N:o 1—4. 4:o.
— *Société Imp. Russe de géographie.*
Bulletin. T. 30(1894): Fasc. 3—4. 8:o.
— *Institut Imp. de médecine expérimentale.*
Archives des sciences biologiques. T. 3: N:o 2. 1894. 4:o.
Wien. *K. K. geologische Reichsanstalt.*
Verhandlungen. 1894: N:o 10—13. 8:o.

Af utgifvarne:

Bibliotheca mathematica, hrsg. von G. ENESTRÖM. 1894: N:o 3—4. 8:o.
Annaes de sciencias naturaes, publ. par A. NOBRE. Anno 1(1894): 3—4. Porto. 8:o.

Af författarne:

ANDERSSON, G., Om senglaciala och postglaciala aflagringar i mellersta Norrland. Sthlm 1894. 8:o.
NORDENSKIÖLD, A. E., Apofyllitens fluorhalt. Sthlm 1894. 8:o.
OLSSON, K. G., Über die absolute Lösung des Dreikörperproblems. Nyköping 1891. 4:o.
RETZIUS, G., Biologische Untersuchungen. Neue Folge. 6. 1894. 4:o.
WALLENGREN, H., Studier öfver ciliata infusorier. 1. Lund 1894. 4:o.
DÍAZ DE LÉON, J., El sulfito sulfurado de Sosa. Aguascalientes 1894. 4:o.
STOSSICH, M., Il genere Heterakis Dujardin. Zagreb 1888. 8:o.
— I Distomi dei pesci marini e d'acqua dolce. Trieste 1886. 8:o.
— Vermi parassiti in animali della Croazia. Agram 1889. 8:o.
— Elminti della Croazia. Zagreb 1890. 8:o.
— Nuova serie di elminti Veneti raccolti del Dr. P. A. Conte Ninni. Zagreb 1891. 8:o.
— I Distomi dei mammiferi. Trieste 1892. 8:o.
— Il genere Ankylostomum Dubini. Trieste 1895. 8:o.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 1.
Stockholm.

Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

227. Om en ny metod för framställning af asymmetriska derivat af fenylhydrazin.

Af O. WIDMAN.

[Meddeladt den 9 Januari 1895.]

Redan i EMIL FISCHERS[1]) klassiska afhandling »Ueber Hydrazinverbindungen» finnes en metod angifven för framställning af asymmetriska eller, såsom MICHAËLIS[2]) senare benämnt dem, α-derivat af fenylhydrazin. Denna består däruti, att man öfverför sekundära baser i nitrosaminer och reducerar dessa senare med zink och ättiksyra. Metoden är väl i vissa fall god men har en ganska inskränkt användning, i det att den öfverhufvud blott kan begagnas för framställning af sådana derivat, som innehålla kolväteradikaler, fordrar såsom utgångsmaterial sekundära baser och icke tillåter ett direkt införande af grupper i redan färdigbildad fenylhydrazin.

Omkring 10 år senare uppfann MICHAËLIS[3]) en annan metod, som grundar sig därpå, att om metalliskt natrium får inverka på upphettad fenylhydrazin, metallen ersätter vätet i α-gruppen (NH) och därefter kan utbytas mot en organisk radikal genom den bildade natrium-phenylhydrazinens behandling med ett halogenderivat:

$$C_6H_5 . NNa . NH_2 + RCl = C_6H_5 . NR . NH_2 .$$

Denna metod erbjuder åtminstone teoretiskt en möjlighet att direkt i fenylhydrazin införa både alkyl- och syreradikaler. MICHAËLIS och hans lärjungar hafva ock på detta sätt lyckats framställa 6 olika α-alkylderivat och ett α-acidylderivat (benzoylfenylhydra-

[1]) Ann. Chem. Pharm. 190, 146, 1878.
[2]) Ber. d. Deutsch. chem. Ges. 20, 1713.
[3]) » » » » » 19, 2448.

zid). Framställningen af natriumfenylhydrazin är emellertid mycket besvärlig och tidsödande, hvarförutom metoden gifver mycket osäkra resultat och öfver hufvud taget dåliga utbyten, samt kan i fråga om α-acidylföreningar betecknas såsom fullkomligt obrukbar. Metoden lemnar därför mycket öfrigt att önska och kan blott i nödfall tillgripas. Så vidt jag af litteraturen kunnat finna, har den icke häller utom i MICHAËLIS eget laboratorium blifvit använd.

Då jag i och för vissa undersökningar, med hvilka jag under en tid varit sysselsatt, behöfde såsom utgångsmaterial vissa α-acidylfenylhydrazider, måste jag därför själf söka finna en användbar metod för deras framställande. För en sådan metod, sedan den numera blifvit så utarbetad, att den kan anses fullt generell, anhåller jag att i det följande få redogöra.[1])

Såsom utgångsmaterial har jag användt β-acetfenylhydrazid, som ytterst lätt erhålles vid sammanblandning af ekvimolekylära mängder fenylhydrazin och ättiksyreanhydrid. Uppvärmes acetfenylhydrazid tillsammans med benzol och en beräknad mängd syreklorid, så länge klorväte utvecklas, inträder den nya syreradikalen i α-gruppen, och man erhåller lätt en α-acidyl-β-acetfenylhydrazid. Man behöfver nu blott upphetta denna förening med utspädda syror för att erhålla den sökta α-acidylhydraziden. Egendomligt nog utträder härvid den först ingångna β-acetylgruppen. Förloppet kan åskådliggöras genom följande ekvationer:

$$\text{I.}\quad C_6H_5.NH.NH_2 + (CH_3\,CO)_2O = C_6H_5.NH.NH.CO\,CH_3 + CH_3.COOH.$$

$$\text{II.}\quad C_6H_5.N\begin{cases}NH.CO\,CH_3\\ H\end{cases} + R.CO\,Cl = C_6H_5.N\begin{cases}NH.COCH_3\\ CO.R\end{cases} + HCl.$$

$$\text{III.}\quad C_6H_5.N\begin{cases}NH.CO\,CH_3\\ CO.R\end{cases} + H_2O = C_6H_5.N\begin{cases}NH_2\\ CO.R\end{cases} + CH_3.COOH.$$

---

[1]) För ett år sedan meddelade jag på annat ställe (Nova Acta Reg. Soc. Sc. Ups. Ser. III 1893) de dittills vunna resultaten. Sedan dess hafva nya undersökningar medfört en utvidgning af metodens användbarhet och en något förändrad uppfattning af reaktionsförloppet.

Reaktionerna förlöpa öfver hufvud mycket lätt. För åvägabringande af reaktionen III uppvärmas acetylföreningarne allt efter deras sammansättning under olika tid med tämligen utspädd svafvelsyra (lika volymer vanlig, utspädd svafvelsyra och vatten jämte så mycket alkohol, som erfordras för klar lösning). Vid framställning af aromatiska syrederivat stelnar hela lösningen efter afsvalning, i det att sulfat af den bildade α-föreningen utkristalliserar. Utbytet af aromatiska syrors derivat är särdeles godt, af alifatiska tämligen ringa på grund af deras stora benägenhet att saponifieras.

Metoden har visat sig användbar i alla de fall, i hvilka jag pröfvat den, om den ock för beredning af alifatiska derivat, särskildt α-acetfenylhydrazid, kräfver särskilda försiktighetsmått. Jag har lyckats framställa en rad föreningar af olika molekylarvikt från och med acetyl- till och med kuminoylderivatet. β-Acetylgruppens stora benägenhet att utgå före α-acidylgruppen framgår däraf, att jag i intet fall i reaktionsprodukten påträffat β-acetfenylhydrazid utom vid saponifikation af α-β-diacetylfenylhydrazid, i hvilken båda acidylgrupperna äro hvarandra fullkomligt lika.

För att vidare karaktärisera de erhållna α-derivaten har jag i allmänhet öfverfört dem i benzylidenhydrazoner genom behandling med benzaldehyd och i fenylsemikarbazider genom behandling med cyansyra i vattenlösning, hvarjämte motsvarande β-derivat blifvit framställda i de fall, dessa förut icke varit kända. α-Acidylerade semikarbazider har jag dessutom kunnat framställa på ett annat sätt nämligen helt enkelt genom uppvärmning af fenylsemikarbazid med syreklorider i benzollösning:

$$C_6H_5.N\begin{cases}NH.CO.NH_2\\H\end{cases} + R.CO\,Cl = C_6H_5.N\begin{cases}NH.CO.NH_2\\CO.R\end{cases} + HCl.$$

Äfven för framställning af α-alkylfenylhydraziner har α-acetfenylhydrazid visat sig vara ett lämpligt utgångsmaterial. Tillsätter man till en alkoholisk lösning af acetfenylhydrazid ekvimolekylära mängder kaliumhydrat och halogenalkyl bildas

lätt β-acet-α-alkylfenylhydrazid, i det att redan i köld haloidsalt af kalium afskiljes, och reaktionen vid kokning lätt föres till slut. Acetylgruppen kan sedan lätt aflägsnas genom föreningens kokning med saltsyra eller utspädd svafvelsyra. Reaktionerna förlöpa enligt följande ekvationer:

$$\text{I.}\quad C_6H_5.N\begin{cases}NH.CO\,CH_3\\H\end{cases} + KOH + RCl =$$

$$= C_6H_5.N\begin{cases}NH.CO\,CH_3\\R\end{cases} + KCl + H_2O.$$

$$\text{II.}\quad C_6H_5.N\begin{cases}NH.CO\,CH_3\\R\end{cases} + H_2O = C_6H_5.NR.NH_2 + CH_3.COOH.$$

Metoden har hittills blifvit använd för införande af grupperna: $-CH(CH_3)_2$, $-CH_2.CO.NH.C_6H_5$ och $-CH_2.C_6H_5$ och har i alla tre fallen gifvit goda utbyten och visat sig bekväm att utföra.

α-Acidylderivat.

α-Acetfenylhydrazid.

$$C_6H_5.N\begin{cases}NH_2\\CO\,CH_3.\end{cases}$$

Diacetfenylhydrazid, som lätt erhålles vid fenylhydrazins uppvärmning med ett öfverskott af ättiksyreanhydrid, löses i portioner om 10 gr i 10-procentig svafvelsyra, och lösningen uppvärmes i vattenbad vid 70—80° omkring 30 minuters tid. Därpå afkyles lösningen, som luktar starkt af ättiksyra, och extraheras 4 gånger med kloroform. Härigenom bortskaffas oangripen diacetförening jämte i icke obetydlig mängd bildad β-acetfenylhydrazid. Genom tillsats af stark natronlut neutraliserar man därpå största delen af fri svafvelsyra och extraherar lösningen åter 4 gånger med kloroform. Vid lösningsmedlets afdestillering erhålles en röd olja, som tämligen lätt stelnar till en kristallgröt. Kall eter utlöser därur mycket fenylhydrazin såsom en röd olja och lemnar färglösa kristaller olösta. Sedan

man därpå omkristalliserat den fasta substansen en eller ett par gånger ur alkohol eller benzol, utgör produkten fullkomligt ren α-acetfenylhydrazid. Utbytet är emellertid tämligen ringa, omkring 10 procent af använd diacetylförening.

	Beräknadt för $C_8H_{10}N_2O$:	Funnet:
C	64,0	63,6
H	6,7	7,2
N	18,7	18,7.

Föreningen visade fullkomlig öfverensstämmelse med den α-acetfenylhydrazid, som PECHMANN och RUNGE[1]) helt nyligen erhållit genom reduktion af acetylformazylväte. Den kristalliserade ur benzol i blad eller fyrsidiga taflor, ur alkohol i långa, rektangulära taflor och ur vatten i tumslånga, platta nålar. Smältpunkten låg vid 124—125°.

Såsom BÜLOW[2]) först påvisat, färgas flere syrederivat af fenylhydrazin röda eller violetta, om de lösas i konc. svafvelsyra och försättas med helt litet $FeCl_3$, $K_2Cr_2O_7$ m. fl. oxidationsmedel. Denna BÜLOW'ska reaktion visar hvarken α-acetfenylhydrazin, ej häller de öfriga af mig framställda och nedan beskrifna α-acidylföreningarne, under det att motsvarande β-acidyl- och α-β-diacidylderivat färgas röda till blåvioletta. Detta enkla prof synes därför vara tillräckligt för att afgöra, om ett föreliggande monoacidylderivat tillhör α- eller β-serien. Att det äfven kan användas för att skilja hydrazider och hydrazoner af fenylserien från sådana af p-tolylserien, hafva PECHMANN och RUNGE förut påvisat.

Benzyliden-α-acetfenylhydrazon: $C_6H_5.N\begin{cases}N{=}CH.C_6H_5\\CO.CH_3\end{cases}$ erhölls af α-acetfenylhydrazid och benzaldehyd. Spkt. 122°. Är först framställd af SCHRÖDER[3]) genom acetylering af benzylidenhydrazon.

---

[1]) Ber. d. Deutsch. chem. Ges. 27, 1694.

[2]) Ann. Chem. Pharm. 236, 195.

[3]) Ber. d. Deutsch. chem. Ges. 17, 2096.

	Beräknadt:	Funnet:
N	11,8	12,0.

α-Acetfenylsemikarbazid.

$$C_6H_5 . N\begin{cases} NH . CO . NH_2 \\ CO\ CH_3 \end{cases}$$

erhölls dels vid behandling af fenylsemikarbazid med acetylklorid i benzollösning (analys I) dels vid α-acetfenylhydrazidens behandling med kaliumcyanat och ättiksyra (analys II). Ytterst små, lancettformiga blad (ur kokande alkohol). Smälter vid 196—197° under gasutveckling.

	Beräknadt:	Funnet: I.	II.
C	56,0	56,2	—
H	5,7	5,8	—
N	21,8	22,1	21,9.

α-Kloracetfenylsemikarbazid.

$$C_6H_5 . N\begin{cases} NH . CO . NH_2 \\ CO\ CH_2Cl \end{cases}$$

Denna förening erhölls genom att behandla fenylsemikarbazid med kloracetylklorid i benzol. Kristalliserar ur benzolhaltig alkohol i platta nålar eller vid afsvalning af en vattenlösning i små, hvita bollar. Spkt 182°.

	Beräknadt:	Funnet:
N	18,5	18,6
Cl	15,4	15,6.

Då det icke var osannolikt, att denna kropp vid lämplig behandling skulle kunna förlora klorväte och gifva upphof till en heterocyklisk förening enligt följande reaktionsformel:

$$C_6H_5 . N\begin{cases} NH . CO . NH_2 \\ CO . CH_2Cl \end{cases} = C_6H_5 . N\begin{cases} NH . CO \\ CO . CH_2 \end{cases}\!\!> NH + HCl$$

kokades den längre tid med olika reagens, såsom vatten, alkoholisk kalilut, kinolin, pyridin m. fl. Hittills har dock intet positivt resultat i angifna riktning erhållits.

α-Isobutyrylfenylhydrazid.

$$C_6H_5 . N\langle\begin{matrix} NH_2 \\ CO\ CH(CH_3)_2 \end{matrix}$$

α-Isobutyryl-β-acetfenylhydrazid, hvilken jag icke lyckats erhålla i fast form utan blott som en seg, gulbrun sirap, kokades 1 à $1^1/_2$ timme med en blandning af lika volymer vanlig utspädd svafvelsyra, vatten och alkohol (90 ccm. af blandningen på 10 gr. acetfenylhydrazid), hvarefter lösningen befriades från alkohol genom afdunstning i öppen skål och extraherades 3 gånger med eter eller kloroform. Därpå öfvermättades med stark natronlut, och den utfällda oljan upptogs i eter. Eterlösningen skakades med små mängder starkt utspädd svafvelsyra, till dess syrelösningarne icke längre reducerade FEHLINGska vätskan i köld. Efter eterns afdestillering återstod då en oljeformig substans, som stelnade efter en tid och kunde renas genom omkristallisationer ur utspädd alkokol eller bättre ur gasolja.

Färglösa taflor eller breda nålar, som smälta vid 46—48°.

	Beräknadt:	Funnet:
N	15,7	15,7.

α-Isobutyrylfenylsemikarbazid

$$C_6H_5 . N\langle\begin{matrix} NH . CO . NH_2 \\ CO\ C_3H_7 \end{matrix}$$

framställdes dels genom fenylsemikarbazids behandling med isobutyrylklorid, dels ock ur α-isobutyrylfenylhydrazid genom den råa sulfatlösningens behandling med kaliumcyanat.

Korta, små nålar, som smälta vid 219° och äro nästan olösliga i kall, temligen svårlösliga i äfven kokande alkohol.

	Beräknadt:	Funnet:
C	59,7	60,0
H	6,8	6,8
N	19,0	19,1.

β-Isobutyrylfenylhydrazid.

$C_6H_5 . NH . NH . CO\ CH(CH_3)_2$

Denna förening har blifvit framställd såväl genom sammanblandande af eterlösningar af molekylära mängder fenylhydrazin och isobutyrylklorid (analys I) som ock genom uppvärmning af en blandning af fenylhydrazin och isosmörsyreanhydrid (analys II).

Svagt sneda, rombiska taflor. Spkt. 140°.

	Beräknadt:	Funnet: I.	Funnet: II.
C	67,4	—	67,2
N	15,7	15,9	15,6.

α-Kloracet-β-acetfenylhydrazid.

$$C_6H_5 . N\begin{cases} NH . CO\ CH_3 \\ CO\ CH_2Cl \end{cases}$$

Den produkt, som erhölls genom några timmars uppvärmning på vattenbad af en blandning af 10 gr. β-acetfenylhydrazid och 7,5 gr. kloracetylklorid, kristalliserades först ur vatten försatt med litet alkohol och slutligen ur vanlig alkohol. Hvita bollar eller sexsidiga prismer. Spkt 132°.

	Beräknadt:	Funnet:
N	12,4	12,3
Cl	15,7	15,5.

α-Fenylglycinyl-β-acetfenylhydrazid.

$$C_6H_5 . N\begin{cases} NH . CO\ CH_3 \\ CO . CH_2 . NH . C_6H_5 \end{cases}$$

erhölls genom kloracetylföreningens uppvärmning på vattenbad med 2 mol. anilin och produktens tvättning med ättiksyra och omkristallisation ur alkohol.

Hvita bollar af tillspetsade prismer. Spkt 141°.

	Beräknadt:	Funnet:
C	67,8	67,3
H	6,0	6,1
N	14,8	14,9.

α-Fenylglycinylfenylhydrazid.

$$C_6H_5 . N \begin{cases} NH_2 \\ CO . CH_2 . NH . C_6H_5 \end{cases}$$

bildas vid acetylföreningens kokning med utspädd saltsyra eller svafvelsyra. Svårlöslig i till och med kokande alkohol kristalliserar kroppen därur i vackra aflånga taflor eller tunna fyrsidiga blad, som smälta vid 159—160°.

	Beräknadt:	Funnet:
C	69,7	69,3
H	6,2	6,4
N	17,4	17,6—17,5.

Med benzaldehyd erhålles ett i alkohol ytterst svårlösligt *benzylidenderivat* som smälter vid 189—190°.

α-Benzoyl-β-acetfenylhydrazid.

$$C_6H_5 . N \begin{cases} NH . CO\,CH_3 \\ CO\,C_6H_5 \end{cases}$$

Då β-acetfenylhydrazid behandlas på ofvan nämndt sätt med benzoylklorid i benzollösning, erhålles denna förening i så godt som teoretiskt utbyte. Den kristalliserar ur starkt utspädd alkohol i vackra platta nålar eller aflånga taflor, som äro nästan olösliga i eter och innehålla *en* molekyl kristallvatten (ber.: 6,6 funnet: 6,4 %). Vid 100° bortgår vattnet, hvarefter föreningen smälter vid 152—153°.

Samma förening är förut framställd af MICHAËLIS & FR. SCHMIDT [1]) dels genom α-benzoylfenylhydrazids upphettning med ättiksyreanhydrid, dels genom acetfenylhydrazids upphettning med benzoylklorid i eterlösning i tillsmält rör vid 100°.

α-Benzoylfenylhydrazid.

$$C_6H_5 . N \begin{cases} NH_2 \\ CO\,C_6H_5 \end{cases}$$

kristalliserade ur starkt utspädd alkohol i hårfina vid 69—70° smältande nålar och visade i öfrigt samma egenskaper, som MICHAËLIS och SCHMIDT redan beskrifvit.

[1]) Ber. d. Deutsch. chem. Ges. **20**, 1716.

	Beräknadt:	Funnet:
N	13,2	13,3.

Sulfatet utkristalliserar i långa, silkesglänsande, fina nålar ur den lösning, som erhålles, då man under ett par timmars tid kokar sistnämnda acetylförening med utspädd svafvelsyra på ofvan (sid. 7) nämndt sätt.

Benzylidenderivatet, $C_6H_5 . N\langle{}^{N=CH . C_6H_5}_{CO\ C_6H_5}$, visade sig smälta konstant vid 115—116°, en smältpunkt, som ligger 6 à 7° lägre än den af MICHAËLIS och SCHMIDT för samma förening angifna (122°).

α-Benzoylfenylsemikarbazid

$$C_6H_5 . N\langle{}^{NH . CO . NH_2}_{CO\ C_6H_5}$$

framställdes dels genom nyssnämnda sulfats behandling med kaliumcyanat (analys I) dels genom inverkan af benzoylklorid på fenylsemikarbazid (analys II).

Kristalliserar i små, färglösa kristaller. Hvad smältpunkten beträffar, kan jag icke häller i detta fall bekräfta MICHAËLIS' & SCHMIDTS uppgifter. Vid användande af de båda olika framställningsmetoderna har jag i båda fallen funnit smältpunkten konstant ligga vid 210°, under det att de nämnda forskarne angifva densamma till 202—203°.

	Beräknadt:	Funnet:	
		I.	II.
C	65,9	—	66,1
H	5,1	—	5,2
N	16,5	16,1	—.

α-Kuminoyl-β-acetfenylhydrazid.

$$C_6H_5 . N\langle{}^{NH . CO\ CH_3}_{CO . C_6H_4 . CH(CH_3)_2}$$

erhölls såsom en ljusröd olja, som först efter flere veckor i stark vinterköld stelnade till en vid 40—42° smältande fast kropp.

	Beräknadt:	Funnet:
N	9,5	9,5.

α-Kuminoylfenylhydrazid.

$$C_6H_5 . N\langle{}^{NH_2}_{CO . C_6H_4 . CH(CH_3)_2}$$

kristalliserar ur starkt utspädd alkohol i mjuka nålar, ur gasolja i fyrsidiga prismer och smälter vid 63—64°.

	Beräknadt:	Funnet:
C	75,6	76,0
H	7,1	7,1
N	11,0	11,4.

Sulfatet kristalliserar i hvita, hopfiltade, fina nålar.

Benzylidenderivatet, $C_6H_5 . N\langle{}^{N=CH . C_6H_5}_{CO . C_6H_4 . CH(CH_3)_2}$ afskiljer sig vid afsvalning af en kokande alkohollösning i halmgula, snedt afskurna prismer, som smälta vid 126°.

	Beräknadt:	Funnet:
N	8,2	8,4.

α-Kuminoylfenylsemikarbazid.

$$C_6H_5 . N\langle{}^{NH . CO . NH_2}_{CO . C_6H_4 . CH(CH_3)_2}$$

framställd ur sistnämnda sulfat genom behandling med kaliumcyanat, är svårlöslig i äfven varm alkohol och afskiljer sig därur i små, otydliga kristaller. Smältpunkten ligger vid 209°.

	Beräknadt:	Funnet:
C	68,7	68,5
H	6,4	6,4
N	14,1	14,1.

β-Kuminoylfenylhydrazid.

$$C_6H_5 . NH . NH . CO . C_6H_4 . CH(CH_3)_2$$

bildar färglösa, vid 198° smältande prismer.

	Beräknadt:	Funnet:
N	11,0	11,1.

α-Alkylderivat.

α-Isopropyl-β-acetfenylhydrazid.

$$C_6H_5 . N\begin{cases} NH . CO\,CH_3 \\ CH(CH_3)_2 \end{cases}$$

Om man blandar en afvägd mängd β-acetfenylhydrazid med något mer än beräknade mängder isopropylbromid och alkoholisk kalilut och låter blandningen stå vid rumstemperatur minst 12 timmar, afskiljes största delen kalium i form af bromkalium. Kokas blandningen därpå under uppåtvändt kylrör till neutral reaktion och afdestilleras alkoholen, så erhålles den af PHILIPS [1]) förut på annat sätt framställda α-isopropyl-β-acetfenylhydraziden såsom en lätt stelnande olja, hvilken ur gasolja kristalliserar i vid 98° smältande nålar. PHILIPS fann smältpunkten ligga vid 101,5°. [2])

	Beräknadt:	Funnet:
N	14,6	14,8.

α-Isopropylfenylhydrazin.

$$C_6H_5 . N\begin{cases} NH_2 \\ CH\,(CH_3)_2 \end{cases}$$

erhölls lätt genom acetylderivatets kokning med utspädda syror. Egenskaperna öfverensstämde med de förut af PHILIPS beskrifna.

β-Acet-α-fenylhydrazidoacetanilid.

$$C_6H_5 . N\begin{cases} NH . CO . CH_3 \\ CH_2 . CO . NH . C_6H_5 \end{cases}$$

erhölls ur β-acetfenylhydrazid, bromacetanilid och kaliumhydrat på samma sätt, som nyss är beskrifvet vid isopropylacetfenylhydrazid. Ur reaktionsprodukten afskiljde sig vid behandling

[1]) Ann. Chem. Pharm. **252**, 270.

[2]) I alla de fall, då jag undersökt föreningar, som förut blifvit beskrifna af PHILIPS, hafva mina smältpunktsbestämningar utfallit 3° lägre än hans. Detta beror helt säkert på missvisning hos någondera af de använda termometrarne. Min hade nyligen blifvit korrigerad.

med benzol en fast substans, som kristalliserade ur alkohol i bollformiga aggregat af fina, hvita nålar. Smältpunkten ligger vid 169—170°.

	Beräknadt:	Funnet:
C	67,8	68,0
H	6,0	6,8
N	14,8	15,0.

α-**Fenylhydrazidoacetanilid,**

$$C_6H_5 . N\langle^{NH_2}_{CH_2 . CO . NH . C_6H_5}$$

erhållen genom saponifikation af föregående förening, kristalliserar ur alkohol i vackra nålar, som smälta vid 149°.

	Beräknadt:	Funnet:
N	17,4	17,7.

β-Fenylhydrazidoacetanilid,

$$C_6H_5 . NH . NH . CH_2 . CO . NH . C_6H_5$$

framställdes genom uppvärmning af en alkohollösning af 1 mol. bromacetanilid och 2 mol. fenylhydrazin. Kristalliserar i färglösa, platta, glänsande nålar, som smälta långsamt vid 144°. *Sulfatet* är mycket svårlösligt i äfven hett vatten.

	Beräknadt:	Funnet:
N	17,4	17,6.

α-Benzyl-β-acetfenylhydrazid,

$$C_6H_5 . N\langle^{NH . CO\, CH_3}_{CH_2 . C_6H_5}$$

framställd genom inverkan af benzylklorid på *β*-acetfenylhydrazid vid närvaro af kaliumhydrat, kristalliserar ur starkt utspädd alkohol i hvita nålar, som smälta konstant vid 118—119°. PHILIPS, som framställt samma förening utgående från natriumfenylhydrazin, har uppgifvit smältpunkten 121°.

	Beräknadt:	Funnet:
N	11,7	11,4.

Benzylfenylhydrazin.

$$C_6H_5 . N\begin{cases} NH_2 \\ CH_2 . C_6H_5 \end{cases}$$

Om acetylderivatet kokas 1½ timme med en blandning af 10 d. utspädd svafvelsyra och 5 d. alkohol, och alkoholen därefter aflägsnas genom afdunstning, stelnar lösningen inom några dagar af ett i nålar utkristalliserande *sulfat*. Sönderdelar man detta sulfat med amoniak, utfaller α-benzylfenylhydrazin såsom en olja.

Benzylidenderivatet, $C_6H_5 . N\begin{cases} N{=}CH . C_6H_5 \\ CH_2 . C_6H_5 \end{cases}$ kristalliserade ur alkohol i fina nålar och smälte vid 2 olika beredningar konstant vid 107°. Enligt PHILIPS skall smältpunkten ligga vid 111°.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1895. N:o 1.
Stockholm.

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

228. Om några nya triazol- och triazinderivat samt om dicyanfenylhydrazins och därur härledda triazol- och tetrazolföreningars konstitution.

Af O. WIDMAN.

[Meddeladt den 9 Januari 1895.]

I föregående uppsats har jag beskrifvit åtskilliga derivat af fenylsemikarbazid, sammansatta enligt formeln:

$$C_6H_5 . N\left\langle\begin{matrix} CO\ R \\ NH . CO . NH_2 \end{matrix}\right.$$

A priori kunde man vänta, att dessa α-acidylfenylsemikarbazider genom lämplig behandling skulle kunna beröfvas en molekyl vatten och öfverföras i triazolderivat af typen

$$C_6H_5 . N\left\langle\begin{matrix} CR : N \\ | \\ N : C . OH \end{matrix}\right. \quad \text{eller} \quad C_6H_5 . N\left\langle\begin{matrix} CR : N \\ | \\ NH . CO \end{matrix}\right.$$

Trots många, på olika sätt utförda försök har jag emellertid icke lyckats åvägabringa en anhydridbildning i denna riktning vid någon af i fråga varande föreningar.

Däremot har jag, såsom nedan skall närmare beskrifvas, funnit, att en kondensation af liknande art utomordentligt lätt inträder, om fenylsemikarbazid själf kokas med stark myrsyra. Reaktionsprodukten utgöres nämligen af fenyloxi(aci)triazol. Reaktionen torde förlöpa i två stadier, så att först α-formylfenylsemikarbazid bildas och sedan denna spontant förlorar en molekyl vatten enligt följande ekvationer:

$$\text{I.}\quad C_6H_5 . N\begin{cases} H \\ NH . CO . NH_2 \end{cases} + CHO . OH =$$

$$= C_6H_5 . N\begin{cases} CHO \\ NH . CO . NH_2 \end{cases} + H_2O$$

$$\text{II.}\quad C_6H_5 . N\begin{cases} CHO \\ NH . CO . NH_2 \end{cases} = C_6H_5 . N\begin{cases} CH : N \\ N = C . OH \end{cases} + H_2O$$

Att den erhållna föreningen verkligen eger den angifna sammansättningen, framgår dels af egenskaper och reaktionsförhållanden, dels däraf att den vid upphettning med fosforpentasulfid öfvergår i fenyltriazol:

$$C_6H_5 . N\begin{cases} CH = N \\ N = CH \end{cases}$$

som förut på annat sätt blifvit framställd af ANDREOCCI. Af alla hittills bekanta metoder för framställning af fenyltriazolderivat torde denna vara den enklaste och bekvämaste.

Under det att formylderivatet ytterst lätt öfvergår i en inre anhydrid, visa således alla de öfriga α-acidylderivaten en mycket stor obenägenhet för kondensation, såvida de icke rent af äro därtill fullkomligt oförmögna.

Ett liknande förhållande eger rum med afseende på ett par andra föreningar, som äro beskrifna i samma uppsats, nämligen α-fenylglycinyl-β-acetfenylhydrazid och β-acet-α-fenylhydrazidoacetanilid:

$$C_6H_5 . N\begin{cases} CO . CH_2 . NH . C_6H_5 \\ NH . CO\,CH_3 \end{cases} \qquad C_6H_5N\begin{cases} CH_2 . CO . NH . C_6H_5 \\ NH . CO\,CH_3 \end{cases}$$

Dessa föreningar framställdes från början med hänsyn till sannolikheten af en lätt inträdande inre anhydridbildning, hvarvid triazinderivat borde uppstå af följande sammansättning:

$$C_6H_5 . N\begin{cases} CO . CH_2 \\ N = C(CH_3) \end{cases}N . C_6H_5 \qquad C_6H_5 . N\begin{cases} CH_2 . CO \\ N = C(CH_3) \end{cases}N . C_6H_5$$

Det har emellertid lika litet i detta fall som i förenämnda lyckats mig att få någon kondensation till stånd utgående från acetylderivaten. Däremot visade det sig lätt att vid kokning

af α-fenylglycinylfenylhydrazin med stark myrsyra erhålla ett kondenseradt formylderivat af sammansättningen:

$$C_6H_5 . N\left\langle\begin{matrix} CO . CH_2 \\ N = CH \end{matrix}\right\rangle N . C_6H_5$$

α-Fenylhydrazidoacetanilid gaf däremot icke häller vid denna behandling den sökta kondensationsprodukten.

1-Fenyl-3-oxi-1, 2, 4-triazol.

$$\begin{matrix} N & - & C . OH \\ \| & & \| \\ HC & & N \\ & \diagdown\diagup & \\ & N . C_6H_5 & \end{matrix}$$

1 d. fenylsemikarbazid [1]) kokas 7 timmar under uppåtvändt kylrör med 2,5 delar »kristalliserad» myrsyra, hvarefter en del af myrsyran afdestilleras. Utspädes nu lösningen med tämligen mycket vatten, erhåller man en tjock, kristallinisk fällning, som efter tvättning med vatten och torkning vid 120° utgör fenyloxitriazol i nästan rent tillstånd. Utbytet af direkt utfälld substans motsvarar en tredjedel till hälften af använd fenylsemikarbazid. Ur moderluten kan en ny, dock icke stor kvantitet utbringas, om man öfvermättar den med stark natronlut och surgör med ättiksyra. Det nedtryckta utbytet beror därpå, att en del af semikarbaziden sönderdelas af den kokande myrsyran.

Föreningen är ytterst svårlöslig till olöslig i de flesta lösningsmedel såsom alkohol, eter, benzol och amylalkohol äfven vid kokning. Ur kokande isättika, hvari den är temligen lättlöslig, kristalliserar den i aflånga blad. Vid upphettning sublimerar den i stora, iriserande blad och smälter vid mycket hög temperatur.

---

[1]) *Framställning af fenylsemikarbazid* lyckas enligt min erfarenhet bäst, om man blandar 50 gr. fenylhydrazin med 37 gr. 90-procentig ättiksyra och 250 gr. vatten och därpå långsamt under omröring inför en lösning af 45 gr. kaliumcyanat i 150 gr. vatten. På detta sätt erhåller man lätt 55 gr. nästan ren, torkad fenylsemikarbazid.

	Beräknadt:	Funnet:
C	59,6	59,6
H	4,4	4,4
N	26,1	26,3.

Fenyloxitriazol ger salter med såväl syror som baser. Den löser sig icke i blott i alkalier utan äfven i alkalikarbonat och är således en tämligen stark syra. Alkalisalterna äro mycket lättlösliga. Lösningarne reducera icke ens vid långvarig kokning FEHLINGska lösningen.

Hydrokloratet, $C_8H_7N_3O.HCl + H_2O$, är mycket svårlösligt i kallt vatten. Basen löser sig därför ej i kall saltsyra, men lätt i varm. Vid lösningens afsvalning kristalliserar saltet i solfjäderformigt grupperade, platta nålar. Ett i exsiccator torkadt prof förlorar vid 100° samtidigt både kristallvattnet och hela klorvätehalten.

	Beräknadt:	Funnet:
Cl	16,5	16,5
$HCl + H_2O$	25,3	25,1.

Platinaklorid åstadkommer ingen fällning; vid koncentrering blir lösningen mörkfärgad och undergår sönderdelning.

Silfversaltet, $C_8H_6N_3 . OAg + H_2O$, utgör en amorf, i vatten olöslig fällning. Det innehåller 1 mol. vatten, som icke bortgår vid 100°, men väl vid 120°. Vid starkare upphettning sublimerar fri fenyloxitriazol under kvarlemnande af metalliskt silfver.

	Beräknadt:	Funnet:
Ag	37,8	37,6
H_2O	6,3	6,4.

Beträffande ifrågavarande förenings konstitution framgår af bildningssättet, att den kolatom, som är förenad med syre, måste vara direkt bunden vid fenylhydrazinrestens β-kväfveatom. Man har således blott att välja mellan 2 formler:

```
N—C.OH              N—CO
‖  ‖                ‖  |
HC  N      och      HC  NH
 \ /                 \ /
 N.C6H5              N.C6H5
```

af hvilka den första kan betecknas såsom oxiformel, den senare såsom aciformel. De hittills bekanta fakta äro visserligen icke tillräckliga att med säkerhet afgöra mellan dem; a priori synes mig dock oxiformeln vara den sannolikaste af flera skäl, särskildt på grund af föreningens skarpt utpräglade sura egenskaper.

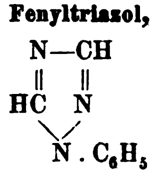
En fenyloxitriazol (»fenylpyrrodiazolon») är redan förut beskrifven af ANDREOCCI.[1]) Genom att låta acetyluretan inverka på fenylhydrazin erhöll denne en fenylmetyloxitriazol (»fenylmetylpyrrodiazolon»), hvilken vid successiv oxidation och kolsyreafspaltning öfvergick i en fenyloxitriazol.

Denna fenyloxitriazol är lättlöslig i kokande vatten, ättiketer och alkohol och kristalliserar ur vatten i långa, vid 182—183° smältande nålar. Den är således alldeles skiljd från min och måste därför vara en isomer, som kan betecknas såsom 1-fenyl-5-oxi-1, 2, 4-triazol:

```
      N—CH
      ‖   ‖
 HO . C   N
       \ /
        N . C6H5
```

ANDREOCCI antog äfven, att föreningen hade denna konstitution utan att dock därför kunna lemna något verkligt bevis. Enligt bildningssättet kunde föreningen lika väl vara en 3-oxi-, som en 5-oxitriazol.

Fenyltriazol,



erhölls genom reduktion af oxiderivatet enligt följande af ANDREOCCI förut använda förfaringssätt.

5 gr. oxitriazol sammanrefs med 10 gr. P_2S_5, och blandningen upphettades 6 timmar vid 230—260°. Efter reaktionens slut utkokades det gulbruna, glasiga kolfinnehållet med kalium-

[1]) Regia Università degli Studi di Roma. Istituto chimico. 1890—91, § 469.

karbonatlösning och den från ett svart pulver affiltrerade mörkbruna lösningen utskakades med kloroform. Extraktet utgjordes af en lätt stelnande olja, som renades genom destillation med vattenångor.

Fenyltriazol kristalliserar ur vatten i långa, vid 46—47° smältande, färglösa nålar. Den har en svag, sötaktig lukt, är ytterst lättlöslig i alla vanliga lösningsmedel utom kallt vatten och förenar sig med kvicksilfverklorid till en af små nålar bestående fällning.

Dessa egenskaper stämma i allt väsentligt med ANDREOCCIS beskrifning på den fenyltriazol, han erhöll ur sin fenyloxitriazol.

	Funnet:	Beräknadt:
N	29,0	28,5.

Hydrokloratet kristalliserar i stora, breda prismer eller taflor, som äro mycket lättlösliga i vatten.

Platinakloriddubbelsalterna äro närmare studerade af ANDREOCCI. Han fann, att hydrokloratet i starkt *sur* lösning förenar sig med platinaklorid till ett normalt kloroplatinat, som kristalliserar med 2 eller 3, vid 100° utträdande, molekyler vatten. Upphettas det vattenfria saltet till 150—180°, bortgå äfven 2 molekyler HCl under bildning af en platina-difenyltriazolklorid, hvilket salt för öfrigt äfven bildas, om kloroplatinatet behandlas längre tid med kallt eller några minuter med kokande vatten.

Detta karaktäristiska förhållande har jag återfunnit hos mitt preparat.

Fenyltriazolkloroplatinatet, $[C_8H_7N_3 . HCl]_2PtCl_4$, erhölls i små, glittrande, gula kristaller. Det vid 100° torkade, vattenfria saltet aftog vid upphettning till 180° långsamt i vikt, under det att färgen öfvergick alltmer i blekgul. Då vikten blifvit konstant, motsvarade viktsförlusten 2 mol. HCl:

	Beräknadt för $[C_8H_7N_3 . HCl]_2PtCl_4$:		Funnet:
Pt	27,8		28,4
2 HCl	10,4	Viktförlust vid 180°	10,0.

Platina-di-fenyltriazol-klorid, $[C_8H_7N_3]_2PtCl_4$. Denna sammansättning har alltså det vid 180° upphettade kloroplatinatet. Samma salt har jag ock erhållit genom kloroplatinatets kokning med vatten under några minuter.

	Beräknadt:	Funnet:
C	30,7	30,6
H	2,2	2,5
Pt	31,1	31,2.

Difenylacitetrahydrotriazin.

$$C_6H_5 \,.\, N\begin{matrix} \diagup CO\,.\,CH_2 \diagdown \\ \diagdown N = CH \diagup \end{matrix}N \,.\, C_6H_5$$

Fenylglycinylfenylhydrazid kokades under uppåtvändt kylrör 5 timmar med ungefär sexfaldiga mängden starkaste myrsyra. Lösningen koncentrerades i vattenbad och utspäddes därpå med vatten, hvarefter den tjocka fällning, som härvid erhölls, omkristalliserades ur alkohol.

Föreningen är tämligen svårlöslig i kokande alkohol och kristalliserar därur i små, sidenglänsande blad. Smälter vid 173—174°.

	Beräknadt:	Funnet:
C	71,7	71,6
H	5,2	5,3
N	16,7	16,6.

I alkalier är kroppen olöslig, i stark saltsyra löses den under bildning af ett hydroklorat, som lätt och fullständigt sönderdelas af vatten. Den är således en svag bas, men saknar alla sura egenskaper. FEHLINGska lösningen reduceras icke ens vid långvarig kokning.

Kloroplatinatet, $[C_{15}H_{13}N_3O \,.\, HCl]_2PtCl_4$, utfaller såsom en gul, af koncentriskt grupperade, platta nålar bestående fällning, om triazinderivatet löses i rykande saltsyra och försättes med en starkt sur platinakloridlösning.

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	21,4	21,4.

Föreningen är att betrakta som representant för en ny klass triazinföreningar och skall blifva föremål för en närmare undersökning.

Oafsedt de nu meddelade, direkta resultaten, har den ofvan beskrifna undersökningen betydelse i ett annat afseende. Den kastar nämligen ett likaså oväntadt som klart ljus öfver *dicyanfenylhydrazins och de af* BLADIN *och* ANDREOCCI *framställda triazol- och tetrazolföreningarnes konstitution.*

Som bekant har J. A. BLADIN i flere, i Öfvers. af Kongl. Vet. Akad. Förh. publicerade uppsatser beskrifvit en rad ur dicyanfenylhydrazin framställda, högst intressanta triazol- och tetrazolföreningar. Då han för dessa föreningar skulle uppställa konstitutionsformler, var emellertid dicyanfenylhydrazins konstitution icke med säkerhet känd. Hvarken EMIL FISCHER, som upptäckt denna kropp, ej håller BLADIN själf hade nämligen lyckats utreda, vid hvilken af fenylhydrazins båda kväfvehaltiga grupper cyanen binder sig, eller med andra ord, hvilkendera af följande båda formler:

$$\begin{array}{c} CN\,.\,C:NH \\ | \\ C_6H_5\,.\,N\,.\,NH_2 \\ \text{I.} \end{array} \qquad \begin{array}{c} H_2N\,.\,C\,.\,CN \\ \| \\ C_6H_5\,.\,NH\,.\,N \\ \text{II.} \end{array}$$

ger det rätta uttrycket för dicyanfenylhydrazins inre sammansättning.

Alltefter som man utgår från det ena eller andra uppfattningssättet, kommer man till beträffande substituenternas plats olika formler för såväl tetrazol- som triazolföreningarne. Så blir fenylmetylcyantriazol, som BLADIN erhållit ur dicyanfenylhydrazin genom inverkan af ättiksyreanhydrid, sammansatt enligt någondera af följande formler:

$$\begin{array}{c} N{-}C\,.\,CH_3 \\ \|\quad\;\| \\ CN\,.\,C\quad\;N \\ \diagdown\;\diagup \\ N\,.\,C_6H_5 \\ \text{I.} \end{array} \qquad \begin{array}{c} N{-}C\,.\,CN \\ \|\quad\;\| \\ CH_3\,.\,C\quad\;N \\ \diagdown\;\diagup \\ N\,.\,C_6H_5 \\ \text{II.} \end{array}$$

och fenylcyantetrazol, som uppstår ur samma förening vid inverkan af salpetersyrlighet, blir alternativt sammansatt på följande sätt:

$$\begin{array}{c} N-N \\ \| \quad \| \\ CN.C \quad N \\ \diagdown\diagup \\ N.C_6H_5 \\ \text{I.} \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c} N-C.CN \\ \| \quad \| \\ N \quad N \\ \diagdown\diagup \\ N.C_6H_5 \\ \text{II.} \end{array}$$

BLADIN har, som bekant, antagit, att dicyanfenylhydrazins konstitution motsvarade den ofvan med I betecknade formeln och har i öfverensstämmelse härmed för triazol- och tetrazolderivaten uppställt de ofvan likaledes med I betecknade formlerna. Skälen härför har han utförligt angifvit i sin stora, sammanfattande afhandling: »Ueber Triazol- und Tetrazolverbindungen».[1])

För det andra uppfattningssättet har ANDREOCCI gjort sig till målsman. Vid fenylhydrazins behandling med acetyluretan erhöll han en fenylmetylacitriazol (»fenylmetylpyrrodiazolon») enligt en reaktion, som han formulerat på följande sätt:

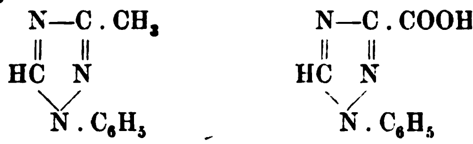
$$\begin{array}{l} NH.CO\,CH_3 \\ | \\ CO\,OC_2H_5 \end{array} + \begin{array}{l} NH_2 \\ | \\ NH.C_6H_5 \end{array} = \begin{array}{c} HN-C.CH_3 \\ \| \quad \| \\ OC \quad N \\ \diagdown\diagup \\ N.C_6H_5 \end{array} + H_2O + C_2H_5.OH$$

Utgående från denna kropp har äfven ANDREOCCI framställt en rad triazolderivat (ja till och med triazol själf), hvaribland några äro identiska eller nära korresponderande med af BLADIN förut beskrifna föreningar. Härigenom hafva dessa båda forskares undersökningar trädt i ett nära samband med hvarandra. I teoretiskt hänseende har dock i de punkter, där de mött hvarandra, en skärande dissonans inträdt, som tydligt gifvit tillkänna, att den enes formler utefter hela linien måste ändras, såsom hvilande på en oriktig uppfattning af resp. grundreaktioners förlopp.

---

[1]) Nova Acta Reg. Soc. Sc. Ups. Ser. III, Upsala 1893.

Genom reduktion af nyssnämnda fenylmetylacitriazol erhöll nämligen ANDREOCCI en fenylmetyltriazol, som vid oxidation öfvergick i en fenyltriazolkarbonsyra. Dessa föreningar har han tilldelat följande formler:

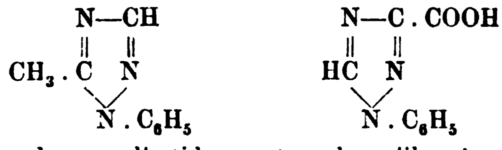


BLADIN erhöll å sin sida genom eliminering af nitrilgruppen ur den ofvan nämnda fenylmetylcyantriazolen likaledes en fenylmetyltriazol, som enligt den af honom antagna formeln för fenylmetylcyantriazol (se ofvan formel I) måste hafva samma sammansättning som ANDREOCCIS fenylmetyltriazol. Vidare har BLADIN genom upphettning af dicyanfenylhydrazin med myrsyra och följande sönderdelning af reaktionsprodukten med kalilut erhållit en fenyltriazolkarbonsyra, som enligt hans uppfattning af dicyanfenylhydrazins konstitution måste vara sammansatt enligt formeln:

```
          N—CH
          ‖   ‖
HO CO . C   N
           \/
           N . C6H5
```

och således isomer med ANDREOCCIS karbonsyra. Jämför man nu föreningarnes egenskaper, så finner man dock, att fenylmetyltriazolerna i själfva verket ej äro identiska, utan isomera, under det att fenyltriazolkarbonsyrorna ej äro isomera utan fullkomligt identiska.

ANDREOCCI har med anledning häraf underkastat frågan om alla de i fråga varande triazolföreningarnes konstitution en utförlig diskussion och därvid kommit till det resultat, att såväl dicyanfenylhydrazin som alla af BLADIN undersökta triazol- och tetrazolföreningar äro sammansatta enligt de ofvan med II betecknade formlerna, och att således de flesta af BLADINS formler måste ändras till öfverensstämmelse härmed. BLADINS fenylmetyltriazol och fenyltriazolkarbonsyra skulle således ega följande sammansättning:



Bladin har emellertid svarat med en lika grundlig spekulativ undersökning, som ledde till den slutsats, att intet skäl för honom funnes att uppställa en ny formel för dicyanfenylhydrazin, men att i stället formlerna för Andreoccis föreningar borde utbytas mot andra, som öfverensstämde med ett annat uppfattningssätt af reaktionsförloppet vid acetyluretans inverkan på fenylhydrazin — ett uppfattningssätt, som enligt Bladins åsikt icke blott lika väl utan till och med bättre förklarade de föreliggande fakta. Detta reaktionsförlopp har Bladin i korthet formulerat på följande sätt:

$$\begin{array}{l} NH.CO\,OC_2H_5 \\ | \\ CH_3.CO \end{array} + \begin{array}{l} NH_2 \\ | \\ NH.C_6H_5 \end{array} = \begin{array}{c} N{-}CO \\ \| \quad | \\ CH_3.C \quad NH \\ \diagdown\diagup \\ N.C_6H_5 \end{array} + H_2O + C_2H_5.OH$$

I enlighet härmed skulle Andreoccis ofvannämnda båda föreningar vara sammansatta på följande sätt:

$$\begin{array}{c} N{-}CH \\ \| \quad \| \\ CH_3.C \quad N \\ \diagdown\diagup \\ N.C_6H_5 \end{array} \qquad \begin{array}{c} N{-}CH \\ \| \quad \| \\ HOCO.C \quad N \\ \diagdown\diagup \\ N.C_6H_5 \end{array}$$

Af de båda forskarnes undersökningar är det i själfva verket omöjligt att sluta sig till, hvilken åsikt är den rätta. Ett bindande bevis har ingendera lyckats förebringa, hvilket ock Bladin för sin del erkänt.

Frågan berodde, tydligen på sammansättningen hos å ena sidan dicyanfenylhydrazin å den andra fenylmetylacitriazol. Kunde man blott med säkerhet afgöra den enas konstitution, så följde den andras såsom ett korollarium och därmed vore också alla hithörande triazol- och tetrazolföreningars formler fastställda.

I och med min ofvan meddelade undersökning har i själfva verket frågan om fenylmetylacitriazols konstitution blifvit experimentelt afgjord.

ANDREOCCI har nämligen genom oxidation öfverfört i fråga varande fenylmetylacitriazol i en fenylacitriazolkarbonsyra, som vid upphettning förlorade kolsyra och öfvergick i en fenylacitriazol. Denna måste nu hafva följande sammansättning:

```
HN—CH              N—CO
 |   ||             ||   |
OC   N             HC   NH
  \ /                \ /
   N . C6H5           N . C6H5
enligt ANDREOCCI.   enligt BLADIN.
```

Den ofvan (sid. 21) beskrifna fenyloxi(aci)triazolen, som jag erhållit genom fenylsemikarbazids kokning med myrsyra, är åter på grund af framställningssättet otvifvelaktigt sammansatt enligt den andra af sist anförda formler. Då den med afseende på egenskaper är vida skild från ANDREOCCIS förening, måste denna senare vara isomer med min d. v. s. hafva just den af ANDREOCCI antagna konstitutionen. Häraf följer, att den tolkning af reaktionsförloppet vid acetyluretans inverkan på fenylhydrazin, som ANDREOCCI gifvit, är den rätta. Men häraf följer äfven, att BLADINS *formler för de af honom undersökta triazol- och tetrazolföreningarne måste ändras till öfverensstämmelse med de ofvan med II betecknade* och att *dicyanfenylhydrazin själf eger följande konstitution*:

$$C_6H_5 \,.\, NH \,.\, N : C\begin{cases} CN \\ NH_2 \end{cases}$$

Då cyan reagerar på fenylhydrazin, bindes den således icke vid fenylhydrazins α-grupp, såsom BLADIN antagit, utan vid β-gruppen, hvilket för öfrigt står i full öfverensstämmelse med den från många håll gjorda iakttagelsen, att β-gruppen är vida mera reaktionsbenägen än α-gruppen.

Samtidigt med ett meddelande i Berichte der Deutsch. chem. Ges.[1]) om resultaten af förestående undersökning, hafva BAMBERGER, och DE GRUYTER[2]) redogjort för en undersökning, som i allo bekräftat den slutsats, hvartill jag kommit. Dessa for-

[1]) **26**, 2617.

[2]) Ber. d. Deutsch. chem. Ges. **26**, 2385.

skare hafva gått en helt annan väg och bland annat genom direkta synteser af dicyanfenylhydrazin ådagalagt riktigheten af sist angifna formel för denna förening. Vid bedömande af de BLADINska som ock de ANDREOCCI'ska triazol- och tetrazolföreningarnes konstitution har man således numera att stödja sig på säkra formler för både dicyanfenylhydrazin och fenylmetylacitriazol. Ett annat bevis för riktigheten af samma uppfattningssätt skall jag meddela i en följande uppsats.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 1.
Stockholm.

Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

229. Om sexledade thiohydantoiner. II.

Af N. A. LANGLET.

[Meddeladt den 9 Januari 1895 genom P. T. CLEVE.]

I en föregående uppsats [1]) har jag beskrifvit några sexledade thiohydantoiner, framstälda genom inverkan af β-jodpropionsyra på aromatiska svafvelurinämnen vid närvaro af öfverskott af acetanhydrid. Dessa föreningar, ehuru icke på långt när så stabila som motsvarande femledade derivat, äro dock tillräckligt beständiga, för att utan svårighet kunna isoleras ur salterna och undersökas. I hög grad svårlösliga i vatten, kunna de samtliga erhållas ur salterna genom behandling med ammoniak eller t. o. m. med endast vatten. På helt annat sätt förhålla sig de alifatiska föreningarna. Så väl svafvelurinämnet sjelft, som dess alifatiska derivat reagera visserligen liksom de aromatiska glatt med β-jodpropionsyra och acetanhydrid, och de bildade jodidernas erhållande i ren form erbjuder icke heller några svårigheter, då dessa äro tillräckligt beständiga för att tåla omkristallisering ur kokande isättika eller (med undantag af acetylföreningen) alkohol. Men då det gäller att afskilja de fria baserna, visar sig detta vara förenadt med mycket stora svårigheter. Den metod jag användt för de aromatiska föreningarnes framställning ger härvidlag icke något resultat, och i sjelfva verket har det varit nödvändigt att för hvar och en af de framställda föreningarna utarbeta en särskild metod för isoleringen af den samma. På grund af den stora obeständigheten hos de hydrerade 1, 3-az-

[1]) Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1894: 373.

thinderivaten, som dessutom är särskildt framträdande hos nedan beskrifna thiohydantoiner, har i allmänhet utbytet vid framställningen af de fria baserna, varit ytterst otillfredsställande, och det har varit förenadt med icke ringa svårigheter att erhålla tillräckligt material till analyser och framställning af salter.

2 Acetyl.-2-imido-4 acitetrahydro-1, 3-azthin.

$$CH_3 . CO . N{=}C\langle\begin{matrix} S{-}{-}CH_2 \\ HN{-}{-}CO \end{matrix}\rangle CH_2$$

Jodiden till denna förening framställes på fullkomligt samma sätt, som motsvarande fenylderivat. Till följd af svafvelurinämnets ringa löslighet i acetanhydrid är det svårt att få det fullständigt löst innan reaktionen inträder, emellertid har detta ingenting att betyda, då i alla händelser allt går i lösning under sjelfva reaktionen på grund af den dervid utvecklade värmemängden. Den bildade kristallmassan befrias på vanligt sätt efter afsvalning medelst tvättning med eter från kvarvarande acetanhydrid och ättiksyra. Den sålunda erhållna gulbruna, råa jodiden löses lätt i vatten samt äfven, ehuru svårare, i alkohol, aceton och kloroform, i synnerhet i de varma vätskorna, men kan ur dessa lösningar icke på något sätt åter afskiljas; vid afdunstning, vare sig på vattenbad eller vid vanlig temperatur, erhålles endast bruna klibbiga massor. Endast ur kokande isättika, hvaruti den dock är temligen svårlöslig, kan den omkristalliseras och erhålles ur den mörkbruna lösningen i form af gulhvita blad.

Då saltet löses i vatten, stannar olöst en ytterst ringa mängd af ett kristalliniskt pulver, troligen bestående af den fria basen. Ur vatten- och alkohollösningen erhålles vid tillsats af ammoniak eller natriumhydrat ingen fällning, äfven om lösningen är koncentrerad. Då basen är svårlöslig i så väl vatten som alkohol, så måste orsaken härtill vara den, att det vid lösningen bildade jodvätet genast saponifierar föreningen under bildning af sinapan-

propionsyra. Att den senare vid lösningens indunstande ej utkristalliserar, måste bero på närvaron af den deliqviscenta ammoniumjodiden, såsom framgår af följande försök:

Ett gram af jodiden löstes i kallt vatten, och till lösningen sattes en likaledes kall utspädd lösning af silfvernitrat i beräknad mängd. Den från utfäldt jodsilfver affiltrerade lösningen afdunstades, en del på vattenbad, en annan vid vanlig temperatur öfver svafvelsyra. Ur båda lösningarne kristalliserade färglösa glänsande blad, som smälte vid 159° och såsom framgår af öfriga egenskaper samt en qväfvebestämning, (funnet 10,82 %, ber. 10,69 %) utgjordes af sinapanpropionsyra.

Då det således icke syntes möjligt att ur jodidens vatten- och alkohollösningar erhålla den fria basen, försökte jag framställa den ur isättiklösning.

För detta ändamål löstes saltet i minsta mängd kokande isättika, hvarefter en eqvivalent mängd fint pulvriseradt silfveracetat tillsattes. Sedan blandningen kokat en längre stund, filtrerades från afskildt jodsilfver, och lösningen indunstade på vattenbad till ringa volym. Efter afsvalning utkristalliserade långa gulaktiga nålar, som enligt hvad det senare visade sig, verkligen utgjordes af den fria basen. På grund af jodidens och i all synnerhet silfveracetatets stora svårlöslighet i isättika kan på detta sätt endast mycket små mängder af basen erhållas, i synnerhet som till följd af den långvariga kokning, som måste ega rum innan allt silfversaltet blifvit löst, en stor del af jodiden förstöres.

Efter flera fåfänga försök har det slutligen lyckats att på följande sätt erhålla ett någorlunda tillfredställande utbyte af basen. Den finpulveriserade jodiden öfvergjutes med kall alkohol (i hvilken den är temligen svårlöslig) hvarefter ammoniak droppvis tillsättes, till dess att vätskan efter omsorgsfull omrörning luktar deraf, hvarefter densamma afhälles. Återstoden tages på filtrum och tvättas först med litet alkohol samt derefter med vatten (för att aflägsna möjligen befintlig osönderdelad jodid).

Den nedspolas derefter i en bägare och löses i kokande alkohol. Efter afsvalning afskiljas temligen långsamt gulaktiga nålar, som omkristalliseras ur 70- à 80 %-tig alkohol. I moderluten kvarstannar högst obetydligt af föreningen löst.

Den sålunda erhållna basen kristalliserar i långa, starkt glänsande nålar af en ljust gul färg, som äfven efter upprepade omkristalliseringar förblir oförändrad. Icke ens efter öfverförande till (färglöst) nitrat och förnyadt afskiljande med ammoniak förlorar den sin gula färg, som derför synes tillhöra den rena substansen. Föreningen är liksom glykolylsvafvelurinämnet vid vanlig temperatur mycket svårlöslig i vatten och alkohol. Vid kokning är den lättare löslig, i synnerhet i en blandning af de båda vätskorna. Ytterst lätt löses den i isättika, ur hvilken lösning den fälles af salpetersyra i form af nitrat. Analysen gaf följande resultat:

	Beräknadt för $C_6H_8N_2SO_2$:	Funnet:
C	41,86	41,68
H	4,65	4,82
N	16,26	16,67
S	18,60	18,51.

Föreningen är således icke det väntade β-laktylsvafvelurinämnet, utan dess acetylderivat. Detta förhållande var temligen oväntadt, då hvarken något dess substitutionsderivat ej heller sinapanpropionsyra med acetanhydrid ger någon acetylförening och ger för öfrigt anledning till en annan uppfattning af de sexledade thiohydantionernas konstitution (se nedan!). Det har icke lyckats mig att afspalta acetylgruppen och sålunda erhålla modersubstansen, detta beroende på den senares lätta sönderdelbarhet. Föreningen smälter vid omkr. 195° hvarvid den också börjar sönderdelas under brunfärgning och afgifvande af surt luktande ångor; en ringa del sublimerar dock oförändrad. Af syror och alkalier sönderdelas föreningen i vattenlösning, så att i förra fallet ättiksyra, ammoniumsalt och sinapanpropionsyra, i senare ättiksyra, kolsyra, ammoniak och β-thiomjölksyra

uppstå. I isättiklösning är den deremot temligen beständig mot syror och bildar med densamma salter.

Nitratet, $C_6H_8N_2SO_2$, HNO_3 utkristalliserar i hvita sidenglänsande nålar, vid tillsats af salpetersyra till en lösning af basen i isättika, uti hvilken saltet är nästan olösligt.

Analys:

	Beräknadt:	Funnet:
N	26,81	27,09.

Jodiden, $C_6H_8N_2SO_2$, HJ, kristalliserar ur isättika i gulaktiga blad. Är svårt löslig i isättika och fälles ur denna lösning af eter.

Analys:

	Beräknadt:	Funnet:
J	43,33	43,19.

Kloriden, $C_6H_8N_2SO_2$, HCl erhålles i form af hvita nålar, vid tillsats af klorvätesyra till en lösning af basen i isättika, och utfällning med eter uti hvilken saltet är olösligt.

Analys:

	Beräknadt:	Funnet:
Cl	16,99	17,25.

Vid analysen af dessa salter kan man icke använda titrering med natronlut, emedan icke någon skarp färgförändring kan iakttagas, förmodligen beroende derpå att natriumhydratet nästan genast sönderdelar acetylföreningen äfven i mycket utspädd lösning.

2-Metyl-2-imido-4-acitetrahydro-1, 3-azthin.

```
             S—CH₂
            /     \
CH₃N=C<           >CH₂
            \     /
             HN—CO
```

Om metylsvafvelurinämne upphettas med β-jodpropionsyra och acetanhydrid, inträffar reaktion som vanligt, och efter afsvalning afskiljes jodiden till ofvanstående förening i flytande

form. Först efter ett dygns förlopp stelnar den fullständigt. Vätskan, som knappast innehåller spår af saltet löst, afhälles då, återstoden krossas, tvättas med eter och omkristalliseras ur kokande alkohol, hvaruti den lätt och utan sönderdelning löses.

Det sålunda renade saltets lösning i vatten eller alkohol fälles icke af ammoniak eller natronlut. Icke heller kan man använda den vid acetylföreningen beskrifna metoden; om man öfvergjuter jodiden med alkohol och tillsätter ammoniak, går den ögonblickligen och fullständigt i lösning. Om till denna lösning sättes eter, så utfaller en seg vätska bestående af den fria basen och jodammonium; löses denna i alkohol och utfälles ånyo och upprepas denna operation flera gånger, hvarvid stora qvantiteter eter måste användas (till 10 gr. af jodiden nära 1/2 liter), så erhålles slutligen en ringa qvantitet af basen, fri från jodammonium, hvilket senare tillsammans med största delen af basen kvarstannar i eterlösningen. Om till denna sättes ättiksyra, så utkristalliserar inom kort återbildad jodid i långa nålar, som ånyo kunna underkastas samma behandling.

Utbytet blir efter denna metod ytterst dåligt (af 10 gr. af jodiden erhölls ej mer än omkr. 0,05 gr. af den rena föreningen). Något bättre resultat erhålles på följande sätt: Den finpulvriserade jodiden öfvergjutes med en vattenfri lösning af ammoniak i eter, och blandningen omröres; så snart ammoniaklukten försvunnit, borthälles etern, och operationen upprepas tills all jodid är sönderdelad. Den kvarblifna kristalliniska massan utbredes på filtrerpapper eller bättre på en oglaserad porslinsplatta, der den får kvarligga ett par dagar (papperet ombytes då det blifvit fuktigt). Jodammoniet aflägsnas på detta sätt, derigenom att det flyter sönder och insuges i papperet.

Det ligger i öppen dag, att utbytet af basen äfven efter denna metod måste bli dåligt, då en stor del deraf naturligtvis medföljer ammoniumsaltet. Det lyckas icke att skilja de båda föreningarna genom att till blandningen sätta vatten; redan vid ringa tillsats flyter alltsammans sönder till en seg vätska. I alkohol äro de båda kropparna nära nog lika lösliga. Ett försök

att sönderdela jodiden med blyacetat i alkohol eller isättiklösning misslyckades fullständigt; den från den uppkomna gula fällningen affiltrerade vätskan innehöll ej ett spår af basen. Lika litet resultat ernåddes genom att behandla jodiden med kalium- och natriumhydrat eller -karbonat; jag har derföre uteslutande varit hänvisad till ofvan beskrifna otillfredställande metod att frigöra föreningen.

Det sålunda erhållna pulvret omkristalliseras ur minsta mängd kokande alkohol. Föreningen kristalliserar i stora snöhvita derba prismer, är lättlöslig i vatten och alkohol, svårlöslig i isättika och eter. Ur alkohollösning fälles den af eter i form af en färglös olja, som vid beröring med en glasstaf genast stelnar.

Upphettad börjar den vid omkring 165° att färgas och smälter slutligen vid 210° till en starkt brun vätska.

Analys:

	Beräknadt för $C_3H_8N_2SO$:	Funnet:
C	41,67	41,50
H	5,56	5,81
N	19,44	19,68
S	22,22	22,35.

Jodiden, $C_3H_8N_2SO$, HJ, kristalliserar ur kokande alkohol i färglösa, temligen stora, breda nålar. I kall isättika nästan olösliga.

Analys:

	Beräknadt:	Funnet:
HJ	48,86	49,09.

Kloriden, $C_3H_8N_2SO$, HCl, erhålles genom att försätta en alkohollösning af basen med konc. saltsyra. Vid tillsats af eter utfaller saltet i form af glänsande fina nålar.

Analys:

	Beräknadt:	Funnet:
HCl	20,18	20,07.

2-Allyl-2-imido-4 acitetrahydro 1, 3-azthin.

$$C_3H_5N{=}C\begin{matrix}\diagup S-CH_2 \\ \diagdown HN-CO\end{matrix}\!\!>CH_2$$

Jodiden erhålles på samma sätt som acetylföreningen, men behöfver temligen lång tid att utkristallisera. Vid tillsats af eter utfaller den genast i form af sega, snart hårdnande klumpar. Den renas genom omkristallisering ur alkohol eller bättre ur isättika, i hvilken den lätt löser sig vid kokning, om man tillsätter en eqvivalent mängd ammoniumacetat. Vid långvarigare kokning med alkohol sönderdelas den fullständigt, hvarför man vid upprepad omkristallisering ur detta lösningsmedel, lider betydlig förlust. Lika litet som metyl och acetylföreningen kan den fria basen erhållas genom direkt fällning af jodidens vatten- eller alkohollösning med ammoniak. Om saltet öfvergjutes med eterisk ammoniaklösning, så flyter det sönder till en icke stelnande vätska, som vid blandning med ättiksyra öfvergår till ett kristallpulver, som dock utgöres af återbildad jodid. Lättast erhålles basen på följande sätt. Jodiden utröres med alkohol till en tunn gröt, hvarefter en lösning af ammoniak i eter tillsättes till alkalisk reaktion. Skulle dervid något stanna olöst (jodammonium) afhälles vätskan från detta, och etern afdrifves under luftpumpen. Efter ett par timmar har ett glittrande kristallpulver afsatt sig, hvilket löses i en ringa mängd kokande alkohol. Denna lösning blandas med 3 à 4 gånger sin volym eter, hvarefter inom kort basen utkristalliserar i form af långa starkt glänsande färglösa nålar som smälta under sönderdelning vid 129°. Kokande alkohol löser den mycket lätt, kall alkohol äfvensom eter svårare. Ur öfvermättade lösningar afskiljes den alltid långsamt. Kallt vatten synes knappt märkbart lösa den, kokande löser den lätt och rikligt; ur denna lösning kan den dock icke åter erhållas.

Analys:

	Beräknadt för $C_7H_{10}N_2SO$:	Funnet:
C	49,41	49,60
H	5,88	5,95
N	16,47	16,77
S	18,83	18,71.

Jodiden, $C_7H_{10}N_2SO$, HJ, kristalliserar ur alkohol i hvita nålar. Är äfven i kokande isättika mycket svårlöslig; vid närvaro af ammoniumacetat löses den dock ytterst lätt och utkristalliserar oförändrad vid afsvalning.

Analys:

	Beräknadt:	Funnet:
HJ	42,95	42,80.

Kloriden, $C_7H_{10}N_2SO$, HCl erhålles på samma sett som metylföreningen. Hvita nålar.

Analys:

	Beräknadt:	Funnet:
HCl	17,64	17,64.

2, 3-Difenyl-2-imido 4-acitetrahydro 1, 3-azthin.

$$
\begin{array}{c}
\mathrm{S-CH_2} \\
\mathrm{C_6H_5N{=}C\langle \quad \rangle CH_2} \\
\mathrm{C_6H_5N-CO}
\end{array}
$$

För att ytterligare karakterisera de sexledade thiohydantoinerna har jag framstält detta disubstituerade derivat. Om thiokarbanilid upphettas med β-jodpropionsyra och acetanhydrid, tills reaktion inträder, erhålles vid afsvalning inga kristaller.

Vid tillsats af eter afskiljes en mörkbrun olja, troligen utgörande jodiden till ofvanstående förening. Om denna olja upprepade gånger utkokas med vatten under tillsats af 10 à 20 % alkohol utkristalliserar vid afsvalning difenylbasen i form af hvita blad, som smälta vid 106°. Föreningen är lätt löslig i

alkohol, svårare i kokande vatten, samt i det närmaste olöslig kallt vatten.

Analys:

	Beräknadt:	Funnet:
C	68,08	68,31
H	4,97	4,96
N	9,93	10,25
S	11,35	11,24.

Några salter har jag icke lyckats erhålla. Att döma af den orena jodidens egenskaper, synas de vara flytande.

Hvad dessa föreningars konstitution beträffar, så hade jag, då ingen anledning till motsatt åsigt fans, antagit att densamma vore fullkomligt analog med kända femledade thiohydantoinernas d. v. s.

$$HN{=}C\begin{matrix} \diagup S{-}CH_2 \diagdown \\ \diagdown RN{-}CO \diagup \end{matrix}CH_2,$$

och de i min förra uppsats angifna formlerna ansluta sig till denna uppfattning. Då emellertid af svafvelurinämnet icke erhölls sjelfva den sexledade thiohydantoinen, utan i stället dess acetylderivat, syntes det icke sannolikt, att dessa formler verkligen vore riktiga, och detta på följande grunder. Först och främst kan man anse för afgjordt, att acetylgruppen såsom substituent intager samma plats som fenyl, metyl, etc., ty eljest borde äfven vid framställningen af acetylsubstituerade derivat acetylföreningar uppstå, hvilket icke är fallet. Vidare är det sannolikt att acetylgruppen ej står vid den i kärnan befintliga kväfveatomen, emedan i sådant fall vid framställning af sinapanpropionsyran,

$$CO\begin{matrix} \diagup S{-}CH_2 \diagdown \\ \diagdown HN{-}CO \diagup \end{matrix}CH_2,$$

i stället borde erhållas dess acetylderivat. Af denna syra kan emellertid med acetanhydrid icke erhållas någon acetylförening.

Men under denna förutsättning måste således äfven de öfriga substituerande radikalerna taga plats i den sidoordnade imidgruppen och således t. ex. fenylderivatet hafva sammansättningen:

$$C_6H_5N{=}C\langle\begin{matrix}S{-}CH_2\\HN{-}CO\end{matrix}\rangle CH_2 \quad \text{och icke} \quad HN{=}C\langle\begin{matrix}S{-}CH_2\\C_6H_5N{-}CO\end{matrix}\rangle CH_2$$

(1) (2)

såsom jag förut antagit.

Den vanliga fenylthiohydantoinen ger, som bekant vid kokning med saltsyra, fenyl-sinapanättiksyra.

$$\begin{matrix}CO{-}S\\|\\C_6H_5N{-}CO\end{matrix}\rangle CH_2$$

Om det motsvarande sexledade fenylderivatet vore sammansatt enligt formeln (2) så borde detsamma undergå liknande sönderdelning vid kokning med HCl d. v. s. det borde uppstå klorammonium och den af mig förut beskrifna fenyletern af sinapanpropionsyra: [1])

$$CO\langle\begin{matrix}S{-}CH_2\\C_6H_5N{-}CO\end{matrix}\rangle CH_2$$

Om man uppvärmer kloriden till den sexledade fenylthiohydantoinen med ungefär 5 ggr dess vigt vatten, löses så småningom den i början afskilda fria basen. Lösningen, ur hvilken vid afsvalning ingenting afsättes, ger icke någon fällning med platinaklorid, och vid tillsats af natronlut utvecklas icke ett spår af ammoniak. Deremot luktar vätskan tydligt af anilin och densamma kan i sjelfva verket lätt påvisas medelst de bekanta karakteristiska reaktionerna.

Samma resultat erhålles, om saltet kokas med öfverskott af klorvätesyra, ehuru i detta fall bildningen af anilin synes vara rikligare.

---

[1]) Öfvers. af K. Vet. Akad. Förh. 1892: 167.

Ur den med natronlut neutraliserade lösningen afsätta sig långsamt hårda kristallaggregat, som ännu icke blifvit närmare undersökta. Möjligen utgöras de af fenyl-imidokarbamin-β-thiomjölksyra, $H_2N—C(NC_6H_5)—S—CH_2—CH_2COOH$.

Detta fenylderivatets förhållande vid upphettning med syror talar ju bestämdt för formeln (1). Emellertid behöfver denna sak utan tvifvel ytterligare utredning, och jag ämnar därföre vidare undersöka de vid kokning af fenylderivatet med klorvätesyra erhållna kristallerna och särskildt jemföra dem med en förening, som jag erhållit ur fenylcyanamid och β-thiomjölksyra.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1895. N:o 1.
Stockholm.

Dr. Christian Heraeus und die Original-Luftpumpe Otto von Guerickes.

Eine Skizze von Dr. G. Berthold in Ronsdorf.

[Mitgeteilt den 9 Januar 1895 durch B. Hasselberg.]

Mit Nachforschungen über Otto von Guericke beschäftigt acquirirte ich kürzlich eine Dissertation von Johan Wimmerstedt aus Calmar »Historiam antliæ pneumaticae sistens», welche eine höchst merkwürdige Auskunft über den Verbleib der Original-Luftpumpe gibt, welche Otto von Guericke in den »Experimentis novis» (pag. 76, 77; Iconism. VI.) beschreibt und abbildet.

Guericke hat dreierlei Arten von Luftpumpen construirt, welche theils von C. Schott, theils von ihm selbst veröffentlicht wurden.

Typus I. Beschrieben und abgebildet von C. Schott.[1]

Über den Zeitpunkt der Erfindung dieser ersten Luftpumpe ist bekanntlich nicht das Mindeste bekannt. Den einzigen Anhaltspunkt, der zu dem ungefähren Termine der Erfindung führen könnte,[2] gewährt die Notiz bei Muncke,[3] welche sich auf die Angabe von Chr. Kramp[4]) stützt, dass noch i. J. 1799 sich in

[1]) *Mechanica hydraulico-pneumatica etc. Accessit Experimentum novum Magdeburgicum. Francofurti et Herbipoli 1657. 4°. Appendix. § 1. p. 445 s. Iconism. LV.

[2]) *Annalen der Physik und Chemie, Leipzig 1883. N. F. Bd. XX. p. 345 ss.

[3]) *Gehler's Physikalisches Wörterbuch. Leipzig 1831. Bd. VI. p. 527. Anm. 1.

[4]) *C. F. Hindenburg, Archiv der reinen und angewandten Mathematik, Leipzig 1799. Zehntes Heft. p. 232

Köln eine von GUERICKE selbst verfertigte Luftpumpe befunden habe, welche Letzterer i. J. 1641 dem Magistrate von Köln zum Geschenk gemacht habe. Es hat jedoch bisjetzt nicht gelingen wollen, weder die Angabe KRAMP's anderweitig zu verificiren, noch über den ferneren Verbleib der Luftpumpe selbst Auskunft zu erlangen.[1])

Ein Exemplar dieser ersten Construction brachte GUERICKE mit zu dem Reichstage in Regensburg, wo er 1654 die bekannten Experimente vorführte. Diese fanden den besonderen Beifall des Grafen JOHANN PHILIPP VON SCHÖNBORN, Erzbischof von Mainz und Bischof von Würzburg; dieser wünschte gleichfalls ein Exemplar der Luftpumpe zu erhalten; da dasselbe aber nicht sofort beschafft werden konnte, verkaufte ihm GUERICKE die mitgebrachten Apparate,[2]) welche darauf nach Würzburg geschafft, und zur Wiederholung der Experimente benutzt wurden. Hierbei sah sie C. SCHOTT, der sich darauf mit GUERICKE in Briefwechsel setzte, und von ihm die Erlaubniss erhielt, dieselben zu veröffentlichen. Über den Verbleib dieser Würzburger Luftpumpe fehlt jede Nachricht.

Typus II. Beschrieben und abgebildet von C. SCHOTT.[3])

Construirt im Anfange des Jahres 1662. GUERICKE stand mit C. SCHOTT in einem ziemlich lebhaften Briefwechsel, in welchem er Letzteren über seine Versuche mit der Luftpumpe auf dem Laufenden erhielt; noch am 30. December 1661 schickte er ein Resumé seiner neuesten Versuche: von einer Verbesserung der Luftpumpe ist jedoch in diesen früheren Briefen nirgends die Rede. Erst als C. SCHOTT ihn am 17. Februar 1662 mit der von BOYLE construirten Luftpumpe bekannt gemacht hatte, erklärt GUERICKE in einem Briefe vom 28. Februar 1662, »dass

[1]) Die Copialbücher im Stadtarchiv zu Köln enthalten keine Angabe; die Acten selbst konnten noch nicht eingesehen werden. Abgesehen von der Notiz bei MUNCKE wusste man übrigens in Köln selbst nicht das Geringste von dieser Luftpumpe.

[2]) *Experimenta nova (ut vocantur) Magdeburgica de Vacuo Spatio. Amstelodami 1672. Fol. Praefatio Blatt XX2; Textus p. 121.

[3]) *Technica curiosa sive Mirabilia artis. Herbipoli et Norimbergae 1664. 4°. P. I. Lib. I. cap. XXVI, exp. VIII. p. 67 ss.; Iconism. VII.

er das Alles weit besser und vollkommener habe», und schickte am $^{15}/_{25}$ April 1662 an C. SCHOTT eine genaue Beschreibung seiner verbesserten Luftpumpe. Da diese Luftpumpe äusserst unbehülflich war (sie ging durch zwei Stockwerke), so hat sie, trotz der verbesserten Construction, keine Verbreitung gefunden, und ein Exemplar derselben ist nicht erhalten.

Typus III. Beschrieben und abgebildet von GUERICKE.[1])

Zeit der Construction unbekannt, jedoch keinenfalls vor der zweiten Hälfte des Jahres 1662, nach dem Muster der BOYLE-HOOKE'schen Luftpumpe, welche GUERICKE ganz genau bekannt war. BOYLE hatte seine 1658/59 construirte Luftpumpe, welche wesentliche Vorzüge vor der ersten Construction GUERICKE's zeigt, in den »New experiments, physico-mechanical, Oxford 1660» (am Schluss findet sich das Datum des 20. December 1659) bekannt gemacht, und 1661 eine lateinische Übersetzung der Schrift gegeben. Als C. SCHOTT letztere kennen gelernt hatte, schickte er am 17. Februar 1662 an GUERICKE eine sehr detaillirte Beschreibung dieser Luftpumpe. GUERICKE erklärte darauf am 28. Februar 1662, er habe BOYLE's Abhandlung noch nicht zu Gesicht bekommen, er werde dieselbe aber aus Holland kommen lassen; laut Brief vom 10. Mai 1662 war er nunmehr in den Besitz der »Nova experimenta, Oxoniae 1661» gelangt. Am 15/25 April 1662 schickte darauf GUERICKE an C. SCHOTT eine Beschreibung seiner verbesserten Luftpumpe Typus II.; wäre GUERICKE damals bereits im Besitz einer Luftpumpe Typus III. gewesen, so würde er nicht unterlassen haben, C. SCHOTT davon in Kenntniss zu setzen. Ferner, am Ende desselben Briefes schreibt GUERICKE, er habe zu seinem grossen Vergnügen vernommen, dass der Erzbischof von Mainz an seinen (GUERICKE's) Experimenten ein grosses Vergnügen finde. Auch der Churfürst

---

[1]) »Experimenta nova etc. Lib. III, cap. IV. p. 76, 77. Iconism. VI; Iconism. VII. Fig. V. und auf dem Titelkupfer. — Die innere Construction ist im Principe der Luftpumpe Typus II. conform, das Äussere sichtlich nach dem Muster der BOYLE'SCHEN Luftpumpe gearbeitet. — Es ist sehr auffallend, dass GUERICKE BOYLE's Namen nicht erwähnt, während BOYLE das Verdienst GUERICKE's gebührend hervorhebt.

von Brandenburg sei ein grosser Verehrer und Beschützer der mathematischen Wissenschaften. Nun ergiebt sich aber aus den »Experimentis novis» GUERICKE's, dass der Wunsch des Grossen Churfürsten, die Magdeburger Experimente zu sehen, für GUERICKE die Veranlassung gewesen ist, seine dritte Construction der Luftpumpe zu erfinden.[1]) Währe ihm bei Abfassung seines Briefes dieser Wunsch des Grossen Churfürsten bereits bekannt gewesen, so würde er sicher dies ausdrücklich erwähnt haben. Auch in den Briefen GUERICKE's an C. SCHOTT vom 22. Juli und 9. October 1662 findet sich Nichts darüber vermerkt, dass GUERICKE wiederum eine neue Abänderung seiner Luftpumpe vorgenommen habe. GEHLER[2]) und FISCHER[3]) neigen zu der Annahme, dass die Construction dieser Luftpumpe vor den 14. März 1663 zu setzen sei; an diesem Tage hatte nämlich GUERICKE nach seiner eigenen Angabe seinen Tractat »De Vacuo Spatio» abgeschlossen; allein dieser Schluss ist nicht stringent, da es nicht ausgeschlossen ist, dass GUERICKE später Zusätze gemacht hat, wie denn gerade an der betreffenden Stelle (Exp. nov. p. 76.) C. SCHOTTS' »Technica curiosa» citirt wird, welche erst i. J. 1664 erschienen ist.[4])

Als Original der Luftpumpe Typus III. war man bekanntlich bisher geneigt die in der Königlichen Bibliothek zu Berlin befindliche Luftpumpe anzusehen, über deren Erwerb freilich nichts Authentisches bekannt ist; feststellen liess sich nur, dass dieselbe seit d. J. 1715 sich dort befindet. Man konnte immerhin an die Möglichkeit denken, dass es in der That die Original-Luftpumpe sei, welche GUERICKE nach seiner Angabe construirte, um mit derselben dem Grossen Churfürsten die Magdeburger Experimente vorzuführen. Ein gewichtiges Bedenken dagegen, dass hier GUERICKE's erstes Exemplar vorliege, musste jedoch daraus entnommen werden, dass das Berliner Exemplar nicht

[1]) l. c. p. 76.

[2]) *Physikalisches Wörterbuch. Leipzig 1790, Th. III. p. 62.

[3]) *Geschichte der Physik. Göttingen 1801. Bd. I. p. 444.

[4]) Die Druckerlaubniss für den ersten Theil ist von dem Vice-Provincial JOHANNES BERTHOLD unter dem Datum des 8. Juli 1663 ertheilt; die Dedication des Werkes ist vom 1. Januar 1664 datirt.

unwesentliche Abweichungen von der Beschreibung und Zeichung darbietet, welche GUERICKE selbst in den »Experimentis novis» von seiner Luftpumpe gibt.[1]) Völlig hinfällig wird aber die Annahme, die Berliner Luftpumpe sei das erste von GUERICKE hergestellte Exemplar Typus III. durch die Mittheilung, welche sich bei JOH. WIMMERSTEDT findet; es bleibt nur die Vermuthung zulässig, es sei das Berliner Exemplar eine spätere, möglicherweise von GUERICKE selbst herrührende, etwas abgeänderte Nachbildung des Originals.

JOHAN WIMMERSTEDT berichtet nämlich in seiner Dissertation,[2]) das Original — »Ἀρχέτυπος» — dieser Luftpumpe befinde sich in *Schweden*. Der berühmte Doctor HERAEUS habe diese, für den Churfürsten von Sachsen bestimmte Luftpumpe für sich erworben, und 1676 nach Schweden mitgebracht. Nachher sei sie in den Besitz des Directors Buchdrucker J. H. WERNER,[3]) dem er diese Notizen verdanke, gelangt, in dessen Wohnung sie 1706—7 im Beisein des Landdrostes URBAN HJÄRNE,[4]) sowie 1726 als der Director TRIEWALD[5]) seine mechanisch-physikalischen Vorlesungen im Ritterhause zu Stockholm hielt, zur Anstellung verschiedener Experimente gedient habe. Jetzt [also 1734] habe sie der Professor der Mathematik

---

[1]) Vergleiche die Zeichnung bei GUERICKE mit der nach einer Photographie hergestellten Abbildung der Berliner Luftpumpe bei *R. BIEDERMANN, Bericht über die Ausstellung wissenschaftlicher Apparate etc. Berlin 1877. p. 158. N:o 770.

[2]) *Dissertatio Gradualis, Historiam Antliae pneumaticae sistens. ... Praeside S. KLINGENSTJERNA. ... Upsaliæ, Literis WERNERIANIS. [1734.] 4°. p. 6. s. — Aus der Dedication ergibt sich, dass JOH. WIMMERSTEDT der Verfasser ist, nicht der Praeses S. KLINGENSTJERNA, wie *POGGENDORFF I, 1272 annimmt.

[3]) I. H. WERNER besass eine Buchdruckerei zu Upsala, hatte aber seinen Wohnsitz in Stockholm, wo er 1735 oder 36 starb.

[4]) Der bekannte Arzt und Chemiker URBAN HJÄRNE (1641—1724) in Stockholm führte seit dem Jahre 1719 den Titel »Landshöfding», Landdrost, Landvogt, Landeshauptmann. (Cf. *G. GEZELIUS, Biographiskt Lexicon öfver Svenske män. Stockholm, Upsala och Åbo. 1778, I. Delen. p. 413.)

[5]) MÅRTEN TRIEWALD (1699—1743) lebte von 1716 bis 1726 in England; hielt dann physikalische Vorlesungen in Stockholm. (*POGGENDORFF II, 1135.)

zu Lund [der Name wird nicht genannt],[1]) der sie mit sich genommen habe, in Verwahrung; Eigenthümer sei aber der Director WERNER, dessen Vater mit GUERICKE sehr befreundet gewesen sei, da er mit ihm zusammen in Jena und in Wittenberg[2]) studirt habe.

In dieser Mittheilung WIMMERSTEDT's interessirt uns zunächst die Persönlichkeit des »Celeb. Doct. HERAEUS«, der die Luftpumpe mit nach Schweden gebracht hatte. Es handelt sich hier um den Arzt und Apotheker CHRISTIAN HERAEUS zu Stockholm, einen Sohn des Dr. JOHANN HERAEUS zu Güstrow in Mecklenburg. Letzterer, mit dem Beinamen »Destillator«, war in Wetter bei Marburg a/L geboren, studirte in Paris und in Padua Medicin, und liess sich in Kassel als Arzt nieder. Als Leibarzt folgte er der Prinzessin ELISABETH, einer Tochter des Landgrafen MORITZ von Hessen-Kassel, welche den Herzog von Mecklenburg-Güstrow, JOHANN ALBRECHT II., geheirathet hatte, nach Güstrow, und wurde gleichzeitig Besitzer der Apotheke daselbst. Dr. JOHANN HERAEUS, welcher 1650 starb, hinterliess zwei Söhne, den älteren, ISAAC, der i. J. 1664 sich in Hanau als Apotheker etablirte,[3]) und einen jüngeren, unseren CHRISTIAN. Dieser 1643 zu Güstrow geboren, erwählte, gleich seinem älteren Bruder, den Apothekerberuf; er erhielt seine Ausbildung in der mütterlichen Apotheke, und zog dann in die Fremde. Auf seiner Wanderschaft kam er 1668 nach Ekebyhof bei Stockholm, wo der schwedische Reichsfeldherr CARL GUSTAV WRANGEL ihn als seinen Leib-Feldscher anstellte. Durch Vermittlung dieses hohen Patrones erlangte er nach einiger Zeit die Er-

---

[1]) DANIEL MENLÖS (1699—1743) Professor der Mathematik an der Universität zu Lund seit 1732; früher Assistent von M. TRIEWALD in Stockholm, wo er auch Vorlesungen hielt. (*POGGENDORFF, II, 119.)

[2]) GUERICKE hat in Jena, aber soviel bekannt, nicht in Wittenberg studirt.

[3]) Dem liebenswürdigen Entgegenkommen eines Descendenten dieser Linie, des Apothekers und Fabrikbesitzers Hrn. W. C. HERAEUSSEN, in Hanau verdanke ich diese Mittheilungen aus der Familienchronik, wodurch die Angaben, welche sich über CHRISTIAN HERAEUS bei I. F. SACKLÉN (*Sveriges Apotekare-Historia. Nyköping 1833, p. 50 ss.) finden, ergänzt werden.

laubniss (1670), in Stockholm eine Apotheke zu eröffnen, die den Namen Morianen auf Norrmalm erhielt. Seine Geschicklichkeit wurde bald allgemein anerkannt, und die Königin Wittwe HEDWIG ELEONORE, eine geborene Prinzessin von Holstein-Gottorp, ernannte ihn zu ihrem Hof-Apotheker. Kurze Zeit darauf erwarb CHR. HERAEUS ein eigenes Haus am Münzmarkt, und verlegte auch die Apotheke dorthin. Trotzdem das Geschäft sich ausserordentlich blühend und lucrativ gestaltete, fasste CHR. HERAEUS zum allgemeinen Staunen Stockholm's den Entschluss, sich dem Studium der Medicin zu widmen und im Alter von 36 Jahren wieder als Student sich in's Ausland zu begeben.

Im Jahre 1679 finden wir ihn in Leiden, um dort sein Studium zu beschliessen; am 19. December 1679 wurde er daselbst als Studiosus medicinae inscribirt, und am 23. December auf Grund seiner Dissertation, »De Phthisi» zum Doctor medicinae promovirt.[1]) Heimgekehrt übernahm CHR. HERAEUS wieder die Apotheke, die inzwischen sein späterer Schwiegersohn, CASPAR ZIERVOGEL, gepachtet hatte. Seine hohe Gönnerin, die Königin Wittwe HEDWIG ELEONORE (dieselbe vertrat bei seiner 1682 geborenen jüngsten Tochter Pathenstelle) ernannte ihn zu ihrem Leibarzt. Als geschickter Arzt und Apotheker hatte CHRISTIAN HERAEUS ausserordentlichen Erfolg; das HERAEUS'sche Pulver (ein Geheimmittel) war noch lange Zeit in Schweden in Gebrauch. Auf einem von ihm erworbenen Grundstücke auf Södermalm (Südvorstadt) entdeckte er einen Sauerbrunnen; er errichtete alsbald daselbst ein Bad und eine Trinkhalle, auch publicirte er eine Druckschrift »Für Denjenigen, so den Sauerbrunn benutzen will». Da er beabsichtigte, das Institut zu vervollkomnen, unternahm er eine Reise nach Deutschland, um die dortigen Badeeinrichtungen kennen zu lernen. In Begleitung eines Grafen NORTI begab er sich Anfang 1691 auf die Reise, starb aber nach we-

[1]) »Cum disputaverat in Senatu de Phtisi Doctor Medicinae' dictus est a Doctore LUCAS SCHACHT», heisst es in dem Album der Leidener Universität. CHR. HERAEUS war damals 37 Jahre alt und wohnte in Leiden »ad insigne Leonis avrei». Ich verdanke diesen Nachweis der Güte des Hrn. J. E. BODDAERT, Secrétaire des Curateurs de l'Université à Leiden.

nigen Wochen plötzlich zu Frankfurt an der Oder, wo er auf der Durchreise bei seinem Sohne CARL GUSTAV, der dort dem Studium oblag, einige Tage verweilen wollte.[1]

Wir entnehmen aus dieser Lebensskizze, dass sich bei CHR. HERAEUS wissenschaftliches Interesse, glänzende Vermögensverhältnisse und einflussreiche Verbindungen vereinigten, um es ihm zu ermöglichen, diese Original-Luftpumpe GUERICKE's zu erwerben. Es liegt die Vermuthung nahe, dass sich CHR. HERAEUS im Gefolge des Reichsfeldherrn Grafen von WRANGEL befunden hat, als Letzterer i. J. 1675 das Brandenburgische besetzte, und sich hier ihm die Gelegenheit bot die Luftpumpe käuflich an sich zu bringen. Möglich ist es freilich auch, dass die Jahreszahl 1676 bei WIMMERSTEDT auf einen Druck- oder Gedächtniss-Fehler zurückzuführen ist, und das Jahr 1679 gesetzt werden muss, da in diesem Jahre CHR. HERAEUS von seiner Studienreise nach Stockholm zurückkehrte. Im Übrigen liegt nicht der mindeste Grund vor, die Angabe WIMMERSTEDT's irgend wie zu bezweifeln, und zwar um so weniger, da zur Zeit des Erscheinens der Dissertation ausser S. KLINGENSTJERNA, unter dessen Praesidium die Dissertation zur Prüfung vorgelegt wurde, auch der nunmehrige Besitzer der Luftpumpe, J. H. WERNER, ferner der derzeitige Verwahrer derselben, DANIEL MENLÖS, und MÅRTEN TRIEWALD, der dieselbe bei seinen Vorlesungen benutzt hatte, noch am Leben waren. Es musste sich nun darum handeln, dem weiteren Verbleib der Luftpumpe nachzuspüren, wobei es sich zunächst fragte, ob die Luftpumpe noch vor WERNER's Tode (1735/36) wieder nach Stockholm zurückgelangt, oder ob sie nach dessen Tode in Lund verblieben war. Leider sind die

[1]) Das Todesjahr 1691 nach SACKLÉN (l. c. p. 51) scheint richtig zu sein; in der Familienchronik ist 1701 angegeben, doch muss dies auf einem Irrthum beruhen, da der Sohn CARL GUSTAV (geboren 167..), auf den hierbei Bezug genommen wird, bereits 1694 Domherr in Hamburg war. Übrigens ist (nach gütiger Mittheilung der betreffenden Pfarrämter) in den Sterberegistern der Frankfurter Kirchen zu St. Marien, St. Gertrud, St. Nicolai und St. Georg (die Kirchenbücher der evangelischen Garnisonkirche, der reformirten und der katholischen Kirche reichen nicht soweit zurück) CHRISTIAN HERAEUS weder 1691 noch 1701 verzeichnet.

Bemühungen, denen ein Schwedischer Gelehrter auf meine Bitte sich zu unterziehen die Güte hatte, bisjetzt erfolglos geblieben: die Stockholmer Luftpumpe scheint das Schicksal der Kölner und der Würzburger Luftpumpe getheilt zu haben.

Wir können demnach nur bedauern, dass man in späteren Zeiten dieses »Archetyp», (das wir nach Obigem als historisch hinlänglich beglaubigt zu bezeichnen kein Bedenken tragen), nicht in der Weise werthgehalten hat, wie es die ersten Besitzer dieser Reliquie, Dr. CHRISTIAN HERAEUS und J. H. WERNER, gethan haben.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 1.
Stockholm.

Om ett nyligen funnet moget ägg af pirålen.

Af A. KLINCKOWSTRÖM.

[Meddeladt den 9 Januari 1895 genom G. RETZIUS.]

På grund af ett uppdrag, jag erhållit af min lärare, Prof. T. BOVERI, att åt honom anskaffa några exemplar af den vid vår vestkust vanliga Pirålen (Myxine glutinosa), hade jag från fiskaren EDV. ÅBACK i Kristineberg beställt en sändning Pirålar, som anlände till Stockholm den 1 Januari detta år. Inpackade i fuktig tång, hade åtminstone en del af djuren hållit sig vid lif. Hela sändningen utgjordes af omkring 30 individer vexlande mellan 15 och 30 cm:s längd. Då jag erhållit i uppdrag, att, utom hela djur för demonstrationsändamål, äfven anskaffa könsdelar (mesorchium och mesovarium), fixerade i och för histologisk undersökning, skred jag genast till de erhållna djurens öppnande. Jag hade redan undersökt ett tiotal utan att finna något annat än det vanliga, d. v. s. ovarie-ägg i olika stadier och mer eller mindre utvecklade »testisflikar», då vid öppnande af ett af de största exemplarens kroppshåla ett ägg, olikt de öfriga såväl till form som färg, gled ut på dissektionsbrickan. Fig. å följ. sida återger detta ägg i 3 g:grs förstoring.

Den rödgula färgen, det fasta pergamentartade skalet och framför allt de i äggets båda poler sittande knippena af borstlika krokar eller hullingar visade tydligt nog, att jag genom en lycklig tillfällighet kommit i besittning af ett af de redan af THOMSON, STEENSTRUP, RETZIUS, m. fl. beskrifna s. k. mogna äggen. Då dessa mogna ägg, så vidt jag vet, blifvit funna i Sverige endast *två gånger*, nemligen af MALM (Lysekil 5 Aug. 1854) samt af G. RETZIUS (Kristineberg 24 Juli 1888), samt då utländska fynd, så vidt jag vet, gjorts endast en gång i

Skottland, (beskrifvet af A. THOMSON 1859), samt en gång i Danmark (September 1862, beskr. af STEENSTRUP 1863), måste de betraktas som temligen sällsynta. Det af mig funna ägget öfverensstämmer i allt väsentligt med det RETZIUS'ska exemplaret, det enda, af hvilket jag har till mitt förfogande en noggrann beskrifning.

Det i fråga varande äggets totallängd är något öfver 20 mm. hvaraf på sjelfva ägget komma 16 mm. samt på det längre hakknippet 3 mm., på det kortare 1,5 mm. Det af RETZIUS beskrifna ägget hade en längd af 14 mm. med ett par hakknippen om hvardera 4 mm. Till formen öfverensstämmer mitt ägg så godt som fullständigt med det RETZIUS'ska. Liksom detta, är det bredare mot den ena polen (här den med det längre hakknippet), liksom detta visar det äfven här en liten



Ägg af Myxine, 3 ggr förstoradt.

konisk upphöjning (kärnans plats?); hvad färgen angår, beskrifver RETZIUS det af honom funna som »*von mehr gelber Farbe*» (än ovarie-äggen); mitt ägg skiljde sig skarpt från de hvitgula ovarie-äggen genom *en bjärt gulröd, nästan pomeranslik färg*; efter behandling med Perenyis vätska har det antagit en brungul färg, medan de i mesovariet sittande äggen blifvit rent hvita.

Som jag redan nämnt, låg det i fråga varande ägget redan fullkomligt fritt i bukhålan, medan det af RETZIUS funna ännu delvis var fästadt vid mesovariet.

Ett särskildt intresse vinner fyndet derigenom, att det gjorts under vintern, då samtliga föregående fynd förskrifva sig från eftersommaren (Juli, Aug., Sept.); det bestyrker sålunda fullständigt det af RETZIUS uttalade förmodandet, att Myxine skulle sakna en bestämd lektid.

Stockholm 1895. Kungl. Boktryckeriet.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 52. 1895. № 2.

Onsdagen den 13 Februari.

INNEHÅLL:

På tillstyrkan af komiterade antogs till införande i Akademiens Handlingar en afhandling af Professor B. HASSELBERG med titel: »Untersuchungen über die Spectra der Metalle im elektrischen Flammenbogen. II. Spectrum des Titans.»

Berättelse hade blifvit afgifven af Filos. Kandidaten O. M. FLODERUS om den resa, som han under sistlidne sommar, med understöd från *Regnells* zoologiska gåfvomedel, utfört till Köpenhamn, Kiel, Hamburg, Ploen och Kristinebergs zoologiska station för undersökningar rörande nordiska Ascidier.

Hr HASSELBERG refererade en af Docenten J. R. RYDBERG afgifven berättelse om de af honom med bidrag från Wallmarkska donationsfonden utförda undersökningar öfver luftens dispersion.

Hr THÉEL redogjorde för innehållet af ofvannämnda reseberättelse af Filos. Kandidaten O. M. FLODERUS.

Hr GYLDÉN meddelade och refererade en af Doktor I. BENDIXSON författad uppsats: »Sur les points singuliers d'une équation différentielle linéaire».*

Hr TÖRNEBOHM redogjorde för den berättelse, som Docenten H. MUNTHE vid en föregående sammankomst afgifvit öfver en af honom under sistlidne sommar med understöd af Akademien företagen resa i qvartär-geologiskt syfte inom delar af mellersta Sverige.

Öfveringeniör S. A. ANDRÉE meddelade en af honom utförligt utarbetad plan till en polarfärd med användande af luftballon.

Sekreteraren meddelade för införande i Akademiens skrifter följande inlemnade afhandlingar: 1:o) »Om cyans inverkan på α-acidylfenyl-hydrazider», af Professor O. WIDMAN*; 2:o) »Om de fem- och sexledade aromatiska thiohydantoinernas konstitution», af Docenten N. A. LANGLET*; 3:o) »Quelques théorèmes concernant la théorie générale des fonctions continues», af Filos. Doktor H. VON KOCH*; 4:o) »CORIOLIS sats, tillämpad i mjuka kroppars kinematik», af studeranden A. E. FRANSÉN*; 5:o) »Om några nya hydroxylaminderivat», af studerandena C. KJELLIN och K. G. KUYLENSTJERNA*.

Det *Letterstedtska* priset för förtjenstfulla originalarbeten eller vigtiga upptäckter tilldelades Professorn A. G. NATHORST för hans under sistlidet år utgifna arbete: »Sveriges Geologi».

Det *Letterstedtska* priset för förtjenstfull öfversättning till svenska språket beslöt Akademien fördela i två lika pris, hvaraf det ena skulle öfverlemnas till Litteratören ALFRED JENSEN för hans under senare åren utgifna öfversättningar i bunden form från slaviska språken, hvaraf under sistlidet år utkommit en öfversättning med titel: »Ur Böhmens moderna diktning», och det andra priset skulle tilldelas Lektorn JOHAN BERGMAN för de

af honom under år 1894 jemväl i bunden form utgifna »Kristna hymner af PRUDENTIUS».

De *Letterstedtska* medlen för maktpåliggande vetenskapliga undersökningar skulle ställas till förfogande af Doktor S. ARRHENIUS för jemförande studier öfver det inflytande, som höga tryck utöfva på i medicinskt och tekniskt hänseende vigtiga bakteriers lifsfunktioner samt på åtskilliga ferments verksamhet och på förloppet af så kallade katalytiska processer.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

Stockholm. *K. Ecklesiastik-Departementet.*
WALLEM, F. M., Handelen med Törfisk og Klipfisk. Kra 1893. 8:o.
GADE, Temperaturmaalinger i Lofoten 1891—92. Kra 1894. 4:o.
KNAP, C., Lofotfiskeriet 1893. Kra. 8:o.
Om Vaarsildfiskeriet Aar 1893. Horten. 8:o.
Fiskeri-Inspektörens Indberetning om Ferskvandsfiskerierne 1887—90. Kra 1894. 4:o.
Tabeller vedkommende Norges Fiskerier i Aaret 1892. Kra 1893. 8:o.
— *K. Vitterhets, Historie och Antiqvitets Akademien.*
Handlingar. D. 31. 1893. 8:o.
— *K. Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Sveriges officiela statistik. 5 häften. 4:o.
— *K. Domänstyrelsen.*
ÖRTENBLAD, TH., Om skogar och skogshushållning i Norrland och Dalarne. 1894. 4:o.
— *Geologiska föreningen.*
Förhandlingar. Bd 16(1894). 8:o.
Lisboa. Commissão dos trabalhos geologicos de Portugal.
SAPORTA & CHOFFAT, P., Nouvelles contributions à la flore mesozoique du Portugal. 1894. 4:o.
Sachsen. Geologische Landesuntersuchung.
Geologische Specialkarte des Königreichs Sachsen. Bl. 54—55, 65, 71—72. 1894. Fol. & 8:o.
Greifswald. Geographische Gesellschaft.
Jahresbericht. 2—5(1883/93). 8:o.
— *Generalstaben.*
Supplementkatalog. N:o 2: 1. 1893. 8:o.
Amsterdam. *Société mathématique.*
Revue semestrielle des publications mathématiques. T. 3(1895): P. 1. 8:o.
Wiskundige opgaven met de oplossingen. D. 6: St. 4. 1895. 8:o.

Basel. *Naturforschende Gesellschaft.*
Verhandlungen. Bd 10: H. 2. 1894.
Belgrad. *Académie R. de Serbie.*
Glas (Bulletin). 45. 1894. 8:o.
Berlin. *Physikalische Gesellschaft.*
Die Fortschritte der Physik. Jahrg. 44(1888): Abt. 1—3. 8:o.
Bergen. *Museum.*
Aarbog. 1893. 8:o.
GULDBERG, G., & NANSEN, F., On the development and structure of the whale. P. 1. 1894. 4:o.
Bologna. *R. Accademia delle scienze.*
Memorie. (5) T. 3. 1892. 4:o.
Bonn. *Sternwarte.*
Catalog der Astronomischen Gesellschaft. Abt. 1: St. 6. Lpz 1894. 4:o.
Bruxelles. *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*
Bulletin. (3) T. 28(1894): N:o 12. 8:o.
Annuaire. Anné 61(1895). 8:o.
Buenos Aires. *Sociedad científica Argentina.*
Anales. T. 38(1894): Entr. 1—4. 8:o.
Cambridge, U. S. *Astronomical observatory of Harvard College.*
Annual report. 49(1893/94). 8:o.
— *Museum of comparative zoology.*
Annual report of the curator. 1893/94. 8:o.
Chambésy. *Herbier Boissier.*
Bulletin. T. 2(1894): N:o 12. 8:o.
Chapel Hill. *Elisha Mitchell scientific society.*
Journal. Vol. 11(1894): P. 1. 8:o.
Cordoba. *Academia nacional de ciencias.*
Boletin. T. 13: Entr. 1. 1892. 8:o.
— *Observatorio nacional Argentino.*
Resultados. Vol. 17 & Atlas. 1893—94. 4:o & Fol.
— *Oficina meteorológica Argentina.*
Anales. T. 9: P. 1—2. 1893—94. 4:o.
Dresden. *K. Sächsisches statistisches Bureau.*
Zeitschrift. Jahrg. 40(1894): H. 1—2. 4:o.
Dublin. *R. Irish academy.*
Proceedings. (3) Vol. 3: N:o 3. 1894. 8:o.
's-Gravenhage. *Ministerie van binnenlandsche zaken.*
KOPS, J., & VAN EEDEN, F. W., Flora Batava. Afl. 307—308. Leiden 1894. 4:o.
Göttingen. *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*
Nachrichten. Math.-physikal. Kl. 1894: Nr 4. 8:o.
» Philol.-hist. Kl. 1894: Nr 4. 8:o.
Halle. *Naturwissenschaftlicher Verein für Sachsen und Thüringen.*
Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd 67(1894): H. 3—4. 8:o.

(Forts. å sid. 80.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 2.
Stockholm.

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

230. Om cyans inverkan på α-acidylfenylhydrazider.

Af OSKAR WIDMAN.

(Meddeladt den 13 Februari 1895.)

I en föregående uppsats[1]) har jag bevisat, att dicyanfenylhydrazin icke, såsom BLADIN antagit, är ett α-derivat af fenylhydrazin:

$$\begin{array}{c} CN.C{:}NH \\ \vert \\ C_6H_5.N.NH_2 \end{array}$$

utan ett β-derivat:

$$C_6H_5.NH.N{:}C\begin{array}{l} \diagup CN \\ \diagdown NH_2 \end{array}.$$

Vid diskussion af dessa båda formler har emellertid BLADIN[2]) bland andra skäl för sin åsikt äfven anfört det, att »wenn das Cyan sich zu der Amidogruppe des Phenylhydrazins und nicht zu der Imidgruppe addirt, ein α-symmetrisches Derivat von diesem, z. B. das α-Methylphenylhydrazin, gleichwie das Phenylhydrazin selbst, ein Additionsproduct liefern sollte». Enligt ett af honom anställdt försök syntes dock cyan icke inverka på en vattenemulsion af α-metylfenylhydrazin; åtminstone kunde han därvid icke erhålla någon kristalliserad förening.

Om nu också denna invändning på intet sätt är i stånd att väsentligen försvaga beviskraften hos de numera bekanta skälen för den nya uppfattningen af dicyanfenylhydrazins kon-

---

[1]) Öfvers. af K. Vet. Akad. Förh. 1895, N:o 1, p. 19.
[2]) Nova Acta Reg. Soc. Sc. Ups., Ser. III, Upsala 1893.

stitution, var det dock af intresse att undersöka, om icke det vore möjligt att af ett α-derivat af fenylhydrazin:

$$C_6H_5.NR.NH_2$$

erhålla en cyanadditionsprodukt, analog med dicyanfenylhydrazin. Jag har därför företagit en undersökning i denna riktning, så mycket häldre som BLADINS nyssnämnda, såsom det synes, tämligen flyktiga försök är det enda, man känner om cyans förhållande till fenylhydrazins substitutionsprodukter.

Till undersökningsobjekt har jag emellertid valt acidylderivaten, hvilka numera utan någon större svårighet kunna erhållas enligt den af mig funna metoden [1]), — och detta dels emedan de lättare än alkylderivaten gifva kristalliserande produkter, dels emedan deras cyanadditionsprodukter lätt borde kunna öfverföras i triazolderivat, hvilka måste vara identiska med vissa af BLADIN förut framställda, för så vidt den numera antagna formeln för dicyanfenylhydrazin är riktig.

Sedan åtskilliga försök att låta cyan inverka på α-fenylhydrazider af *aromatiska* syror strandat på dessas olöslighet i vatten (i äfven svag alkohollösning inträdde förhartsning, i benzollösning egde ingen inverkan rum), öfvergick jag till de *alifatiska* acidylderivaten och specielt, såsom representant för dessa, α-isobutyrylfenylhydrazid, hvilken jag förut framställt och beskrifvit.

Cyans inverkan på α-isobutyrylfenylhydrazid.

Ren, kristalliserad α-isobutyrylfenylhydrazid löstes i en stor kvantitet ljumt vatten, hvarpå lösningen afkyldes och mättades med cyangas. Kolfven fick stå vid rumstemperatur först ett par dagar tillkorkad, därpå ytterligare några dagar öppen. Under tiden hade ett brunt harts i större eller mindre mängd afsatt sig. Den gula lösningen afhälldes därpå och utskakades med eter. Extraktet utgjordes af en lätt stelnande, röd olja, som vid tvättning med *litet* eter gaf en rent hvit, kristallinisk kropp.

---

[1]) Öfvers. af K. Vet. Akad. Förh. 1895, N:o 1, p. 5.

β-Dicyan-α-isobutyrylfenylhydrazin.

$$C_6H_5.N\begin{matrix}\diagup CO.CH(CH_3)_2 \\ \diagdown N:C\begin{matrix}<NH_2 \\ CN\end{matrix}\end{matrix}$$

På detta sätt erhållen, smälter föreningen vid 150°. Den är dock ytterst lätt föränderlig, i det den afger vatten och öfvergår i ett triazolderivat. Vid omkristallisation ur alkohol sjunker därför smältpunkten för hvarje gång t. ex. till 144°, 139° o. s. v. Kroppen uppträder därvid i vackra, färglösa blad eller taflor, som lösas lätt i alkohol men tämligen svårt i eter.

	Beräknadt för $C_{12}H_{14}N_4O$:	Funnet:
N	24,4	24,1.

Vid omkristallisation af denna förening iakttager man understundom en inblandning af en annan kropp, som är mycket svårlösligare och därför lätt kan bortskaffas helt enkelt genom filtrering. Denne senare uppträder sporadiskt, och jag har icke lyckats utröna de närmare vilkoren för hans bildning. Under skenbart alldeles lika förhållanden anträffas han den ena gången men icke den andra. Blott en gång har jag erhållit honom i en för analys tillräcklig mängd. Att döma af kväfvehalt, bildningssätt och egenskaper torde han icke kunna vara något annat än

β-Cyan-di-α-isobutyrylfenylhydrazin.

$$\begin{matrix} & & N{=}C{-}C{=}N & & \\ C_6H_5.N\diagup & & H_2N \quad NH_2 & & \diagdown N.C_6H_5 \\ (CH_3)_2CH.CO & & & & CO.CH(CH_3)_2. \end{matrix}$$

Kroppen smälter skarpt vid 217°, är temligen svårlöslig i äfven kokande vatten och kristalliserar i små, korta nålar eller prismer.

3-Cyan-5-isopropyl-1-fenyl-1, 2, 4-triazol.

```
                N—C.CN
                ‖   ‖
    (CH3)2CH.C   N
                 \/
                 N.C6H5
```

Såsom redan är anmärkt, förlorar dicyanisobutyrylfenylhydrazin mycket lätt vatten. Den öfvergår därvid i en förening af ofvan stående konstitution. Man behöfver blott afdunsta alkohollösningen, försatt med några droppar saltsyra, till torrhet för att på kortaste tid föra reaktionen till slut.

Eljest förlorar dicyanföreningen spontant vatten äfven i en vattenlösning vid vanlig temperatur. Om den med cyangas mättade vattenlösningen af α-isobutyrylfenylhydrazid får stå i öppet kärl, t. ex. en mindre cylinder, ett par månader, afskilja sig småningom vackra, stora, röda kristallkrustor. Öfvergjuter man dessa med kall eter, så löses det allramesta ytterst lätt. Det olösta består af dicyan- eller eventuelt cyanisobutyrylfenylhydrazin. Vid eterns afdunstning kristalliserar därpå cyanisopropylfenyltriazol i vackra kristaller och vanligen i fullkomligt rent tillstånd.

Föreningen kristalliserar lätt icke blott ur eter utan äfven ur gasolja eller något utspädd alkohol och afskiljer sig därvid i färglösa, utmärkt väl utbildade, sexsidiga taflor eller tunna, långa blad. Smältpunkten ligger vid 76—77°.

	Beräknadt för $C_{12}H_{12}N_4$:	Funnet:
N	26,4	26,4.

Genom dicyanfenylhydrazins upphettning med isosmörsyreanhydrid har BLADIN[1]) framställt en cyanisopropylfenyltriazol, hvilken han dock icke kunde erhålla i rent tillstånd utan direkt öfverförde i isopropylfenyltriazolkarbonsyra och dennas amid. Enligt den nya dicyanfenylhydrazinformeln måste min förening vara identisk med BLADINS, såsom framgår af följande reaktionsformel:

[1]) Öfvers. af K. Vet. Akad. Förh. 1891, N:o 5, p. 319.

$$(CH_3)_2CH.CO\,OH + \begin{matrix} H_2N-C.CN \\ \| \\ N \\ / \\ HN.C_6H_5 \end{matrix} = (CH_3)_2CH.\begin{matrix} N-C.CN \\ \|\quad\| \\ C\quad N \\ \diagdown\diagup \\ N.C_6H_5 \end{matrix} + 2H_2O.$$

För att konstatera identiteten har jag ur min cyanförening framställt motsvarande syra och amid.

Isopropylfenyltriazolkarbonsyran.

$$\begin{matrix}(CH_3)_2CH \\ C_6H_5\end{matrix}\!\!>C_2N_3.CO\,OH$$

erhölls lätt ur nitrilen genom uppvärmning med utspädd kalilut. Efter tillsats af klorvätesyra till sur reaktion afskiljde sig snart breda, spetsiga, glänsande, i eter svårlösliga kristaller. Vid omkristallisation ur benzol erhöllos blad eller egendomliga vårtor. De innehöllo kristallbenzol och smälte omkring 112°. Efter benzolens aflägsnande genom lindrig upphettning smälte substansen under häftig gasutveckling vid 153°.

Isopropylfenyltriazolkarbonsyrans amid.

$$\begin{matrix}(CH_3)_2CH \\ C_6H_5\end{matrix}\!\!>C_2N_3.CO\,NH_2$$

framställdes ur nitrilen på det sätt, att den ganska utspädda alkohollösningen försattes med några droppar kalilut och tämligen mycket vätesuperoxid, hvarefter blandningen uppvärmdes till 80°. Efter tillsats af något kloramonium afdunstades lösningen till torrhet. Härvid utföll den bildade amiden såsom en stelnande olja. Vid därpå följande kristallisation ur vatten blandadt med litet alkohol afskilde den sig i färglösa, små, glänsande, tjocka pyramider, hvilka smälte vid två olika beredningar vid resp. 145—146° och 144°.

Jämför man nu de af mig iakttagna egenskaperna med de af BLADIN angifna, finner man att de mot all förväntan alldeles icke stämma öfverens. BLADINS syra smälter (benzolfri) vid

135°, min vid 153°, BLADINS amid vid 127,5°—128°, min vid 145°. Docenten BLADIN har beredvilligt ställt till mitt förfogande de preparat af de båda kropparne, som han ännu hade kvar, och jag har icke blott ånyo bestämt deras smältpunkter utan äfven omkristalliserat dem utan att dock hafva erhållit annat resultat än en fullständig bekräftelse på BLADINS uppgifter.

Häraf skulle således framgå, att de af mig erhållna föreningarne icke äro identiska med BLADINS. Detta var emellertid absolut oförenligt med den af mig och för öfrigt äfven af BAMBERGER och DE GRUYTER [1]) bevisade konstitutionen för dicyanfenylhydrazin och de därur härledda triazolföreningarne.

För att undersöka, om detta högst oväntade resultat möjligen kunde bero på någon slags förorening i den af mig använda isobutyrylkloriden eller i den af BLADIN begagnade isosmörsyreanhydriden, af hvilken senare en del ännu var tillgänglig, försökte jag att ur båda preparaten framställa samma förening och valde härtill *β-isobutyrylfenylhydrazid.*

Genom sammanblandande af 2 molekyler fenylhydrazin och en molekyl isobutyrylklorid i eterlösning erhölls nu en produkt, som redan efter andra kristallisationen smälte vid 140° och var fullkomligt ren β-isobutyrylfenylhydrazid. [2])

Då jag däremot sökte framställa samma förening genom uppvärmning af ekvimolekulära mängder fenylhydrazin och BLADINS isosmörsyreanhydrid, visade sig produkten vara mycket oren, så att smältpunkten i början låg vid 123° och vid omkristalliseringar blott mycket långsamt steg till resp. 126—128°, 132° o. s. v.

Detta ådagalade, att den isosmörsyreanhydrid, som BLADIN erhållit från KAHLBAUMS fabrik i Berlin, var betydligt oren, hvilket äfven framgick af en kokpunktsbestämning. Anhydriden kokade nämligen mycket oskarpt, vid 170—193°.

---

[1]) Ber. der Deutsch. chem. Ges. 26, 2385.

[2]) Föreningens öfriga egenskaper äro beskrifna i Öfvers. af K. Vet. Akad. Förh. 1895, N:o 1, p. 12.

Sedan några försök att framställa de ifrågavarande triazolföreningarne genom dicyanfenylhydrazins behandling med isobutyrylklorid blott ledt till total förhartsning af reaktionsmassan, rekvirerade jag en ny kvantitet isosmörsyreanhydrid från KAHLBAUMS fabrik. Detta preparat kokade till största delen mellan 180—190° och det mesta gick öfver vid 185—187° (756 mm. barometertryck, hela kvicksilfverpelaren i gasen). För att än ytterligare pröfva preparatets renhet användes en del af hufvudfraktionen till framställning af β-isobutyrylfenylhydrazid. I detta fall erhölls en fullkomligt ren, vid 140° smältande produkt redan efter 2 kristallisationer.

Med användande af detta preparat framställde jag därpå *fenylisopropyltriazolkarbonsyra ur dicyanfenylhydrazin* enligt det af BLADIN använda och beskrifna förfaringssättet. Efter ett par omkristallisationer ur benzol och en ur vatten smälte den från kristallbenzol (resp. kristallvatten) befriade syran precis vid 153° och visade för öfrigt alla de ofvan angifna egenskaperna.

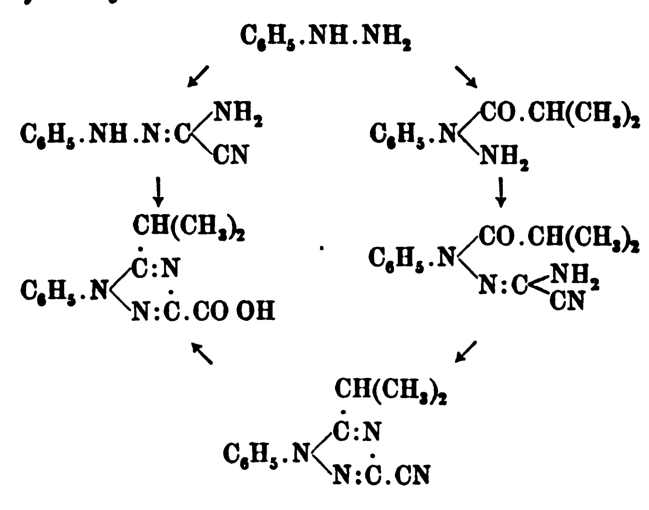
	Beräknadt för $C_{12}H_{13}N_3O_2$:	Funnet:
N	18,2	18,4.

Af den rena syran framställde jag därpå etyletern (med alkohol och klorväte) och ur denna *fenylisopropyltriazolkarbonsyrans amid*. Denna smälte redan efter den första kristallisationen vid 140°, efter den andra vid 144° och öfverensstämde fullständigt med den ofvan beskrifna.

Häraf framgår således, att de af BLADIN angifna smältpunkterna måste korrigeras: för fenylisopropyltriazolkarbonsyran från 135° till 153° och för samma syras amid från 127,5° till 145°, samt att *de ur dicyanfenylhydrazin och de ur dicyanisobutyrylfenylhydrazin erhållna fenylisopropyltriazolföreningarne äro identiska.*

Den ofvan beskrifna undersökningen har således ådagalagt, att *α-acidylfenylhydrazider lika väl som fenylhydrazin själf kunna gifva cyanadditionsprodukter.* Den lemnar äfven, såsom

följande skematiska sammanställning visar, *ett nytt, påtagligt bevis för uppfattningen af dicyanfenylhydrazin såsom ett β-derivat af fenylhydrazin och för de nya formlerna för* BLADINS *triazolföreningar.*



Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 2.
Stockholm.

231. Om de fem- och sexledade aromatiska thiohydantoinernas konstitution.

Af N. A. LANGLET.

[Meddeladt den 13 Februari 1895 genom P. T. CLEVE].

I sammanhang med några undersökningar öfver substituerade sexlediga thiohydantoiner har jag i en föregående uppsats [1]) påpekat några skäl för antagandet, att substituenten hos dessa icke intager samma ställning som hos motsvarande femledade derivat, åtminstone med den uppfattning man hittills haft af de senares konstitution. Jag skall här i korthet upprepa dessa skäl och derjemte utförligare redogöra för de experimentella undersökningar, som jag verkställt för att ytterligare belysa frågan.

Med antagande af formeln RHN—C(SH)=NH för de aromatiska svafvelurinämnena blir egentligen endast en formel för thiohydantoinerna möjlig nämligen för de 5-ledade:

$$HN=C\langle{}^{S-CH_2}_{RN-CO}$$

och för de sexledade således:

$$HN=C\langle{}^{S-CH_2}_{RN-CO}\rangle CH_2,$$

och densamma är för de förra också den allmänt antagna. Det hade derför legat närmast till hands att antaga samma konstitution hos de af mig framställda sexlediga föreningarna, om icke uppkomsten af en acetylförening vid försök till framställande af

[1]) Om sexledade thiohydantoiner. II. Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1895, s. 42.

den osubstituerade thiohydantoinen lagt hinder i vägen för en sådan uppfattning. Ty om man gifver denna acetylförening formeln:

$$\begin{array}{c} S-CH_2 \\ C_2H_3ON=C\langle \qquad \rangle CH_2, \\ HN-CO \end{array}$$

så borde äfven de substituerade derivaten af den ofvan antagna formeln:

$$\begin{array}{c} S-CH_2 \\ HN=C\langle \qquad \rangle CH_2, \\ RN-CO \end{array}$$

gifva ett motsvarande derivat då de in statu noscenti behandlas med acetanhydrid. Tilldelar man åter acetylföreningen sammansättningen:

$$\begin{array}{c} S-CH_2 \\ HN=C\langle \qquad \rangle CH_2, \\ C_2H_3ON-CO \end{array}$$

så borde sinapanpropionsyran,

$$\begin{array}{c} \diagup S-\!\!-CH_2 \\ CO \qquad \rangle CH_2, \\ \diagdown NH-CO \end{array}$$

under samma förhållande bilda ett acetylderivat. I intetdera fallet eger detta rum, och det synes derför icke osannolikt, att i thiohydantoinföreningarne den substituerade radikalen intager samma plats som acetylgruppen, och dessa således, att döma af sinapanpropionsyrans förhållande till acetanhydrid hafva formeln:

$$\begin{array}{c} S-CH_2 \\ RN=C\langle \qquad \rangle OH_2. \\ HN-CO \end{array} \tag{1}$$

Bildningen af acetylderivat är emellertid icke något afgörande bevis för nyssnämnda formel, ty det kan ju tänkas, att i sinapanpropionsyran de två på ömse sidor om NH stående grupperna verka hinderligt för bildandet af en acetylförening. Ytterligare klarhet borde härutinnan vinnas genom undersökning

af de aromatiska thiohydantoinernas förhållande vid kokning med syror. En förening af formeln

$$HN{=}C\left\langle\begin{matrix} S-CH_2 \\ RN-CO \end{matrix}\right\rangle CH_2 \qquad (2)$$

bör vid en dylik behandling ytterst lätt gifva ammoniumsalt och ett derivat af sinapanpropionsyra på samma sätt som vanlig thiohydantoin spaltas i ammoniak och sinapanättiksyra vid kokning med saltsyra. Emellertid visade sig detta ingalunda vara fallet. Jag har redan i den ofvan citerade uppsatsen antydt att hvarken ammoniak eller det väntade diacitetrahydro-1, 3-azthinderivatet kunde erhållas genom upphettning af de sexlediga thiohydantoiners klorvätesalt med vatten. I stället bildades smärre kvantiteter anilin, under det att hufvudmassan af reaktionsprodukten utgjordes af en i fina hvita nålar kristalliserande substans, som småningom afskildes efter neutralisering med Na OH, och till hvilken jag straxt skall återkomma.

Jag har sedermera öfvertygat mig om, att äfven vid längre upphettning med starkare syra intet spår af ammoniak kan iakttagas, under det att den bildade kvantiteten anilin betydligt ökas, utan att den dock uppgår till sådan mängd, att den kan kvantitativt bestämmas.

Den nyss omnämnda i hvita nålar kristalliserande substansen erhålles bäst genom upphettning af fenylthiohydantoinens klorvätesalt med vatten under ett par minuter till 100°. (Använder man öfverskott af syra blir utbytet vida mindre och efter kokning med stark syra erhålles alls intet af föreningen).

Efter afsvalning neutraliseras vätskan försiktigt med natronlut. Först efter flere timmar har föreningen fullständigt utkristalliserat; den tvättas då omsorgsfullt med kallt vatten och omkristalliseras ur kokande 60- à 70 %-tig alkohol. Den afskiljes ur detta lösningsmedel i form af hvita ytterst fina, med hvarandra tätt sammanfiltade, eller till små kulformiga aggregat förenade nålar, som smälta vid 125°. Föreningen är nästan olöslig i kallt vatten och kall alkohol och mycket svårlöslig i

de kokande vätskorna. I en varm blandning af alkohol och vatten löser den sig deremot tämligen lätt.

Analys:

	Beräknadt för $C_{10}H_{12}N_2SO_2 + {}^1/_2$ aq:	Funnet:
C	51,50	51,66
H	5,58	5,69
N	12,02	12,15
H_2O	3,86	3,80.

Föreningen skulle således vara fenyl-imidokarbamin-β-thiomjölksyra: $C_6H_5NH—C(NH)—S—CH_2—CH_2COOH$, motsvarande den antagna formeln för motsvarande thioglykolsyrederivat (MEYERS [1]) *o*-fenylthiohydantoinsyra) $C_6H_5NH—C(NH)—S—CH_2—CO_2OH$, eller också $H_2N—C(N.C_6H_5)—S—CH_2—CH_2—COOH$. Till frågan om den ena eller andra formelns sannolikhet skall jag längre fram återkomma.

Bestämningen af kristallvattnet var förenad med stora svårigheter. Under 80° förlorar substansen icke det ringaste i vigt och vid längre upphettning till 90 à 100° undergår der så småningom en djupare sönderdelning och flyter sönder till en vätska som svagt luktar af fenylsenapsolja. Vid denna process förlorar den i vigt 14 à 15 %. Vid mycket långvarig upphettning vid ungefär 85° till konstant vigt uppgick vigtförlusten till ofvan nämnda tal. Föreningen smakar och reagerar svagt surt och löses ytterst lätt i syror och alkalier. Ur den senare lösningen kan den icke i oförändrad form åter erhållas.

Reaktionen vid upphettningen med klorvätesyra går således till hufvudsaklig del i den riktningen att vatten upptages och ringen spränges emellan CO gruppen och kväfvet:

```
        CH2
       /   \                        CH2—COOH
    CH2     CO        OH           /
     |      |     +   |    =    CH2
     S      NR        H            \
       \   /                        S—C(NH)NHR
        C=NH
```

[1]) Ber. der deutsch. Chem. Ges. XIV: 1660.

eller snarare

$$\begin{array}{c} CH_2 \\ CH_2 \quad CO \\ | \qquad | \\ S \quad NH \\ C{=}NR \end{array} + \begin{array}{c} O{-}H \\ | \\ H \end{array} = \begin{array}{l} CH_2{-}COOH \\ CH_2 \\ S{-}C(NR)NH_2 \end{array}$$

Bildningen af anilin talar temligen bestämdt för den senare formeln. Emellertid kan det vara möjligt, att denna anilin är en sekundär produkt, uppkommen genom inverkan af klorvätesyra på redan färdigbildad thiohydantoinsyra. Deremot torde väl den totala frånvaron af klorammonium i reaktionsprodukten kunna anses för ett så godt som afgörande bevis för riktigheten af formeln (1) sid. 70. Ty det är svårt, att inse hvarför en förening med den sammansättning, som formeln (2) angifver, icke skulle, innan den undergår någon vidare förändring, vid behandling med HCl utbyta NH-gruppen vid kolet mot syre, då detta så ytterst lätt sker t. ex. med acetylderivatet af den osubstituerade sexledade thiohydantoinen:

$$HN{=}C\begin{array}{c} S{-}CH_2 \\ \\ NH{-}CO \end{array}CH_2.$$

Då enligt uppgift den vanliga 5-ledade fenylthiohydantoinen vid kokning med utspädd saltsyra ger ammoniak och fenylsinepanättiksyra (fenylsenapsoljeglykolid):

$$\begin{array}{c} S{-}CH_2 \\ | \qquad \rangle CO \\ CO{-}NC_6H_5 \end{array}$$

och således bör hafva en sammansättning motsvarande formeln (2), uppställer sig den förut antydda möjligheten af de femledade och sexledade derivaten icke skulle hafva samma konstitution. Det är dock icke lätt att förstå, hvarför fenylsvafvelurinämne skulle reagera på ett annat sätt på β-jodpropionsyra än på monoklorättiksyra. För att i någon mån vinna klarhet härutinnan har jag försökt framställa sexledad fenylthiohydantoin efter en annan metod, då det ju kunde vara möjligt en isomer

form, motsvarande formeln (2) på detta sätt skulle kunna erhållas. Som bekant har ANDREASCH[1]) erhållit fenylthiohydantoin genom inverkan af fenylcyanamid på thioglykolsyra, enligt följande af honom uppstälda reaktionsformel

$$HN{=}C{\overset{\diagup NC_6H_5}{}} + HS.CH_2COOH = HN{=}C\begin{matrix}\diagup NC_6H_5 \\ \quad \diagdown CO. \\ | \quad\quad | \\ S - CH_2\end{matrix}$$

Man kunde då vänta sig att fenylcyanamid på samma sätt skulle addera sig till β-thiomjölksyra, ehuru antagligen ingen kondensation skulle ega rum, då densamma hos de sexledade derivaten ojemförligt svårare försiggår. Produkten borde således icke blifva en sexledad thiohydantoin, utan den deremot svarande thiohydantoinsyran således fenylimidokarbamin-β-thiomjölksyra:

$$HN{=}C{=}NC_6H_5 + HS{-}CH_2{-}CH_2COOH =$$
$$= HN{=}C(NHC_6H_5){-}S{-}CH_2COOH.$$

Ur denna borde sedermera kunna erhållas hydantoinen genom kokning med acetanhydrid. Försöket utfördes sålunda, att en blandning af lika molekyler fenylcyanamid och β-thiomjölksyra (erhållen genom reduktion af β-dithiodilaktylsyra och följaktligen fullkomligt ren) och isättika kokades ett par minuter, hvarefter vätskan fick stå ett par dagar. Då efter denna tid inga kristaller afsatt sig och lukten af thiomjölksyran fullständigt försvunnit, kokades den brunfärgade produkten med vatten under tillsats af ammoniak och fick åter stå ett par dagar, hvarunder den till största delen stelnade till sega klumpar. Vattnet afhälldes, och återstoden löstes i utspädd kokande alkohol. Efter 7 à 8 omkristalliseringar var produkten ren och utgjordes af hvita glänsande nålar som smälte vid 157°.

Analysen gaf följande resultat:

	Beräknadt för $C_{10}H_{10}N_2SO$:	Funnet:
C	58,25	58,34
H	4,85	5,13
N	13,59	13,66.

[1]) Monatshefte f. Chemie II: 775.

Mot förväntan hade således kondensation egt rum och en sexledig fenylthiohydantoin uppstått. Det återstod då att afgöra, huruvida denna var identisk med den förut af β-jodpropionsyra och fenylsvafvelurinämne framstälda vid 154° smältande föreningen. Den senare hade till följd af brist på material icke kunnat omkristalliseras mer än två gånger, och det var derför möjligt att smältpunkten blifvit funnen något för lågt.

Jag framställde derför en ny kvantitet deraf, och efter en åtta gånger upprepad omkristallisering ur alkohol gick smältpunkten verkligen upp till 157°.

Vid kokning med utspädd saltsyra af den enligt den senare metoden erhållna produkten erhölls endast anilin och icke ett spår af ammoniak. De båda föreningarna äro således tydligen identiska. Reaktionen emellan fenylcyanamid och β-thiomjölksyra försiggår följaktligen enligt sannolikt efterföljande ekvation:

$$C_6H_5N=C\begin{matrix}\diagup NH & COOH \\ + & \rangle CH_2 \\ HS & -CH_2\end{matrix} = C_6H_5N=C\begin{matrix}\diagup NH\text{-}CO \\ \ \rangle CH_2 \\ \diagdown S-CH_2\end{matrix}$$

och sålunda icke analogt med det af ANDREASCH antagna, ofvan anförda reaktionsförloppet vid inverkan af fenylcyanamid på thioglykolsyra.

Under sådana förhållanden kunde man vara berättigad att draga i tvifvelsmål, huruvida de femledade thiohydantoinernas konstitution blifvit rigtigt uppfattad.

BEILSTEIN uppgifver i sin Handbuch der org. Chemie (3:e uppl. sid. 403), att fenylthiohydantoin vid kokning med saltsyra ger fenylsinapanättiksyra. Någon litteraturuppgift derom har jag dock icke lyckats finna. Vidare har ANDREASCH [1]) funnit att allylthiohydantoins klorhydrat vid kokning med vatten spaltas i NH_4Cl och en olja, som han antager vara sinapanättiksyrans allyleter, $C_3H_5N\begin{matrix}\diagup CO-S \\ \diagdown CO-CH_2\end{matrix}$.

[1]) l. c.

Det är väl dessa tvänne uppgifter jemte P. MEYERS[1]) syntes af fenylthiohydantoin (genom inverkan af kloracetanilid på svafvelurinämne), som ligger till grund för det allmänna antagande af att de substituerade thiohydantoinerna hafva en mot formeln (2) svarande sammansättning.

För att kontrollera BEILSTEINS uppgift framstälde jag fenylthiohydantoin enligt den af P. MEYER (Ber. d. deutsch. Ges. XIV, 1661) angifna metoden genom kokning af fenylthiohydantoinsyra med isättika. Den flera gånger omkristalliserade produkten, som hade den uppgifna smältpunkten 178°, kokades en kort stund med starkt utspädd saltsyra.

Efter afsvalning neutraliserades den med natronlut, hvarvid största delen af fenylthiohydantoinen oförändrad utföll. Någon ammoniak kunde icke observeras, deremot kunde äfven i detta icke obetydliga spår af anilin påvisas. Äfven vid temligen långvarig upphettning med en något mindre utspädd syra erhölls icke någon ammoniak, under det att anilin i detta fall i relativt riklig mängd bildades. Lika litet erhölls någon fenylsinapanättiksyra. Deremot kristalliserade denna i riklig mängd, om man kokade fenylthiohydantoin med 25 %-tig saltsyra i några minuter. I detta fall utvecklades vid neutralisering af vätskan med natronlut ammoniak, men äfven anilinmängden hade betydligt ökats. Icke heller i detta fall hade hela thiohydantoinmängden sönderdelats. Jag har sedermera öfvertygat mig, att äfven vid kokning af fenylthiohydantoinsyra med saltsyra, då fenylsinapanättiksyra särdeles lätt uppstår, icke obetydligt anilin bildas.

Frånvaron af ammoniakbildning vid kokning med mycket utspädd HCl samt uppkomsten af anilin tala bestämt mot den antagna formeln

$$HN{=}C\begin{matrix}\diagup S-CH_2 \diagdown \\ \diagdown NC_6H_5 \diagup\end{matrix}CO$$

1) Ber. d. deutsch. chem. Ges. X: 1965.

och för formeln

$$C_6H_5N{=}C\begin{matrix} S{-}CH_2 \\ \diagdown NH \end{matrix}\!\!>CO.$$

Det återstår då att söka förklara bildningen af fenylsinapanättiksyra med antagande af den senare formeln. Detta bjuder inga svårigheter, om man antager en öfvergående bildning af en thiohydantoinsyra af samma art som den, som enligt hvad ofvan blifvit visadt, eger rum vid kokning af den sexledade fenylthiohydantoinen med utspädd klorvätesyra (se sid. 72). Denna thiohydantoinsyra saponifieras sedermera under bildning af en oxisyra, som genast öfvergår till isomer (tautomer?) karbaminthiomjölksyra hvilken sedan under vattenafspaltning öfvergår till fenylsinapanättiksyra. Reaktionen skulle således kunna uttryckas genom följande eqvationer:

$$1)\quad S\!\!<\!\begin{matrix} CH_2{-}CO \\ C_6H_5N{=}C{-}{-}NH \end{matrix} + \begin{matrix} OH \\ | \\ H \end{matrix} = \begin{matrix} \diagup NC_6H_5 \\ C{-}S{-}CH_2{-}COOH. \\ | \\ NH_2 \end{matrix}$$

$$2)\quad \begin{matrix} \diagup NC_6H_5 \\ C{-}S{-}CH_2{-}COOH \\ \diagdown NH_2 \end{matrix} + H_2O{-}NH_3 = \begin{matrix} \diagup NC_6H_5 \\ C{-}S{-}CH_2{-}COOH= \\ \diagdown OH \end{matrix}$$

$$= C_6H_5NH{-}CO{-}S{-}CH_2COOH.$$

$$3)\quad C_6H_5NH{-}CO{-}S{-}CH_2COOH = \begin{matrix} \diagup S{-}CH_2 \\ CO \qquad | \\ \diagdown C_6H_5N{-}CO \end{matrix} + H_2O.$$

Det har visserligen icke lyckats mig att påvisa mellanprodukterna, men detta innebär intet förvånande, då de sannolikt förefinnas endast i ytterst små kvantiteter på en gång, emedan de genast öfvergå till slutprodukten. På samma sätt kan den af ANDREASCH iakttagna bildningen af ammoniak vid sönderdelningen af allylthiohydandoinklorhydratet förklaras.

Enligt denna uppfattning skulle således reaktionen vid behandlingen af fem- och sexlediga thiohydantoiner till en början

förlöpa fullkomligt på samma sätt, men sedermera hos de senare afstanna i och med bildningen af en thiohydantoinsyra, under det att denna hos de förra undergår vidare sönderdelning.

Anilinbildningen, som i båda fallen är en bireaktion, kan vara antingen primär eller sekundär och beror i senare fallet på saltsyrans inverkan på mellanprodukterna. Uppkomster af anilin vid behandlingen af fenylthiohydantoinsyra med HCl (sid. 00) talar för det sistnämnda. Fenylthiohydantoins syntes af kloracetanilid $C_6H_5NH\ CO\ CH_2Cl$ och svafvelurinämne, som af ANDREASCH ansetts afgörande för konstitutionen, (l. c.) bevisar i sjelfva verket ingenting då det alltid är möjligt att fenylderivatet här uppstår såsom sekundär produkt genom inverkan in statu nascenti af bildadt anilinklorhydrat på thiohydantoin, hvilka senare synas utgöra hufvudprodukterna vid reaktionen.

Ehuru således inga fullt bindande bevis finnas för den ena eller andra formelns riktighet, tyckas dock flera skäl tala för än mot att de fem- och sexledade aromatiska thiohydantoinerna hafva sammansättningen:

$$C_6H_5N{=}C\begin{matrix}\diagup S - CH_2 \\ \diagdown NH - CO\end{matrix} \quad \text{resp.} \quad C_6H_5N{=}C\begin{matrix}\diagup S - CH_2 \\ \qquad\quad \rangle CH_2. \\ \diagdown NH - CO\end{matrix}$$

Med antagande af denna uppfattning måste MEYERS s. k. *o*-fenylthiohydantoinsyra erhålla formeln:

$$H_2N-C(NC_6H_5)-S-CH_2COOH$$

och deremot JÄGERS [1]) fenylimidokarbaminthioglykolsyra tilldelas den förut för den förra antagna: $C_6H_5NH-C(NH)S-CH_2COOH$, en sammansättning som föröfrigt af upptäckaren föreslagits, ehuru den sedermera ansetts oriktig. Likaledes måste man anse, att svafvelurinämnena med monokloråttiksyra och β-jodpropionsyra reagera enligt formeln $RN{=}C\begin{matrix}\diagup NH_2 \\ \diagdown SH\end{matrix}$ och ej såsom förut antagits:

$$HN{=}C\begin{matrix}\diagup NHR \\ \diagdown SH\end{matrix}.$$

[1]) Journ. f. pract. Chemie [2]: 16, 17.

Hvad de alifatiska derivaten beträffar, så är det a priori sannolikt, att de hafva samma konstitution som de aromatiska; en undersökning angående detta torde vara behäftad med stora svårigheter, dels på grund af dessa föreningars obeständighet, dels till följd af svårigheten att erhålla tillräckligt material.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 60.)

Hamburg. *Verein für naturwissenschaftliche Unterhaltung.*
Verhandlungen. Bd 8(1891—93). 8:o.

Harlem. *Koloniaal museum.*
Bulletin. 1893: 1—3, 1894: 1—3 & Extra Bulletin. 8:o & 4:o.
Voortbrengselen van Nederl. West-Indië. 8:o.
Gesteenten en mineralien van Nederl. Oost-Indië. 1—4. 8:o.
Voortbrengselen van de groote cultuur in Nederl. Oost-Indië. 1—4, 6, 8. 8:o.
Verschillende voortbrengselen uit het plantenrijk in Nederl. Oostindië. 1—3. 8:o.
VAN EEDEN, F. W., Houtsoorten van Nederl. Oost-Indië. 1886. 8:o.
— Plantaardige vezelstoffen. 1887. 8:o.
— Le musée colonial de Harlem. Paris 1893. 8:o.
Catalogus der boekverzameling. Ged. 1. 1891. 8:o.
Fotografisk vy af museet. Fol.

Helsingfors. *Statistiska centralbyrån.*
Bidrag till Finlands officiela statistik. II: 6. 1894. 4:o.

Kharkow. *Kejserl. Universitetet.*
Objazatelnyja patologo-anatomičeskija izslědovanija studentov medikov. 1890: 1—2, 1891—93: 1—2, 1894. 8:o.

Kjöbenhavn. *Meteorologisk Institut.*
Observations intern. polaires, 1882—83. Expédition Danoise. Observations faites à Godthaab. T. 1: Livr. 2. 1894. 4:o

La Plata. *Museo.*
Revista. T. 3(1892)—4(1893). 8:o.

London. *Nautical Almanac office.*
The Nautical almanac. Year 1898. 8:o.
— *R. Astronomical society.*
Monthly notices. Vol. 55(1894/95): N:o 1—2. 8:o.
— *Geological society.*
Quarterly journal. Vol. 51(1895): P. 1. 8:o.
— *Royal society.*
Proceedings. Vol. 57(1895): N:o 340—341. 8:o.

London, Ontario. *Entomological society of Ontario.*
The Canadian Entomologist. Vol. 27(1895): N:o 1. 8:o.
Annual report. 25(1894). 8:o.

Madrid. *Observatorio.*
Observaciones meteorológicas. Años 1892—93. 8:o.
— *Comisión del mapa geológico de España.*
Mapa geológico de España. Escala de 1 : 1,500,000. 1889—93. 1 bl. Fol.

Manchester. *Literary and philosophical society.*
Memoirs and proceedings. (4) Vol. 9(1894/95): N:o 1. 8:o.

(Forts. å sid. 100.)



Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 2.
Stockholm.

Meddelanden från Stockholms Högskola, N:o 148.

Sur les points singuliers d'une équation différentielle linéaire.

Par IVAR BENDIXSON.

[Communiqué le 13 février 1895 par HUGO GYLDÉN.]

Étant donnée l'équation différentielle

$$\frac{dx}{ax - X} = \frac{dy}{-by - Y} \tag{1}$$

où X et Y sont des fonctions entières rationnelles de x et de y ne contenant que des termes de dimension plus grande que 1, on sait par un théorème de M. POINCARÉ, [1]) que l'intégrale générale de cette équation, au voisinage de $x=0$, $y=0$ peut être mise sous la forme suivante

$$T_1^{\frac{1}{a}} \cdot T_2^{\frac{1}{b}} = K$$

T_1 et T_2 étant des séries procédant suivant les puissances entières positives de x, y, et K désignant la constante d'intégration.

Ce développement de l'intégrale n'est pourtant valable que sous la supposition que $\frac{a}{b}$ ne soit pas un nombre réel positif. [2])

Pour le cas au contraire où $\frac{a}{b}$ est un nombre positif on n'a pas réussi à donner un développement de l'intégrale pour des valeurs de x et y au voisinage de $x=0$.

---

[1]) POINCARÉ »Sur les propriétés des fonctions définies par les équations aux différences partielles». Thèse inaugurale. 1879.

[2]) Quant à une autre hypothèse que fait M. POINCARÉ dans le mémoire cité, j'ai montré qu'elle n'est pas essentielle. Voir BENDIXSON »Sur un Théorème de M. POINCARÉ» Comptes Rendus. Avril 1894.

Le cas où $a=b=i$ a pourtant été étudié par M. POINCARÉ dans un chapitre de son traité »Sur les courbes définies par une équation différentielle». [1])

Par un procédé analogue à celui employé par M. POINCARÉ je suis parvenu à un développement de l'intégrale de 1, valable au voisinages de $x=0$, $y=0$, dans le cas où $\frac{a}{b}$ est un nombre positif quelconque.

Sans nuire à la généralité on peut évidemment supposer que les quantités a et b sont réels et positifs.

En mettant alors

$$x^b y^a = \varrho^{a+b}, \ \log\frac{x}{y} = u$$

l'intégrale générale de l'equation (1) *peut être écrite sous la forme suivante*

$$\varrho + \varrho^2 P_2(u) + \ldots + \varrho^\nu P_\nu(u) + \ldots = K. \tag{2}$$

Les P_ν sont des séries procédant suivant les puissances entières et positives de u, convergentes pour toute valeur de u.

La série (2) *est convergente pour toutes les valeurs de ϱ et de u satisfaisant à*

$$|\varrho| < \delta \qquad\qquad |u| < G.$$

G étant un nombre positif aussi grand que l'on voudra et δ un autre nombre positif qui dépend de G et décroît vers zéro quand G va en croissant vers l'infini.

Afin d'établir la formule (2), nous écrivons l'équation différentielle (1) sous la forme d'un système d'équations

$$\frac{dx}{dt} = ax - X$$

$$\frac{dy}{dt} = -by - Y.$$

En mettant

$$x = \varrho e^{au}; \qquad\qquad y = \varrho e^{-bu};$$

[1]) Journal de Math. Tome I, 1885, pages 172—193.

on obtient

$$\frac{d\varrho}{dt}e^{au} + a\varrho e^{au}\frac{du}{dt} = a\varrho e^{au} - \varrho^2 \cdot P$$

$$\frac{d\varrho}{dt}e^{-bu} - b\varrho e^{-bu}\frac{du}{dt} = -b\varrho e^{-bu} - \varrho^2 Q.$$

P et Q désignant des fonctions entières rationnelles de ϱ, e^{au}, e^{-bu}.

De ces dernières équations on obtient

$$\frac{d\varrho}{dt} = -\varrho^2[Pbe^{-au} + Qae^{bu}]\frac{1}{a+b}$$

$$\frac{du}{dt} = 1 - \varrho[Pe^{-au} - Qe^{bu}]\frac{1}{a+b}.$$

L'intégrale générale de ce système d'équations satisfait donc à

$$\frac{\partial\varphi}{\partial u} = \frac{\partial\varphi}{\partial\varrho}\cdot\frac{\varrho^2 S}{1-\varrho T}$$

où l'on a mis

$$S = [Pbe^{-au} + Qae^{bu}]\frac{1}{a+b}$$

$$T = [Pe^{-au} - Qe^{bu}]\frac{1}{a+b}.$$

Pour des valeurs suffisamment petites de ϱ [$|u|$ étant $\leq G$] cette équation peut s'écrire

$$\frac{\partial\varphi}{\partial u} = \frac{\partial\varphi}{\partial\varrho}[\varrho^2\psi_2 + \varrho^3\psi_3 + \ldots + \varrho^\nu\psi_\nu + \ldots] \tag{3}$$

où les ψ_ν sont des fonctions entières rationnelles de e^{au}, e^{-au}, e^{bu}, e^{-bu}.

Cette équation aura donc une intégrale développable en série procédant suivant les puissances croissantes de ϱ et u et se réduisant à ϱ pour $u = 0$.

Soit

$$\varphi = \varrho + \varrho^2 P_2 + \ldots + \varrho^\nu P_\nu + \ldots \tag{4}$$

cette série, on sait que les fonctions P_ν satisfont aux équations suivantes:

$$\frac{dP_2}{du} = \psi_2$$

$$\frac{dP_3}{du} = 2P_2\psi_2 + \psi_3$$

$$\frac{dP_4}{du} = 3P_3\psi_2 + 2P_2\psi_3 + \psi_4$$

— — — — — — —

les constantes d'intégration étant déterminées de sorte que $P_\nu = 0$ pour $u = 0$. Afin de déterminer le domaine de convergence de la série (4) nous la comparons à une autre série formée de la manière suivante.

Ayant fixé un nombre positif G aussi grand que l'on voudra, on peut toujours déterminér un nombre positif M tel que les coefficients des diverses puissances de ϱ dans S et T restent en valeur absolue inférieurs à M, tant que $|u| \leq G$.

Formons ensuite

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u} = \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} \cdot \frac{\varrho^2 \frac{M}{1-\varrho}}{1 - \frac{M\varrho}{1-\varrho}}$$

$$= \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} \cdot \frac{\varrho^2 M}{1 - \varrho(M+1)}$$

et écrivons cette équation sous la forme suivante:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u} = \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho}[\varrho^2 K_2 + \varrho^3 K_3 + \ldots + \varrho^\nu K_\nu + \ldots] \tag{5}$$

ce que l'on pourra faire tant que $|\varrho| < \frac{1}{M+1}$. On sait alors que K_ν est positif et plus grand que $|\psi_\nu|$ tant que $|u| \leq G$.

En désignant par $\Delta_1 \varphi$ l'opération effectuée sur φ dans le second membre de l'équation (5), on sait que la série

$$\varrho + u\Delta_1\varrho + \frac{u^2}{\lfloor 2}\Delta_1^2\varrho + \ldots + \frac{u^\nu}{\lfloor \nu}\Delta_1^\nu\varrho + \ldots \tag{6}$$

est convergente pour des valeurs suffisamment petites de ϱ et de u

$$|\varrho| \leq \delta_1, \qquad |u| \leq \delta_1,$$

et qu'elle satisfait à l'équation (5).

Mais il est aisé de voir que le développement de $\Delta_1\varrho$ commence par un terme en ϱ^2, celui de $\Delta_1^2\varrho$ par un terme en ϱ^3 etc. Donc la série (6) est une fonction holomorphe de ϱ et $u\varrho$ pourvu que

$$|\varrho| \leq \delta_1, \qquad |u\varrho| \leq \delta_1^2.$$

La série (6) sera donc convergente pour

$$|\varrho| \leq \frac{\delta_1^2}{G} \qquad |u| \leq G.$$

On peut enfin pour ces mêmes valeurs des variables développer la série (6) suivant les puissances de ϱ.

Soit

$$\varphi = \varrho + \varrho^2\eta_2 + \ldots + \varrho^\nu\eta_\nu + \ldots \tag{6 b}$$

cette série. On voit alors que les fonctions η_ν satisfont aux équations

$$\frac{d\eta_2}{du} = K_2$$

$$\frac{d\eta_3}{du} = 2\eta_2 K_2 + K_3$$

$$\frac{d\eta_4}{du} = 3\eta_3 K_2 + 2\eta_2 K_3 + K_\nu$$

— — — — — —

les constantes d'intégration étant déterminées de sorte que η_ν s'annulle pour $u = 0$.

Je dis maintenant qu'on aura constamment

$$\eta_\nu(|u|) > |P_\nu(u)| \tag{7}$$

tant que $|u| \leq G$.

En effet, $|\psi_2|$ étant pour ces valeurs de u moindre que K_2 on aura

$$\eta_2(|u|) > |P_2(u)|.$$

Mais cette inégalité entraîne la suivante

$$2\eta_2(|u|)K_2 + K_3 > |2P_2\psi_2 + \psi_3|$$

ce qui nous donne

$$\eta_3(|u|) > |P_3(u)|.$$

En continuant ainsi on établit enfin que l'inégalité (7) subsiste pour toute valeur de ν.

Il s'en suit que la série (4) qui n'est autre chose que le développement (2) que nous nous sommes proposé d'établir est absolument convergente pour les mêmes valeurs des variables que la série (6 b) c'est à dire pour

$$|\varrho| \leq \delta = \frac{\delta_1^2}{G} \qquad |u| \leq G$$

c. q. f. d.

Dans le cas spécial où $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel, on peut supposer que a et b soient des nombres entiers premiers entre eux.

Il est alors évident qu'il existe des cas où l'intégrale générale de l'équation (1) peut être développée en série procédant suivant les puissances entières positives de x et y.

Ces cas d'exception sont d'une importance capitale, notamment quand il s'agit de déterminer si l'intégrale générale de l'équation (1) peut s'écrire

$$F = \text{const.}$$

F étant une fraction rationnelle.

Nous voulons maintenant déterminer les conditions nécessaires et suffisantes pour que l'intégrale générale puisse être développée en série procédant suivant les puissances entières positives de x et de y. Puisque l'intégrale génerale satisfait à

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x}(ax - X) + \frac{\partial \varphi}{\partial y}(-by - Y) = 0 \tag{8}$$

il est évident que le développement de φ doit commencer par un terme $(x^b y^a)^\nu$.

Mettons donc $\nu = 1$ et

$$\varphi = x^b y^a + \sum_{\nu+\mu=a+b+1}^{\infty} C_{\nu\mu} x^\nu y^\mu \tag{9}$$

$$= \varphi_{a+b} + \varphi_{a+b+1} + \ldots + \varphi_{a+b+\nu} + \ldots$$

$\varphi_{a+b+\nu}$ étant homogène de degré $a + b + \nu$ en x et en y.

En supposant que φ satisfasse formellement à l'équation (8), les coefficients se calculent aisément par des équations de la forme

$$(\nu a - \mu b)C_{\nu\mu} = H_{\nu\mu}(C_{\alpha\beta})$$

$H_{\nu\mu}$ désignant une fonction entière rationnelle à coefficients positifs des coefficients de X et de Y ainsi que des coefficients $C_{\alpha\beta}$ tels que $\alpha + \beta < \nu + \mu$.

Pour que la série (9) satisfasse à l'équation (8), il faut que

$$(10) \qquad \begin{array}{c} H_{2a,\,2b}(C_{\alpha\beta}) = 0 \\ - \; - \; - \; - \\ H_{ra,\,rb}(C_{\alpha\beta}) = 0 \\ - \; - \; - \; - \end{array}$$

Tous les coefficients seront alors complètement déterminés sauf $C_{2a,\,2b}$, $C_{3a,\,3b}$, ...

Supposons maintenant que l'on puisse donner aux constantes $C_{ra,\,rb}$ de telles valeurs $\overline{C}_{2a,\,2b}$, $\overline{C}_{3a,\,3b}$ ... que la série correspondante

$$(9\,b) \qquad \overline{\varphi}_{a+b} + \overline{\varphi}_{a+b+1} + \dots + \overline{\varphi}_{a+b+\nu} + \dots$$

satisfasse formellement à l'équation (8), je dis que la série correspondant à des valeurs quelconques des $C_{ra,\,rb}$ satisfait aussi à l'équation (8).

Calculons à cet effet la série

$$[\overline{\varphi}_{a+b} + \overline{\varphi}_{a+b+1} + \dots + \overline{\varphi}_{a+b+\nu} + \dots]^{\lambda} =$$
$$= (\overline{\varphi}_{a+b})^{\lambda} + \overline{\varphi}^{\lambda}_{\lambda(a+b)+1} + \dots \overline{\varphi}^{\lambda}_{\lambda(a+b)+\nu} + \dots$$

d'après les lois valables, quand la série (9 b) est convergente. Il est donc évident que cette nouvelle série satisfait formellement à l'équation (8). Si l'on donne maintenant à $C_{2a,\,2b}$ une valeur quelconque $\overline{C}_{2a,\,2b} + C$ sans changer les valeurs des autres constantes $C_{\nu a,\,\nu b}$ on aura.

$$\varphi_{\nu} = \overline{\varphi}_{\nu} \text{ pour } \nu < 2a + 2b$$
$$\varphi_{2a+2b} = \overline{\varphi}_{2a+2b} + C(\overline{\varphi}_{a+b})^2$$
$$\varphi_{2(a+b)+1} = \overline{\varphi}_{2a+2b+1} + C\overline{\varphi}^{2}_{2a+2b+1}$$

et en général

$$\varphi_{2(a+b)+\nu} = \overline{\varphi}_{2a+2b+\nu} + C\overline{\varphi}^{2}_{2a+2b+\nu}.$$

On voit donc qu'après l'introduction de la constante C la série satisfait toujours à l'équation (8).

De la même manière on prouve que l'on peut donner à $C_{2a,2b} \ldots C_{\nu a,\nu b} \ldots$ des valeurs quelconques sans que la série cesse à satisfaire à l'équation (8). c. q. f. d.

Nous voulons maintenant prouver que l'on peut déterminer ces constantes de telle manière que la série (8) soit convergente.

À cet effet nous faisons la même substitution qu'à la page 83, et l'équation (8) se réduit alors à

$$(11) \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial u} = \frac{\partial\varphi}{\partial\varrho}\cdot\frac{\varrho^2 S}{1-\varrho T}$$

$$= \frac{\partial\varphi}{\partial\varrho}[\varrho^2\psi_2 + \varrho^3\psi_3 + \ldots + \varrho^\lambda\psi_\lambda + \ldots].$$

Afin de faciliter la démonstration nous voulons d'abord introduire quelques définitions.

Par *une fonction* $E_1(u)$ *de la première classe* nous entendons une fonction linéaire à coefficients constants de celles des fonctions $e^{(\nu a-\mu b)u}$ que l'on obtient en donnant à ν et à μ des valeurs telles que $\nu+\mu=1$, ν et μ étant des nombres entiers >-1.

Par *une fonction* $E_2(u)$ *de la seconde classe* nous entendons une fonction linéaire à coefficients constants de celles des fonctions $e^{(\nu a-\mu b)u}$ que l'on obtient en donnant à ν et à μ des valeurs telles que $\nu+\mu=2$, ν et μ étant des nombres entiers >-2.

En général nous entendons par *une fonction* $E_\alpha(u)$ *de la* $\alpha^{\text{ième}}$ *classe* une fonction linéaire à coefficients constants de celles des fonctions $e^{(\nu a-\mu b)u}$ que l'on obtient en donnant à ν et à μ des valeurs telles que $\nu+\mu=\alpha$ ($\nu>-\alpha$, $\mu>-\alpha$).

À l'égard de ces fonctions on peut énoncer quelques théorèmes faciles.

I. *Le produit d'une fonction* $E_\alpha(u)$ *de classe* α *et d'une fonction* $E_\beta(u)$ *de classe* β *est égale à une fonction* $E_{\alpha+\beta}(u)$ *de classe* $\alpha + \beta$.

II. *On aura*

$$E_\alpha\left(u + \frac{2\pi i}{a+b}\lambda\right) = E_\alpha(u) e^{\frac{2\pi i}{a+b}\lambda a \alpha}.$$

Ce dernier théorème est une conséquence immédiate de l'équation

$$e^{(\nu a - \mu b)\left[u + \frac{2\pi i}{a+b}\lambda\right]} = e^{[(\nu+\mu)a - \mu(a+b)]\left[u + \frac{2\pi i}{a+b}\lambda\right]}$$

$$= e^{(\nu a - \mu b)u} \cdot e^{\frac{2\pi i}{a+b} \cdot a \lambda \alpha}.$$

III. *Une fonction* $E_\alpha(u)$ *de classe* α *ne peut contenir de terme constant que dans le cas où* α *est divisible par* $(a + b)$.

IV. *Chaque fonction de la classe* α *peut s'écrire comme une fonction de la classe* $a + b + \alpha$.

On sait en effet que

$$e^{(\nu a - \mu b)u} = e^{[(\nu + b)a - (\mu + a)b]u}.$$

c. q. f. d.

Par le théorème de la page 82 on sait que l'équation (11) possède une intégrale φ de la forme (4). Elle a donc aussi φ^{a+b} pour intégrale.

Cette intégrale peut évidemment être développée en série de la forme

$$(12) \qquad \varrho^{a+b} + \varrho^{a+b+1}\overset{\circ}{z}_1 + \ldots + \varrho^{a+b+\nu}\overset{\circ}{z}_\nu + \ldots$$

$\overset{\circ}{z}_1, \ldots, \overset{\circ}{z}_\nu \ldots$ désignant des séries procédant suivant les puissances entières positives et s'annullant pour $u = 0$. On sait de plus que cette série est convergente pour les mêmes valeurs de ϱ et u que la série (4).

Les fonctions z_ν satisfont alors aux équations suivantes

$$(13)\quad \begin{cases} \dfrac{dz_1}{du} = (a+b)\psi_2 \\ \dfrac{dz_2}{du} = z_1(a+b+1)\psi_2 + (a+b)\psi_3 \\ \dfrac{dz_3}{du} = z_2(a+b+2)\psi_2 + z_1(a+b+1)\psi_3 + (a+b)\psi_4 \\ - - - - - - - - - - - - - \\ \dfrac{dz_\nu}{du} = z_{\nu-1}(a+b+\nu-1)\psi_2 + z_{\nu-2}(a+b+\nu-2)\psi_3 + \ldots \\ \qquad\qquad + (a+b)\psi_{\nu+1} \\ - - - - - - - - - - - - - \end{cases}$$

où l'on a de plus déterminé les constantes d'intégration de telle manière que $z_\nu = 0$ pour $u = 0$.

Si, au contraire, on forme la série

$$\varrho^{a+b} + \varrho^{a+b+1}z_1 + \ldots + \varrho^{a+b+\nu}z_\nu \ldots$$

où $z_1 \ldots z_\nu$ sont des fonctions quelconques, satisfaisant aux équations (13), on sait que cette série satisfait formellement à l'équation (11), mais on ne peut être sûr de la convergence de la série.

En observant maintenant que ψ_ν est une fonction $E_{\nu-1}(u)$ de la classe $\nu - 1$, on voit aisément que l'on peut effectuer l'intégration de telle manière que z_1 soit une fonction de la première classe.

Cela fait, on peut déterminer z_2 de manière qu'elle soit une fonction de la classe 2.

En continuant ainsi, on peut déterminer z_ν de manière qu'elle soit une fonction de la classe ν, tant que $\nu < a + b$.

Les fonctions $z_1, z_2, \ldots z_{a+b-1}$ seront complètement déterminées par ces conditions.

Mais on ne peut pas en général déterminer la fonction z_{a+b} de manière qu'elle soit une fonction de classe $a + b$. Cela tient à ce que la fonction

$$z_{a+b-1}(2(a+b)-1)\psi_2 + \ldots + (a+b)\psi_{a+b+1}$$

est une fonction de classe $(a + b)$. Elle contiendra donc en général un terme constant, lequel après l'intégration introduira en z_{a+b} un terme de la forme cu. On en conclut que les fonctions $\overset{\circ}{z}_\nu$ ne seront pas en général des fonctions de classe ν.

Mais, en désignant par $\varphi(x, y)_{a+b+\nu}$ la somme des termes de dimension $a + b + \nu$ dans la série (9), il est évident qu'après la substitution $x = \varrho e^{au}$, $y = \varrho e^{-bu}$, on aura

$$\varphi_{a+b+\nu}(x, y) = \varrho^{a+b+\nu}\overline{z}_\nu$$

où les fonctions $\overline{z}_\nu$ satisfont aux équations (13) et $\overline{z}_\nu$ sera de la classe $a + b + \nu$.

Il s'en suit que, s'il est possible de satisfaire à l'équation (8) avec une série de la forme (9), il sera possible de satisfaire au système d'équations (13) avec des fonctions z_ν de la classe $a + b + \nu$.

Inversement, s'il est possible de satisfaire au système (13) avec des fonctions z_ν de la classe $a + b + \nu$, il sera possible de satisfaire à l'équation (8) avec une série de la forme (9).

En supposant, comme nous l'avons fait ci-dessus, que les équations (10) soient satisfaites, il s'en suit donc qu'on peut satisfaire aux équations (13) avec des fonctions z_ν de la classe $a + b + \nu$. Entre ces fonctions z_ν et $\overset{\circ}{z}_\nu$ les équations suivantes auront alors lieu:

$$\begin{aligned}
\overset{\circ}{z}_1 &= c_1 + z_1 \\
\overset{\circ}{z}_2 &= c_2 + c_1 E_1^2(u) + z_2 \\
\overset{\circ}{z}_3 &= c_3 + c_2 E_1^3(u) + c_1 E_2^3(u) + z_3 \\
&\text{— — — — — — — —} \\
\overset{\circ}{z}_\nu &= c_\nu + c_{\nu-1} E_1^\nu(u) + \ldots + c_1 E_{\nu-1}^\nu(u) + z_\nu \\
&\text{— — — — — — — — — — —}
\end{aligned}$$

où $c_1, c_2, \ldots c_\nu, \ldots$ sont des constantes d'intégration et les fonctions $E_\lambda^\nu(u)$ sont des fonctions de la classe λ.

On aura donc, en mettant $\dfrac{2\pi i}{a + b} = \omega$,

$$\overset{\circ}{z}_\nu(u + \alpha\omega) = c_\nu + c_{\nu-1} E_1^\nu(u) e^{\omega a \alpha} + \ldots + c_1 E_{\nu-1}^\nu(u) e^{\omega a \alpha(\nu-1)} + z_\nu e^{\omega a \alpha \nu}$$

ce qui nous donne

$$\frac{1}{a+b}\sum_{\alpha=0}^{a+b-1} \overset{\circ}{z}_\nu(u+\alpha\omega)e^{-\omega a\alpha\nu} = z_\nu + c_{a+b}E^\nu_{\nu-(a+b)}(u) + c_{2(a+b)}E^\nu_{\nu-2(a+b)}(u) + \dots$$

En mettant

$$\varphi(\varrho, u) = \varrho^{a+b} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \varrho^{a+b+\nu} \overset{\circ}{z}_\nu(u)$$

on aura donc

$$(12^{\text{bis}})\quad \frac{1}{a+b}\cdot\sum_{\alpha=0}^{a+b-1}\varphi(\varrho e^{-\omega a\alpha},\ u+\alpha\omega) = \varrho^{a+b} + \varrho^{a+b+1}z_1 + \dots$$

$$+ \varrho^{2(a+b)}[z_{a+b} + c_{a+b}] + \dots + \varrho^{a+b+\nu}\left[z_\nu + c_{a+b}E^\nu_{\nu-(a+b)}(u) + \dots\right] + \dots$$

Les séries du membre gauche sont absolument convergentes tant que $|\varrho| \leq \delta$, $|u| \leq G - 2\pi$, d'où l'on conclut que la série du membre droit est aussi absolument convergente. Mais par la substitution

$$\varrho e^{-\omega a\alpha} = \varrho_1$$
$$u + \alpha\omega = v$$

les fonctions $\varrho_1 S(\varrho_1, v)$ et $\varrho_1 T(\varrho_1, v)$ se transforment en $\varrho S(\varrho, u)$, $\varrho T(\varrho, u)$, S et T désignant les mêmes fonctions que dans l'équation (11).

Il est donc évident que toutes les fonctions $\varphi(\varrho e^{-\omega a\alpha}, u+\alpha\omega)$ satisfont à l'équation (11), d'où l'on conclut enfin que notre série (12bis) satisfait à l'équation (11). On voit, en outre, que le coefficient de $\varrho^{a+b+\nu}$ dans cette série peut s'écrire comme une fonction E de la classe $a+b+\nu$.

En introduisant de nouveau les variables x et y par la substitution $x = \varrho e^{au}$, $y = \varrho e^{-bu}$, la série se transforme enfin en une série de la forme (9). Cette série sera évidemment absolument convergente au voisinage de $x = 0$, $y = 0$.

Nous sommes donc parvenu au résultat suivant:

»*La condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une série de la forme*

$$x^b y^a + \sum_{\nu+\mu=a+b+1}^{\infty} C_{\nu\mu}x^\nu y^\mu$$

satisfaisant à l'équation (8), *et convergente pour des valeurs suffisamment petites de x et y, c'est que les équations*

$$H_{\nu a, \nu b}(C_{\alpha\beta}) = 0 \qquad \nu = 2, 3, \ldots$$

de la page 87 auront lieu.»

Dans le cas, où il n'existe pas de fonction de la forme (9), on peut aussi prouver qu'il n'éxiste pas non plus de série, satisfaisant à (8), et de la forme

$$(x^b y^a)^\gamma + \sum_{\nu+\mu=\gamma(a+b)+1}^{\infty} C_{\nu\mu} x^\nu y^\mu ,$$

où γ est un nombre entier.

En mettant $x = \varrho e^{au}$, $y = \varrho e^{-bu}$, cette série peut en effet s'écrire

$$f = \varrho^{(a+b)\gamma} + \varrho^{(a+b)\gamma+1} z_1 + \ldots + \varrho^{(a+b)\gamma+\nu} z_\nu + \ldots$$

Alors $f^{\frac{1}{\gamma}}$ satisfait aussi à l'équation (11).

Mais on peut écrire

$$\begin{aligned} f^{\frac{1}{\gamma}} &= \varrho^{a+b}(1 + \varrho z_1 + \ldots + \varrho^\nu z_\nu + \ldots)^{\frac{1}{\gamma}} \\ &= \varrho^{a+b} + \varrho^{a+b+1} z'_1 + \ldots + \varrho^{a+b+\nu} z'_\nu + \ldots \end{aligned}$$

où les fonctions z'_ν satisfont au système (13). Ces fonctions ne contenant pas de terme en u, il s'en suit que z'_ν sera une fonction de la classe ν, et tous les coefficients de l'expression

$$\varphi = x^b y^a + \sum_{\nu+\mu=a+b+1}^{\infty} C_{\nu\mu} x^\nu y^\mu$$

peuvent alors être déterminés, de sorte que la série satisfasse à l'équation (8).

Nous pouvons donc énoncer le théorème suivant:

La condition nécessaire et suffisante pour que l'intégrale générale de l'équation (1) *soit de la forme*

$$\varphi = \text{const.}$$

où φ est une fonction holomorphe de x et y, au voisinage de $x = 0$, $y = 0$, c'est que les équations

$$H_{\nu a, \nu b}(C_{\alpha\beta}) = 0 \qquad \nu = 2, 3, \ldots$$

auront lieu.

Il sera en général extrêmement difficile de reconnaître si toutes les équations

$$H_{\nu a,\nu b}(C_{\alpha\beta}) = 0 \qquad \nu = 2, 3 \ldots$$

en nombre infini, sont satisfaites ou non. Dans des cas spéciaux, on parvient pourtant à déterminer si une intégrale de la forme (9) existe ou non, en considérant les équations (13) de la page 90. Dans le cas par exemple où tous les ψ_ν sont nuls, pourvu que $\nu > 2$, on aura

$$(14) \qquad \begin{cases} \dfrac{dz_1}{du} = (a+b)\psi_2 \\ \dfrac{dz_2}{du} = \dfrac{a+b+1}{a+b} z_1 \dfrac{dz_1}{du} \\ \dfrac{dz_3}{du} = \dfrac{a+b+2}{a+b} z_2 \dfrac{dz_1}{du} \\ - \quad - \quad - \quad - \quad - \end{cases}$$

On pourra donc satisfaire à ces équations par les fonctions suivantes:

$$z_2 = \frac{a+b+1}{a+b} \frac{z_1^2}{2}$$

$$z_3 = \frac{(a+b+1)(a+b+2)}{(a+b)^2} \cdot \frac{z_1^3}{\underline{|3}}$$

$$- \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad -$$

Les fonctions z_ν seront alors des fonctions de la classe ν, et l'on sait par conséquent qu'une intégrale de la forme (9) existe.

Elle est, en outre, facile à déterminer, car la série

$$\varrho^{a+b} + \varrho^{a+b+1} z_1 + \ldots + \varrho^{a+b+\nu} z_\nu + \ldots$$

peut à l'aide des équations que nous venons d'établir, s'écrire

$$\varrho^{a+b} + \varrho^{a+b} \cdot \frac{\varrho z_1}{a+b} \cdot (a+b) + \varrho^{a+b} \frac{(\varrho z_1)^2}{(a+b)^2} \cdot \frac{(a+b)(a+b+1)}{\underline{|2}} + \ldots$$

ce qui n'est autre chose que le développement de la fonction

$$\varrho^{a+b} \left[1 - \frac{\varrho z_1}{a+b}\right]^{-(a+b)}.$$

Comme tous les ψ_ν sont nuls identiquement pour $\nu > 2$, il s'en suit que $T \equiv 0$, et que S ne contient que des termes de la

classe 1. Il faut donc que X et Y dans l'équation (1) aient la forme suivante

$$X = x(\alpha x + \beta y)$$
$$Y = y(\alpha x + \beta y)$$

α et β étant des constantes quelconques. On aura par conséquent

$$\psi_2 = \alpha e^{au} + \beta e^{-bu}$$

ce qui nous donne

$$z_1 = (a + b)\left[\frac{\alpha e^{au}}{a} - \frac{\beta e^{-bu}}{b}\right]$$

et

$$\varrho z_1 = (a + b)\left[\frac{\alpha x}{a} - \frac{\beta y}{b}\right].$$

L'intégrale générale de

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-by - y(\alpha x + \beta y)}{ax - x(\alpha x + \beta y)}$$

pourra donc s'écrire

$$\frac{x^b \cdot y^a}{\left[1 - \left[\frac{\alpha x}{a} - \frac{\beta y}{b}\right]\right]^{a+b}} = \text{const.}$$

résultat bien connu.

Mais on peut effectuer l'intégration par la même méthode dans un cas assez général.

Supposons que tous les ψ_ν soient nuls identiquement, à l'exception de la fonction ψ_{k+1} qui ne s'annulle pas. L'équation (1) aura alors la forme suivante

$$(15) \qquad \frac{dx}{ax - x \cdot F_k} = \frac{dy}{-by - yF_k}$$
$$F_k = \alpha_k x^k + \alpha_{k-1}x^{k-1}y + \ldots + \alpha_1 xy^{k-1} + \alpha_0 y^k.$$

Les fonctions $z_1, z_2, \ldots z_{k-1}$ étant alors nulles, la fonction z_k se calcule par l'équation

$$(16) \quad \frac{1}{a+b} z_k = \frac{\alpha_k e^{kau}}{ka} + \frac{\alpha_{k-1} e^{((k-1)a-b)u}}{(k-1)a-b} + \ldots + \frac{\alpha_1 e^{(a-(k-1)b)u}}{a-(k-1)b} + \frac{\alpha_0 e^{-kbu}}{-kb}$$

et l'intégrale générale de l'équation (11) peut par conséquent s'écrire

$$\varrho^{a+b}\cdot\frac{1}{\left(1-\frac{k\varrho^k z_k}{a+b}\right)^{\frac{a+b}{k}}}=\text{const.}$$

En introduisant de nouveau les variables x, y, on aura l'intégrale de l'équation (15) sous la forme simple qui suit

$$(17)\left\{\begin{aligned}&\frac{x^b y^a}{(1-Z)^{\frac{a+b}{k}}}=\text{const}\\ &Z=\frac{k\alpha_k x^k}{ka}+\frac{k\alpha_{k-1}x^{k-1}y}{(k-1)a-b}+\ldots+\frac{k\alpha_1 xy^k}{a-(k-1)b}+\frac{k\alpha_0 y^k}{-kb}.\end{aligned}\right.$$

Nous avons obtenu l'intégrale en supposant que a et b soient des nombres entiers, mais il est maintenant facile de s'assurer que l'intégrale (17) satisfait toujours à l'équation (15), quelles valeurs que l'on donne aux constantes a et b.

Il y a pourtant un cas d'exception, à savoir quand a et b sont des nombres entiers et k est divisible par $a + b$. La fonction z_k ne sera pas alors déterminée par l'équation (16), car dans le membre droit de cette équation se trouve un terme multiplié par $\frac{\alpha_{k-sa}}{(k-sa)a-sab}$, dont le dénominateur est nul identiquement.

Dans le cas où $k = s(a + b)$ il faut par conséquent substituer à l'équation (16) l'équation suivante

$$(16^{\text{bis}})\qquad \frac{1}{a+b}z_k=\frac{\alpha_k e^{kau}}{ka}+\frac{\alpha_{k-1}}{(k-1)a-b}e^{[(k-1)a-b]u}+\ldots$$
$$+\frac{\alpha_1 e^{[a-(k-1)b]u}}{a-(k-1)b}+\frac{\alpha_0 e^{-kbu}}{-kb}+\alpha_{k-sa}\cdot u$$

et l'intégrale générale de l'équation (15) s'écrit alors

$$\frac{x^b y^a}{(1-Z)^{\frac{a+b}{k}}}=\text{const.}$$

où l'on a mis

$$(17^{\text{bis}}) \qquad Z = \frac{k\alpha_k x^k}{ka} + \frac{k\alpha_{k-1} x^{k-1} y}{(k-1)a - b} + \ldots + \frac{k\alpha_1 x y^{k-1}}{a - (k-1)b}$$

$$+ \frac{k\alpha_0 y^k}{-kb} + \frac{k}{a+b} \alpha_{k-sa} (x^b y^a)^s \log \frac{x}{y} .$$

Nous avons donc prouvé que l'on peut toujours déterminer l'intégrale générale de l'équation 15 sous la forme

$$\frac{x^{bk} y^{ka}}{(1-Z)^{a+b}} = \text{const.}$$

Z désignant l'une des expressions (17) *ou* (17bis).

Le premier membre de cette équation est une fonction rationnelle dans tous les cas où a et b sont des nombres entiers et k n'est pas divisible par $a+b$. *Si, au contraire,* $k = s(a+b)$ *le premier membre n'est une fonction rationnelle que dans le cas où* F_k *ne contient pas le terme* $x^{sb} y^{sa}$.

Dans quelques autres cas l'intégration s'effectue aisément. Si en effet l'équation (1) a la forme

$$\frac{dx}{ax - F_k(x, y)} = \frac{dy}{-by - \Phi_k(xy)}$$

où F_k et Φ_k sont des fonctions homogènes de degré k en x et y, qui satisfont à

$$\frac{d}{du}\left[F_k(e^{au}, e^{-bu})e^{-au} - \Phi_k(e^{au}, e^{-bu})e^{bu}\right] =$$

$$- h\left[F_k(e^{au}, e^{-bu})e^{-au} \cdot b + \Phi_k(e^{au}, e^{-bu})e^{bu} \cdot a\right]$$

h désignant une constante arbitraire, l'équation (11) pourra s'écrire

$$\frac{\partial \varphi}{\partial u} = \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} \cdot \frac{-\frac{\varrho^2}{h}\frac{dT}{du}}{1 - \varrho T}$$

où l'on a

$$(a+b)T = F_k(e^{au}, e^{-bu})e^{-au} - \Phi_k(e^{au}, e^{-bu})e^{bu}$$

et l'intégrale générale de cette équation aura la forme suivante

$$(18) \qquad \varrho^{h-1} - \frac{h-1}{h} \cdot \varrho^h \cdot T = \text{Const.}$$

Si $k \neq 2$ l'équation différentielle n'a évidemment pas d'intégrale générale qui est une fonction rationnelle de x et y.

Si, au contraire, $k = 2$ et h est un nombre rationnel, l'intégrale générale de l'équation est une fonction rationnelle de x et y.

L'équation (18) peut en effet s'écrire

$$\varrho^{(a+b)\nu(h-1)}\left[1 - \frac{h-1}{h}\varrho T\right]^{(a+b)\nu} = \text{const.}$$

En donnant à ν une valeur entière suffisamment grande, $\nu(h-1)$ sera un nombre entier, ce qui met en évidence que le membre gauche est une fonction rationnelle de x et y.

Dans le cas suivant on peut enfin aussi déterminer l'intégrale générale:

Si $\quad T \equiv 0, \quad S = \psi_2 + \varrho\psi_3 + \ldots + \varrho^{n-2}\psi_n$

en supposant en outre que

$$\frac{dV}{du} = \psi_2, \; \psi_3 = a_1 V\psi_2, \; \ldots \; \psi_\nu = a_{\nu-2}V^{\nu-2}\cdot\psi_2, \; \ldots$$

$a_1, \ldots, a_{n-2}$ désignant des constantes arbitraires.

L'équation

$$\frac{d\varrho}{du} = -[\varrho^2\psi_2 + \varrho^3\psi_3 + \ldots + \varrho^n\psi_n]$$

pourra alors s'écrire

$$\frac{d\varrho}{dV} = -\varrho^2[1 + a_1\varrho V + \ldots + a_{n-2}\varrho^{n-2}V^{n-2}].$$

En mettant $\varrho V = z$ on aura

$$\frac{1}{\varrho}\frac{d\varrho}{dz} = -\frac{1 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_{n-2}z^{n-2}}{1 - z(1 + a_1 z + \ldots + a_{n-2}z^{n-2})}$$

dont l'intégrale s'obtient par quadrature. On voit en outre que l'intégrale générale ne sera pas une fonction rationnelle, sauf dans quelques cas exceptionnels.

Avant de finir, je veux encore observer que dans le cas où $a + b > 2$, et l'intégrale générale de l'équation (1) est de la forme

$$x^b y^a + \sum_{\nu+\mu=a+b+1}^{\infty} C_{\nu\mu} x^\nu y^\mu = \text{const.}$$

il faut que tous les termes de la série soient divisibles par $x^b y^a$. C'est en effet une conséquence immédiate du théorème connu de BRIOT et BOUQUET, qu'il ne passe pas par un col plus de deux caracteristiques.[1]) En donnant à la constante du membre droit la valeur zéro, on obtiendrait en effet toujours plus de deux intégrales passant par $x=0$, $y=0$, si tous les termes de la série n'étaient pas divisibles par $x^b y^a$.

On conclut de cela que les fonctions X et Y de l'équation (1) doivent nécessairement être telles que X soit divisible par x, et que Y soit divisible par y, si l'intégrale générale est une fonction holomorphe au voisinage de $x = 0$, $y = 0$.

[1]) BRIOT et BOUQUET »Recherches sur les propriétés des fonctions définies par des équations différentielles». Journal de l'Ecole Polytechnique t. XXI. Conf. aussi PICARD »Traité d'Analyse». Tome III, pages 29—30.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 80.)

Mauritius. *R. Alfred observatory.*
Results of meteorological observations. Year 1893. Fol.
Milano. *Società Italiana di scienze naturali.*
Memorie. T. 5. 1895. 4:o.
Moscou. *Société Imp. des naturalistes.*
Bulletin. 1894: N:o 3. 8:o.
Napoli. *Accademia delle scienze fisiche e matematiche.*
Rendiconto. (2) Vol. 8(1894): Fasc. 11—12. 4:o.
— *Accademia Pontaniana.*
Atti. Vol. 24. 1894. 4:o.
New York. *Microscopical society.*
Journal. Vol. 10(1894): N:o 4. 8:o.
Paris. *Société géologique de France.*
Bulletin. (3) T. 22(1894): N:o 7. 8:o.
Compte-rendu des séances. 1894: N:o 14—18. 8:o.
Regensburg. *K. Bayerische botanische Gesellschaft.*
Flora. Bd 78(1894): H. 1—3, 79(1894). 8:o.
St. Petersburg. *Académie Imp. des sciences.*
Bulletin. (5) T. 2(1895): N:o 1. 4:o.
— *Physikalisches Central-Observatorium.*
Annalen. Jahrg. 1893: Th. 1. 4:o.
Repertorium für Meteorologie. Suppl. bd. 6. 1894. 4:o.
— *Societas entomologica Rossica.*
Horæ. T. 28(1893/94). 8:o.
Springfield. *Illinois state museum of natural history.*
Bulletin. N:o 5. 1894. 8:o.
Stavanger. *Museum.*
Aarsberetning. 1893. 8:o.
Stuttgart. *K. öffentliche Bibliothek.*
Wirtembergisches Urkundenbuch. Bd 6. 1894. 4:o.
Sydney. *Linnean Society of New South Wales.*
Proceedings. (2) Vol. 9(1894): P. 2. 8:o.
Trondhjem. *K. Norske Videnskabers Selskab.*
Skrifter. 1893. 8:o.
Tiflis. *Physikalisches Observatorium.*
Beobachtungen. Jahr 1892. 4:o.
Tokyo. *Imp. university, College of science.*
Journal. Vol. 7: P. 2—3. 1894. 4:o.
Torino. *R. Accademia delle scienze.*
Atti. Vol. 30(1894/95): Disp. 1—4. 8:o.
Washington. *U. S. Coast and geodetic survey.*
Report of the superintendent. 1891/92: P. 2. 8:o.

(Forts. å sid. 118.)



Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 2.
Stockholm.

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 149.

Quelques théorèmes concernant la théorie générale des fractions continues.

Par Helge von Koch.

[Communiqué le 13 février 1895 par D. G. Lindhagen.]

Dans une lettre à M. Poincaré, dont un extrait a été publié récemment [1]) dans les Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris, j'ai indiqué succinctement comment la théorie des déterminants infinis permet de compléter, en des points essentiels, la théorie de la convergence des fractions continues. Dans la première partie de la note présente, je vais exposer avec un peu plus de détails les résultats que j'ai obtenus dans cet ordre d'idées. Dans la seconde partie, je démontre un théorème concernant *l'oscillation* des fractions continues qui embrasse comme cas très particulier un théorème obtenu par Stieltjes dans un mémoire couronné récemment par l'Académie de Paris. [2])

I.

Sur la convergence des fractions continues.

Lemme 1. $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$ *et* $\beta_1, \beta_2, \ldots$ *étant des quantités données quelconques, pour que le déterminant infini*

$$\varDelta = \begin{vmatrix} 1 & \alpha_1 & & \\ \beta_1 & 1 & \alpha_2 & \\ & \beta_2 & 1 & . \\ & & . & . \end{vmatrix}$$

[1]) *Comptes rendus*, le 21 Janvier 1895.

[2]) Stieltjes, *Recherches sur les fractions continues*, Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse, t. 8; 1894.

converge absolument, il faut et il suffit que la série

$$(1) \qquad |\alpha_1\beta_1| + |\alpha_2\beta_2| + |\alpha_3\beta_3| + \ldots$$

soit convergente.

En effet, la série (1) étant supposée convergente, le produit $P = \prod_\nu(1 - \alpha_\nu\beta_\nu)$ converge absolument et se développe en une série Σ absolument convergente. Or on voit facilement que tous les termes du développement de $\varDelta$ se retrouvent dans Σ, ce qui prouve bien que le développement de $\varDelta$ converge aussi absolument. Donc la condition énoncée est *suffisante.*

Supposons au contraire que la série (1) soit *divergente*, ou, ce qui revient au même, que la série $\Sigma_\nu\alpha_\nu\beta_\nu$ ne converge pas absolument. Puisque tous les termes de cette dernière série se retrouvent (changés de signe) dans le développement de $\varDelta$, il est clair que ce développement ne peut non plus être absolument convergent. Donc la condition dont il s'agit est aussi *nécessaire.*

Lemme 2. *Si les α_i et β_i sont des fonctions analytiques d'un nombre quelconque de variables indépendantes $x_1, \ldots, x_k$, holomorphes dans un domain continu T, si la série (1) converge uniformément dans T, le déterminant infini $\varDelta$ représente une fonction analytique de $x_1, \ldots, x_k$, holomorphe dans T.*

En effet, des hypothèses faites on conclut que le développement Σ converge uniformément dans T; donc, *a fortiori*, le développement de $\varDelta$ converge aussi uniformément dans le même domaine. Donc, d'après un théorème de M. WEIERSTRASS, $\varDelta$ représente une fonction analytique holomorphe dans T,

c. q. f. d.

Lemme 3. *Désignons par $\varDelta^{(n)}$ le mineur obtenu en supprimant dans $\varDelta$ les n premières lignes et les n premières colonnes et supposons remplies les conditions du lemme 2: quand n croît indéfiniment, le déterminant $\varDelta^{(n)}$ s'approche indéfiniment et uniformément de l'unité.*

En effet, à tout nombre positif donné ε correspond un entier positif n' tel que l'on ait, dès que $n \geqq n'$ et pour tout le domaine T:

$$\prod_{\nu=n+1}^{+\infty}(1+|\alpha_\nu\beta_\nu|)-1<\varepsilon.$$

Or tous les termes du développement de $\Delta^{(n)}$ se retrouvent dans le développement du produit

$$\prod_{\nu=n+1}^{+\infty}(1-\alpha_\nu\beta_\nu);$$

on a donc:

$$|\Delta^{(n)}-1| \leqq \prod_{\nu=n+1}^{+\infty}(1+|\alpha_\nu\beta_\nu|)-1<\varepsilon$$

dès que $n \geqq n'$ et pour tout le domaine T, ce qui démontre la proposition énoncée.

Je passe maintenant à la considération de la fraction continue

$$(2) \qquad \cfrac{\lambda_1}{\mu_1+\cfrac{\lambda_2}{\mu_2+\ldots}}$$

les λ_i et μ_i étant des quantités données quelconques. En s'arrêtant au dénominateur μ_p, on obtient une fraction continue F_p d'ordre p:

$$F_p=\cfrac{\lambda_1}{\mu_1+\cfrac{\lambda_2}{\mu_2+\ldots+\cfrac{\lambda_p}{\mu_p}}}$$

qui, d'après un théorème élémentaire, [1]) peut s'exprimer par le quotient de deux déterminants d'ordre p:

$$F_p=\lambda_1\begin{vmatrix}\mu_2 & 1 & & \\ -\lambda_3 & \mu_3 & 1 & \\ & & \cdots & \\ & & -\lambda_p & \mu_p\end{vmatrix}:\begin{vmatrix}\mu_1 & 1 & & \\ -\lambda_2 & \mu_2 & 1 & \\ & & \cdots & \\ & & -\lambda_p & \mu_p\end{vmatrix}.$$

[1]) Voir, p. ex.: BALTZER, *Theorie und Anwendung der Determinanten*, 5. Aufl., p. 75.

Supposant d'abord que tous les μ_i soient différents de zéro, on peut diviser le numérateur et le dénominateur par $\mu_1\mu_2 \ldots \mu_p$ ce qui donne

$$F_p = \frac{\lambda_1}{\mu_1}\frac{\varDelta'_p}{\varDelta_p},$$

$\varDelta_p$ désignant le déterminant formé par les p premières lignes et les p premières colonnes de la matrice

$$(3) \qquad \left|\begin{matrix} 1 & \frac{1}{\mu_1} & 0 & 0 & 0 & . & . \\ -\frac{\lambda_2}{\mu_2} & 1 & \frac{1}{\mu_2} & 0 & 0 & . & . \\ 0 & -\frac{\lambda_3}{\mu_3} & 1 & \frac{1}{\mu_3} & 0 & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \end{matrix}\right|$$

et $\varDelta'_p$ ce que devient $\varDelta_p$ quand on y supprime la première ligne et la première colonne.

D'après le lemme 1, pour que le déterminant de la matrice (3) converge absolument, il faut et il suffit que la série

$$(4) \qquad \left|\frac{\lambda_2}{\mu_1\mu_2}\right| + \left|\frac{\lambda_3}{\mu_2\mu_3}\right| + \left|\frac{\lambda_4}{\mu_3\mu_4}\right| + \ldots$$

soit convergente. Supposons cette condition remplie; alors $\varDelta_p$ et $\varDelta'_p$ tendront (pour $p = \infty$) vers des limites bien déterminées $\varDelta$ et $\varDelta'$. Donc la limite de F_p (pour $p = \infty$) est une quantité finie et déterminée, pourvu que $\varDelta$ ne soit pas nul Donc:

Théorème 1. *Pour que la fraction continue* (2) *soit convergente, il suffit que la série* (1) *soit convergente et que le déterminant* $\varDelta$ *ne soit pas nul.*

Il y a un cas où l'on voit facilement que $\varDelta$ ne peut pas être nul. En effet, désignant par S la somme de la série (4) et posant

$$\varphi_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1},\ \varphi_\nu = \frac{\lambda_\nu}{\mu_{\nu-1}\mu_\nu} (\nu = 2, 3, \ldots)$$

on a

$$\prod_{\nu=2}^{+\infty}(1 + |\varphi_\nu|) \leq 1 + \frac{S}{\underline{|1}} + \frac{S^2}{\underline{|2}} + \ldots = e^S$$

et par suite:

$$\prod_{\nu=2}^{+\infty}(1+|\varphi_\nu|)-1 \leqq e^S-1$$

d'où

$$|\Delta-1| \leqq e^S-1\,,$$

le signe $=$ étant exclu sauf dans le cas où tous les $\varphi_\nu = 0$ Donc, pourvu que $S \leqq \log 2$, on a $|\Delta - 1| < 1$. Donc, dans ce cas, Δ ne peut certainement pas être nul. Donc:

Théorème 2. *Pour que le déterminant Δ ne soit pas nul, il suffit que la somme S de la série* (4) *soit inférieure ou égale à*

$$\log 2 = 0{,}69314718\,..$$

On en conclut que la fraction (2) est certainement convergente quand on a $S \leqq \log 2$. [1])

Considérons maintenant les λ_i et μ_i comme fonctions des variables indépendantes $x_1, x_2, \ldots, x_k$. Posons

$$\frac{\lambda_1}{\mu_1} = \varphi_1(x_1\,..\,x_k)\,,\; \frac{\lambda_\nu}{\mu_{\nu-1}\mu_\nu} = \varphi_\nu(x_1\ldots x_k)\,(\nu = 2,\ 3,\ \ldots)\,.$$

Soit T un domaine continu quelconque dans lequel les fonctions φ_ν sont définies comme des fonctions analytiques *holomorphes*. Supposons de plus que la série (4) converge *uniformément* dans T. D'après le lemme 2, les déterminants infinis Δ et Δ' seront des fonctions analytiques, holomorphes dans T. Donc:

Théorème 3. *Dans tout le domaine T, la fraction continue* (2) *représente une fonction analytique méromorphe de $x_1 \ldots x_k$, qui peut s'exprimer par le quotient de deux fonctions $\varphi_1\Delta'$ et Δ holomorphes dans T.*

Soit T_1 un domaine continu situé tout entier en dedans de T et tel que, pour tous les points de T_1, la série S ait une valeur $\leqq \log 2$. D'après le théorème 2, le déterminant Δ ne peut alors s'annuler pour aucun point appartenant à T_1. Donc:

[1]) Dans une note qui va être publiée bientôt, je démontrerai qu'il suffit même de supposer $S < 1$ pour être assuré de la convergence de la fraction (2).

Théorème 4. *Dans tout le domaine T_1, la fraction continue* (2) *représente une fonction analytique holomorphe de $x_1 \dots x_k$.*[1])

Comme application, considérons la fraction continue

$$\cfrac{x}{c_1 + \cfrac{x}{c_2 + \cfrac{x}{c_3 + \dots}}}$$

les c_i étant des constantes telles que la série

$$\sum \frac{1}{c_{\nu-1} c_\nu}.$$

Converge absolument. D'après le théorème 3, cette fraction représente une fonction $F(x)$ de x *méromorphe* dans tout le plan; d'après le théorème 4, cette fonction $F(x)$ reste certainement *holomorphe* tant que l'on a

$$|x| \leqq \frac{\log 2}{A},$$

A désignant la somme

$$\sum_{\nu=2}^{+\infty} \left| \frac{1}{c_{\nu-1} c_\nu} \right|.$$

Si l'on applique ceci au cas où

$$c_\nu = 2\nu - 1 \qquad (\nu = 1, 2, \dots)$$

on obtient des résultats qui sont bien en accord avec ce fait que la fraction continue de LAMBERT:

$$\cfrac{y}{1 + \cfrac{y^2}{3 + \cfrac{y^2}{5 + \dots}}}$$

représente, pour toute valeur de y, la fonction

$$\frac{e^y - e^{-y}}{e^y + e^{-y}}.$$

[1]) Ce théorème subsiste même si S ne satisfait qu'à l'ingélalité $S < 1$ pour tout le domaine considéré. (Cf. la note p. 105).

En second lieu, considérons une suite de quantités quelconques:

$$k_1, \ k_2, \ \ldots$$

et une suite de nombres entiers positifs et croissants:

$$n_1, \ n_2, \ \ldots;$$

si la série entière

$$k_1 x^{n_1} + k_2 x^{n_2} + k_3 x^{n_3} + \ldots$$

possède un cercle de convergence:

$$|x| < R,$$

la fraction continue

$$\cfrac{k_1 x^{n_1}}{1 + \cfrac{k_2 x^{n_2}}{1 + \cfrac{k_3 x^{n_3}}{1 + \ldots}}}$$

représentera, dans ce cercle, une fonction analytique méromorphe $F(x)$ de x; et cette fonction restera nécessairement holomorphe pour $|x| < \varrho$, ϱ désignant un nombre suffisamment petit.

Revenons à la considération de la fraction continue (2) en supposant que les λ_i et μ_i soient des constantes telles que la série (4) soit convergente et le déterminant $\Delta \neq 0$; et proposons nous cette question: quelle sera l'approximation obtenue en arrêtant la fraction (2) à un dénominateur quelconque μ_p?

Désignant la $\nu^{\text{ième}}$ réduite de la fraction (2) par F_ν, on a d'après une formule bien connue,

$$(5) \qquad F_{\nu+\varrho} - F_\nu = (-1)^\nu \frac{\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_{\nu+1}}{Q_\nu \left(Q_{\nu+1} + Q_\nu F_{\nu+\varrho}^{(\nu+2)}\right)}$$

où

$$Q_\nu = \begin{vmatrix} \mu_1 & 1 & & & \\ -\lambda_2 & \mu_2 & 1 & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & -\lambda_\nu & \mu_\nu \end{vmatrix}$$

et

$$F_{\nu+\varrho}^{(\nu+2)} = \frac{\lambda_{\nu+2}}{\mu_{\nu+2}} + \frac{\lambda_{\nu+3}}{\mu_{\nu+3}} + \dots + \frac{\lambda_{\nu+\varrho}}{\mu_{\nu+\varrho}}.$$

En désignant comme plus haut par Δ_p le déterminant formé par les p premières lignes et les p premières colonnes de la matrice (3) et par $\Delta_p^{(q)}$ $(q < p)$ ce que devient Δ_p quand on y supprime les q premières lignes et les q premières colonnes, cette formule (5) prendra la forme

$$F_{\nu+\varrho} - F_\nu = (-1)^\nu \frac{\lambda_1}{\mu_1} \frac{\lambda_2}{\mu_1\mu_2} \cdots \frac{\lambda_{\nu+1}}{\mu_\nu\mu_{\nu+1}} \cdot \frac{1}{\Delta_\nu\left(\Delta_{\nu+1} + \psi_{\nu+\varrho}^{(\nu+2)}\right)}$$

où

$$\psi_{\nu+\varrho}^{(\nu+2)} = \frac{\lambda_{\nu+2}}{\mu_{\nu+1}\mu_{\nu+2}} \frac{\Delta_{\nu+\varrho}^{(\nu+3)}}{\Delta_{\nu+\varrho}^{(\nu+2)}}.$$

D'après le lemme 3, chacun des déterminants $\Delta_{\nu+\varrho}^{(\nu+3)}$ et $\Delta_{\nu+\varrho}^{(\nu+2)}$ tend indéfiniment vers *l'unité* pour les valeurs croissantes de ν, et cela quelque soit ϱ; donc, puisque $\dfrac{\lambda_{\nu+2}}{\mu_{\nu+1}\mu_{\nu+2}}$ tend vers zéro, l'expression $\psi_{\nu+\varrho}^{(\nu+2)}$ tendra également vers zéro. Or, le déterminant Δ n'étant pas nul, il y aura un nombre positif $\delta > 0$ tel que l'on ait

$$|\Delta_\nu| \geqq \delta$$

dès que ν sera suffisamment grand.

Donc on peut trouver un nombre positif K et un nombre positif entier ν' tel que l'on ait

$$(6) \qquad |F_{\nu+\varrho} - F_\nu| < \left|\frac{\lambda_1}{\mu_1} \frac{\lambda_2}{\mu_1\mu_2} \cdots \frac{\lambda_{\nu+1}}{\mu_\nu\mu_{\nu+1}}\right| K$$

dès que $\nu \geqq \nu'$ et quel que soit ϱ. Donc, si l'on désigne par F la valeur de la fraction continue (2), la valeur absolue de la différence $F - F_\nu$ sera certainement inférieure à

$$\left|\frac{\lambda_1}{\mu_1} \frac{\lambda_2}{\mu_1\mu_2} \cdots \frac{\lambda_{\nu+1}}{\mu_\nu\mu_{\nu+1}}\right| \cdot K$$

dès que $\nu \geqq \nu'$.

Puisque la moyenne géométrique entre ν nombres positifs est moindre que leur moyenne arithmétique, nous aurons donc:

$$|F - F_\nu| < H \cdot \frac{S^\nu}{\nu^\nu} \qquad \text{dès que } \nu \geqq \nu' \tag{7}$$

H désignant un certain nombre positif et S la somme de la série (4).

Appliquons ceci au cas où les λ_i et μ_i sont fonctions des variables indépendantes $x_1, x_2, \ldots, x_k$. Désignons comme plus haut par T un domaine continu quelconque à l'intérieur duquel les fonctions

$$\frac{\lambda_1}{\mu_1} = \varphi_1 \qquad \frac{\lambda_\nu}{\mu_{\nu-1}\mu_\nu} = \varphi_\nu \quad (\nu = 2, 3, \ldots)$$

sont holomorphes et la série $\Sigma |\varphi_\nu|$ uniformément convergente. Soit T_2 un domaine situé tout entier en dedans de T et tel que la valeur absolue du déterminant Δ possède, dans ce domaine T_2, une limite inférieure plus grande que zéro. D'après le lemme 3 et les formules que nous venons d'écrire, on voit qu'on pourra calculer un nombre positif H et un nombre positif entier ν' tel que *la formule* (7) *ait lieu pour tous les points* $x_1 \ldots x_k$ *appartenant à* T_2.

Cette formule permet donc de trouver quel indice p on doit choisir pour que la réduite F_p représente la valeur F de la fraction (2) avec une approximation donnée à l'avance, et cela pour tout le domaine T_2 considéré.

II.

Sur l'oscillation des fractions continues.

Dans le mémoire cité plus haut, STIELTJES a fait une étude approfondie des fractions continues de la forme

$$\cfrac{1}{h_1 + \cfrac{1}{h_2 + \ldots}} \tag{8}$$

dans le cas où $h_{2k} = a_{2k}$, $h_{2k+1} = a_{2k+1}z$, les a designant des nombres *réels* et *positifs* et z une variable complexe.

Désignant par $\frac{P_n(z)}{Q_n(z)}$ la $n^{\text{ième}}$ réduite de la fraction (8), STIELTJES a démontré que, *si la série Σa_ν est convergente*, on a, pour toute valeur finie de z,

$$\begin{aligned} \lim\ P_{2n}(z) &= p(z) \\ \lim\ Q_{2n}(z) &= q(z) \\ \lim\ P_{2n+1}(z) &= p_1(z) \\ \lim\ Q_{2n+1}(z) &= q_1(z)\,, \end{aligned}$$

$p(z)$, $q(z)$, $p_1(z)$, $q_1(z)$ étant des fonctions holomorphes dans tout le plan qui satisfont à la relation

$$q(z)p_1(z) - q_1(z)p(z) = 1\,.$$

Il en résulte que les réduites d'ordre pair tendent vers une limite $\frac{p(z)}{q(z)}$ et les réduites d'ordre impair vers une limite $\frac{p_1(z)}{q_1(z)}$ mais ces limites sont nécessairement distinctes l'une de l'autre.

Je me propose de généraliser ce résultat au cas général où les h_i sont des fonctions analytiques quelconques d'un nombre quelconque de variables indépendantes $x_1, x_2, \ldots, x_k$.

Théorème 5. *Si $h_1, h_2, \ldots$ sont des fonctions analytiques d'un nombre quelconque de variables $x_1, x_2, \ldots, x_k$ qui sont holomorphes dans un domaine donné U, si la série $\Sigma_\nu |h_\nu|$ converge uniformément dans ce domaine, si $\frac{P_n(x_1 \ldots x_k)}{Q_n(x_1 \ldots x_k)}$ désigne la $n^{\text{ième}}$ réduite de la fraction continue* (8), *on a, pour tous les points $x_1 \ldots x_k$ de U,*

$$\begin{aligned} \lim\ P_{2n}(x_1 \ldots x_k) &= p(x_1 \ldots x_k) \\ \lim\ Q_{2n}(x_1 \ldots x_k) &= q(x_1 \ldots x_k) \\ \lim\ P_{2n+1}(x_1 \ldots x_k) &= p_1(x_1 \ldots y_k) \\ \lim\ Q_{2n+1}(x_1 \ldots x_k) &= q_1(x_1 \ldots x_k)\,, \end{aligned}$$

p, q, p_1, q_1, *désignant des fonctions holomorphes dans U qui satisfont à la relation*

$$q(x_1 \ldots x_k)p_1(x_1 \ldots x_k) - q_1(x_1 \ldots x_k)p(x_1 \ldots x_k) = 1\,.$$

En effet, on sait que Q_ϱ et P_ϱ satisfont aux formules de récursion:

$$Q_\varrho = h_\varrho Q_{\varrho-1} + Q_{\varrho-2} \quad (Q_0 = 1\,,\ Q_{-1} = 0) \qquad (\varrho = 1,\ 2,\ \ldots)$$

De là on conclut que Q_ϱ se réduit identiquement à $Q_{\varrho-2}$ quand on fait $h_\varrho = 0$ et, plus généralement, que $Q_{\varrho+2\nu}$ se réduit identiquement à Q_ϱ pour

$$h_{\varrho+2\nu} = \ldots = h_{\varrho+2} = h_{\varrho+1} = 0\,.$$

Or, dans le développement du produit

$$\prod_{\lambda=1}^{p+2\nu}(1 + h_\lambda) \tag{9}$$

on retrouve tous les termes du développement de $Q_{\varrho+2\nu}$, ce que l'on voit le plus facilement en écrivant Q_λ sous forme d'un déterminant d'ordre λ:

$$Q_\lambda = \begin{vmatrix} h_1 & 1 & & & \\ -1 & h_2 & 1 & & \\ & -1 & h_3 & 1 & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & -1 & h_\lambda \end{vmatrix};$$

quand on fait $h_{\varrho+2\nu} = \ldots = h_{\varrho+2} = h_{\varrho+1} = 0$ le produit (9) se réduit à

$$\prod_{\lambda=1}^{\varrho}(1 + h_\nu)\,. \tag{10}$$

Donc la différence entre les produits (9) et (10) représente l'ensemble de ceux des termes du produit (9) qui s'annulent pour $h_{\varrho+2\nu} = \ldots = h_{\varrho+1} = 0$; de même $Q_{\varrho+2\nu} - Q_\varrho$ représente l'ensemble des termes de $Q_{\varrho+2\nu}$ qui s'annulent pour ces mêmes valeurs et il est clair que tous ces derniers sont compris dans l'ensemble des termes représenté par

$$\prod_{\lambda=1}^{\varrho+2\nu}(1 + h_\lambda) - \prod_{\lambda=1}^{\varrho}(1 + h_\lambda)\,.$$

Désignons par $\overline{Q}_\lambda$ ce que devient le développement de Q_λ quand on y remplace chaque terme par sa valeur absolue; nous aurons

$$\overline{Q}_{\varrho+2\nu} - \overline{Q}_\varrho \leqq \prod_{\lambda=1}^{\varrho+2\nu}(1 + |h_\lambda|) - \prod_{\lambda=1}^{\varrho}(1 + |h_\lambda|)\,. \tag{11}$$

Puisque la série $\Sigma | h_\lambda |$ est supposée uniformément convergente dans le domaine U, on peut faire correspondre à tout nombre positif donné ε un ϱ' tel que le second membre de (11) soit moindre que ε dès que $\varrho \geqq \varrho'$ et cela pour tout le domaine U et quel que soit ν; on a donc *a fortiori*:

$$| Q_{\varrho+2\nu} - Q_\varrho | \leqq \varepsilon .$$

Mais de là on conclut que la fonction $Q_{2n}(x_1 \ldots x_k)$ tend uniformément (pour $n = +\infty$) vers une limite $q(x_1 \ldots x_k)$ et de même que $Q_{2n+1}(x_1 \ldots x_k)$ tend uniformément (pour $n = +\infty$) vers une limite $q_1(x_1 \ldots x_k)$. Ces limites pouvant être représentées par des séries:

$$q(x_1 \ldots x_k) = 1 + \sum_{\varrho=0}^{+\infty} (Q_{2\varrho+2} - Q_{2\varrho})$$

$$q_1(x_1 \ldots x_k) = \sum_{\varrho=0}^{+\infty} (Q_{2\varrho+1} - Q_{2\varrho-1})$$

qui convergent uniforménent dans U, on voit que Q et Q_1 représentent des fonctions holomorphes dans U.

Puisque les P_λ satisfont à des formules de récursion de la même forme:

$$P_\varrho = h_\varrho P_{\varrho-1} + P_{\varrho-2} \quad (P_0 = 0,\ P_{-1} = 1) \quad (\varrho = 1, 2 \ldots)$$

on arrive au résultat que $P_{2n}(x_1 \ldots x_k)$ et $P_{2n+1}(x_1 \ldots x_k)$ tendent respectivement vers certaines limites $p(x_1 \ldots x_k)$ et $p_1(x_1 \ldots x_k)$ qui se représentent par des séries:

$$p(x_1 \ldots x_k) = \sum_{\varrho=0}^{+\infty} (P_{2\varrho+2} - P_{2\varrho}),$$

$$p_1(x_1 \ldots x_k) = 1 + \sum_{\varrho=0}^{+\infty} (P_{2\varrho+1} - P_{2\varrho-1}),$$

uniformément convergentes dans U.

Vu que Q_{2n}, P_{2n}, Q_{2n+1}, P_{2n+1} sont liées par l'identité

$$Q_{2n} P_{2n+1} - Q_{2n+1} P_{2n} = 1$$

il est clair que leurs limites q, p, q_1, p_1 y satisfont également:

$$q p_1 - q_1 p = 1 .$$

Le théorème est donc démontré.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1895. N:o 2.
Stockholm.

CORIOLIS' sats, tillämpad i mjuka kroppars kinematik.

AV A. EDV. FRANSÉN.

[Meddeladt den 13 Februari 1895 genom M. FALK.]

1. CORIOLIS' sats om accelerationen vid en partikels relativa rörelse utsäger, att den absoluta accelerationen f är resultanten av den relativa accelerationen φ, systempunktens acceleration q och den sammansatta centripetalaccelerationen ψ. Vid projektion på tre mot varandra vinkelräta axlar x, y, z fås

$$\left.\begin{aligned} f_x &= \varphi_x + q_x + \psi_x \\ f_y &= \varphi_y + q_y + \psi_y \\ f_z &= \varphi_z + q_z + \psi_z \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

Detta kan även tillämpas vid kontinuerlig rörelse hos kontinuerlig massa. Rörelsetillståndet i en punkt (x, y, z) av den kontinuerliga massan bestämmes vid tiden t av parallelhastigheten (u, v, w) och rotationshastigheten (ξ, η, ζ). Man kan tänka sig en partikel med hastigheten (u, v, w) i sjelva punkten (x, y, z) och denna partikel omgiven av massa, som befinner sig i virvlande rörelse med rotationshastigheten (ξ, η, ζ). Eller också får man med »massan i punkten (x, y, z) vid tiden t» mena den massa, som vid tiden t närmast omsluter punkten (x, y, z); denna massa får tänkas solidifierad, varföre dess rörelse består av en parallelrörelse med hastigheten (u, v, w) och en rotationsrörelse med vinkelhastigheten (ξ, η, ζ). I alla händelser kan man införa en jelprymd, som roterar omkring

punkten (x, y, z) med vinkelhastigheten (ξ, η, ζ), under det att punktens massa i denna jelprymd har hastigheten (u, v, w). Jelprymden har således endast rotationsrörelse, men ej parallelrörelse; systempunktens hastighet är noll; den absoluta hastigheten (u, v, w) är lika med den relativa. Derför är

$$\psi_x = 2(w\eta - v\zeta),\quad \psi_y = 2(u\zeta - w\xi),\quad \psi_z = 2(v\xi - u\eta)\ldots \quad (2)$$

2. Låt den partikel, som vid tiden t har koordinaterna x, y, z, karakteriseras av parametrarne (begynnelsekoordinaterna) a, b, c, så äro x, y, z funktioner av a, b, c och t. Likaså äro u, v, w funktioner av a, b, c och t, i det att

$$u = \frac{\partial x}{\partial t},\quad v = \frac{\partial y}{\partial t},\quad w = \frac{\partial z}{\partial t} \ldots\ldots \quad (3)$$

Ävenså äro f_x, f_y, f_z funktioner av a, b, c och t, i det att

$$f_x = \frac{\partial u}{\partial t},\quad f_y = \frac{\partial v}{\partial t},\quad f_z = \frac{\partial w}{\partial t} \ldots\ldots \quad (4)$$

Men om ekvationerna

$$x = F_1(a, b, c, t),\qquad y = F_2(a, b, c, t),\qquad z = F_3(a, b, c, t)$$

tänkas lösta med avseende på a, b, c, så bliva a, b, c funktioner av x, y, z och t; derigenom bliva u, v, w och f_x, f_y, f_z funktioner av x, y, z och t. Men man har

$$\frac{\partial u(a, b, c, t)}{\partial t} = \frac{du(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial t} +$$

$$+ \frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t}$$

jemte analoga ekvationer för v och w; alltså

$$\left.\begin{aligned}
f_x &= \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} \\
f_y &= \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} \\
f_z &= \frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}
\end{aligned}\right\} \ldots \quad (5)$$

då u, v, w betraktas som funktioner av x, y, z och t (EULERS betraktelsesätt). Härav synes, att $\frac{\partial u}{\partial t}$ är det specialfall av f_x, som karakteriseras av

$$\frac{du(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial t};$$

således det fall, att u är oberoende av x, y, z. Då är u lika överallt. På analogt sätt tolkas de fall, att v eller w äro lika överallt. Om samtidigt u, v, w äro lika överallt, så rör sig hela den mjuka kroppen (såsom stel) med parallelhastigheten (u, v, w). Alltså betyder $\left(\frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial v}{\partial t}, \frac{\partial w}{\partial t}\right)$ accelerationen vid parallelrörelsen eller den relativa accelerationen. Derför är

$$\varphi_x = \frac{\partial u}{\partial t},\ \varphi_y = \frac{\partial v}{\partial t},\ \varphi_z = \frac{\partial w}{\partial t} \quad \ldots\ldots\ (6)$$

3. Rörelseenergien per massenhet i punkten (x, y, z) vid tiden t är ju

$$T = \tfrac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2); \quad \ldots\ldots\ (7)$$

och även T är funktion av a, b, c och t. Härav fås

$$\frac{\partial T}{\partial t} = u\frac{\partial u}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial t} + w\frac{\partial w}{\partial t};$$

och enligt (4)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = uf_x + vf_y + wf_z;$$

och enligt (1)

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial t} &= u\varphi_x + v\varphi_y + w\varphi_z + \\ &+ uq_x + vq_y + wq_z + \\ &+ u\psi_x + v\psi_y + w\psi_z.\end{aligned}$$

Den tredje horisontalraden är noll enligt (2). Den första horisontalraden är enligt (6), då x, y, z och t betraktas såsom oberoende variabler,

$$u\frac{\partial u}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial t} + w\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t}.$$

Alltså

$$\frac{\partial T(a, b, c, t)}{\partial t} = \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} + uq_x + vq_y + wq_z.$$

Multiplicera med dt, och genomför fullständigt EULERS betraktelsesätt! Då är

$$\frac{\partial T(a, b, c, t)}{\partial t} dt = dT(x, y, z, t) = \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} dt +$$

$$+ \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial x} dx + \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial y} dy + \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial z} dz$$

och

$$u\, dt = dx, \quad v\, dt = dy, \quad w\, dt = dz.$$

Derför

$$\frac{\partial T}{\partial x} dx + \frac{\partial T}{\partial y} dy + \frac{\partial T}{\partial z} dz = q_x dx + q_y dy + q_z dz,$$

då x, y, z och t betraktas som oberoende variabler. Härav följer, att

$$q_x = \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = \frac{\partial T}{\partial z}. \quad \ldots\ldots (8)$$

4. Vid insättning av (2), (6) och (8) i (1) fås nu

$$\left.\begin{aligned} f_x &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x} + 2(w\eta - v\zeta) \\ f_y &= \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial y} + 2(u\zeta - w\xi) \\ f_z &= \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial z} + 2(v\xi - u\eta) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (9)$$

der T definieras enligt (7). Denna form är rationellare och mera användbar än den primitiva formen (5). Då man vet, huru ξ, η, ζ uttryckas medelst partiela derivator av u, v, w, kan man, som bekant, lätt härleda (9) ur (5). Ty derivera ekvationen (7)

$$0 = T - \tfrac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$$

partielt med avseende på x, y, z successive, så fås

$$0 = \frac{\partial T}{\partial x} - u\frac{\partial u}{\partial x} - v\frac{\partial v}{\partial x} - w\frac{\partial w}{\partial x},$$

$$0 = \frac{\partial T}{\partial y} - u\frac{\partial u}{\partial y} - v\frac{\partial v}{\partial y} - w\frac{\partial w}{\partial y},$$

$$0 = \frac{\partial T}{\partial z} - u\frac{\partial u}{\partial z} - v\frac{\partial v}{\partial z} - w\frac{\partial w}{\partial z}.$$

Genom att addera detta system till (5) får man (9), då man iakttager, att

$$2\xi = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \quad 2\eta = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}, \quad 2\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}.$$

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 100.)

Wien. *K. K. Central-Anstalt für Meteorologie u. Erdmagnetismus.*
Jahrbücher. Bd 37(1892). 4:o.
— *K. K. Zoologisch-botanische Gesellschaft.*
Verhandlungen. Bd 44(1894): Qu. 3—4. 8:o.
— *K. K. Naturhistorisches Hofmuseum.*
Annalen. Bd 9(1894): Nr 1—4. 8:o.
Zürich. *Schweizerische meteorologische Central-Anstalt.*
Annalen. Jahrg. 29(1892). 4:o.

Af Professor G. Retzius:

Bericht über die Feier des 60. Geburtstages von ERNST HAECKEL am 17. Februar 1894 in Jena. 4:o.
ERNST HAECKELS porträtt i fotogravyr. Fol.

Af författarne:

AGARDH, J. G., Analecta algologica. Cont. 2. Lundæ 1894. 4:o.
ARNELL, H. W., Moss-studier. Lund 1894. 8:o.
— 6 referat i Botanisches Centralblatt. 8:o.
LINDBERG, G. A., Welchen Nutzen haben die Kakteen von ihren Stacheln? Neudamm 1894. 8:o.
— Opuntia Darwinii und Opuntia galapageia. Neudamm 1894. 8:o.
NORDENSKIÖLD, G., The photography of snow flakes. Lond. 1895. 4:o.
ALBERT Ier de Monaco, Sur les premières campagnes scientifiques de la »Princesse-Alice». Paris 1895. 4:o.
BAHÍA, M. B., Curso de electrotécnica de la escuela professional superior. Vol. 6. Buenos Aires 1894. 8:o.
BRÖGGER, W. C., Die Eruptivgesteine des Kristianiagebiets. 1. Kra 1894. 8:o.
— Lagfölgen på Hardangervidda og den såkaldte »höjfjeldskvarts». Kra 1893. 8:o.
— The basic eruptive rocks of Gran. Lond. 1894. 8:o.
BUCHANAN, J. Y., Sur la densité et alcalinité des eaux de l'Atlantique et de la Méditerranée. Paris 1893. 4:o.
HALE, G. E., On some attempts to photograph the solar corona without an eclipse. 8:o.
— The astrophysical journal. 8:o.
JANET, CH., Études sur les fourmis. Note 4—6. Paris 1894. 8:o.
— 3 småskrifter. 8:o & 4:o.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 2.
Stockholm.

Meddelanden från Stockholms Högskolas kemiska laboratorium.

Om några nya hydroxylaminderivat.

Af Carl Kjellin och K. G. Kuylenstjerna.

[Meddeladt den 13 Februari 1895 genom O. Pettersson.]

Inverkan af ett isocyanat (fenylisocyanat) på hydroxylaminen själf, eller en β monoalkylsubstituerad sådan försiggår enligt följande eqvation:

$$C_6H_5CON + H-N\langle{}^{R}_{OH} = CO\langle{}^{NROH}_{NHC_6H_5} .$$

Egenskaperna hos de kroppar som härvid bildas stämma fullkomligt öfverens med deras uppfattning som oxiurinämnen, men icke som en art karbaminsyrederivat, hvilket de ju kunde anses vara, om hydroxylgruppens väte utgjorde angreppspunkten för cyanatets inverkan [1])

$$C_6H_5CON + HONHR = CO\langle{}^{ONHR}_{NHC_6H_5} .$$

Hvad nu inverkan af thioisocyanat beträffar, så är denna förut ej undersökt, men man kan ju på förhand, med en viss säkerhet förmoda, att den, åtminstone i första hand, sker analogt med den af ett vanligt isocyanat, således under bildning af ett oxithiourinämne, då det här är ännu mindre sannolikhet för att reaktionen skulle gå i en annan riktning.

Vi komma i denna och en följande afhandling hufvudsakligen att redogöra för åtskilliga thioisocyanats inverkan på hydrocylaminen och hans homologer. Om det, såsom vi hoppas, skall

---

[1]) Carl Kjellin Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXVI 2381 och 2385.

lyckas oss att erhålla ett tillräckligt antal välkristalliserande kroppar, så torde de äfven kristallografiskt kunna erbjuda ett visst intresse för studiet af hydroxylgruppens morphotropi.

Vi hafva först låtit lika molekyler *Etylisothiocyanat och hydroxylamin* reagera med hvarandra i eterisk lösning. Vid lösningarnes blandning inträder genast reaktion med stor häftighet, hvarför blandningen bör företagas under afkylning. Det afskilde sig en färglös kristallinisk kropp, hvilken emellertid visade en mycket okonstant smältpunkt. En del smälte redan vid 85°, resten först bortåt 120°. Reaktionsprodukten tvättades med kolsvafla och omkristalliserades upprepade gånger ur benzol. Vi erhöllo så färglösa kristallblad, som smälte vid 91° utan sönderdelning och visade sig vara fria från svafvel. Smältan stelnar vid afkylning till långa prismor, hvilka äro synnerligt lättlösliga i vatten, kall alkohol, kloroform och kokande benzol. Ur luften upptaga de fuktighet och sönderflyta så småningom fullständigt. I eter äro de mycket svårlösliga, och utfällas de i form af små nålar vid tillsats af eter till deras alkoholiska lösning. Vattenlösningen ger vid tillsats af salpetersyra ingen fällning.

Kroppen reducerar ej Fehlings lösning och ger ingen färgreaktion med järnklorid. Detta bevisar att föreningen ej innehåller någon grupp HNOH.

Analys:

I. 0,1951 gr. substans gaf 54 ccm. fuktigt kväfve vid 760 mm. och 16° C.

II. 0,975 gr. substans gaf 27 ccm. fuktigt kväfve vid 761 mm. och 16° C.

	Beräknadt för $C_3N_2OSH_8—S$:	Funnet: I.	II.
N	31,82	32,27	32,27.

Det synes oss, som kunde man ganska otvunget förklara etylisothiocyanatets inverkan på hydroxylamin, om man antoge, att det på vanligt sätt i första hand bildades ett thiourinämne af nedanstående sammansättning, men att detta, på grund af

sin obeständighet, afskilde svafvel, och hydroxylgruppens syre i stället intoge svaflets plats

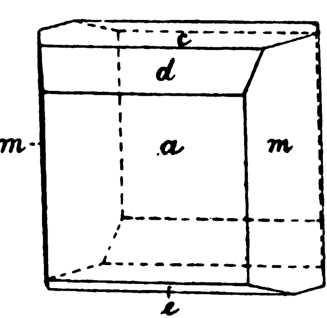
$$CS\langle{N.H.OH \atop N.H.C_2H_5} = S + CO\langle{NH_2 \atop N.H.C_2H_5}.$$

Det skulle således hafva bildats vanligt etylurinämne. LEUCKHART,[1]) hvilken närmare studerat etylurinämnet, anger att detsamma skall vara lösligt i kolsvafla. Om man undantager detta, så stämma de egenskaper, han funnit hos detsamma, i detalj öfverens med de, vi funnit hos den af oss erhållna kroppen. Oaktadt denna uppgifna skiljaktighet äro vi dock böjda för att anse de bägge kropparne identiska.

Vi skola i den närmaste framtid undersöka andra isothiocyanats inverkan på hydroxylamin, och hoppas vi att då få frågan fullt klargjord.

Etylisothiocyanat och β Etylhydroxylamin.

Reaktionen företogs i eterisk lösning under afkylning. Det afskilde sig momentant en hvit, kristallinisk massa. Den nya kroppen löser sig lätt i alkohol, kloroform och varm benzol och afskiljer sig vid afkylning ur detta senare lösningsmedel i färglösa, skarpt vid 81°, utan sönderdelning smältande kristallfjäll. I eter äro de svårlösliga, lösa sig däremot ganska lätt i vatten. Efter omkristallisering ur benzol erhöllos väl utbildade kristaller. Herr amanuensen HEDSTRÖM, som haft godheten mäta desamma, meddelar oss följande:



Kristallsystem: Monosymmetriskt.

Iakttagna former:

$a = (100) \sim \bar{P} \sim.$

$c = (001)\, 0\, P.$

$d = (101) - \bar{P} \sim.$

$e = (\bar{1}01) + \bar{P} \sim.$

$m = (110) \sim P.$

[1]) Journ. prakt. Chem. [2] 21, 10 (1880).

Ur följande vinklar (100):(001) = 86° 5′, medeltal af åtta mätningar, (100):(110) = 70° 44′, medeltal af sex mätningar, och (001):($\bar{1}$01) = 17° 23′, medeltal af tre mätningar, beräknades axelförhållandet:

$$a : b : c = 2,8676 : 1 : 0,8809.$$
$$\beta = 86° \ 5'.$$

Vinkeltabell.

Vinkelvärde.	Beräknadt.	Medelvärde.	Gränsvärden.	Antal mätningar.
$a : c$ = (100) : (001)	—	86° 5′	85° 3′ —86° 55′	8
$a : m$ = (100) : (110)	—	70° 44′	70° 19′—71° 20′	6
$c : e$ = (001) : ($\bar{1}$01)	—	17° 23′	16° 51′—17° 56′	3
$c : m$ = (001) : (110)	88° 17′	88° 27′	88° 3′ —88° 53′	7
$d : m$ = (101) : (110)	83° 40′	83° 15′	83° 00′ – 83° 25′	4
$a : d$ = (100) : (101)	69° 25′	69° 14′	—	1
$a : e$ = (100) : ($\bar{1}$01)	76° 32′	76° 23′	—	1
$c : d$ = (001) : (101)	16° 40′	15° 49′	—	1

Färglösa, små, glänsande kristaller, tafvelformiga efter ortopinakoiden. Genomgångar tydliga efter 0 P. De optiska axlarnes plan ligger i symmetriplanet. Den ena axeln synes alldeles i randen af synfältet på ortopinakoiden.

Den nya föreningens lösning ger med järnklorid en djup blågrön färgning. I köld reducerar den ej FEHLINGS lösning (i allmänhet fallet med hydroxylaminderivat, där bägge vid kväfvet bundna väteatomerna äro substituerade). Gentemot utspädda alkalier och syror är föreningen ganska beständig och synes först vid kokning sönderdelas.

Analys:

I. 0,1485 gr. substans gaf 0,2490 gr. Ba SO_4.

II. 0,09 gr. substans gaf 16,1 ccm. fuktigt kväfve vid 16° C. och 764 mm.

	Beräknadt för $C_8N_2S.O.H_4$:	Funnet: I.	II.
S	21,62	22	—
N	18,91	—	19.

Af analysen framgår, att föreningen är s. dietyloxithiourinämne och således tillkommer densamma följande formel

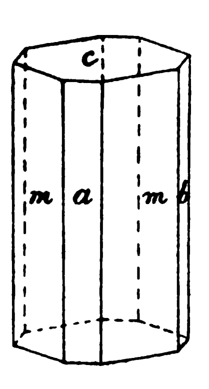
$$CS\langle{}^{N<{}^{OH}_{C_2H_5}}_{N.H.C_2H_5} .$$

Allylisothiocyanat och methylhydroxylamin.

$$CS\langle{}^{N<{}^{OH}_{CH_3}}_{N.H.C_3H_5} .$$

Framställning som vid föregående kropp. Reaktionsprodukten var en olja som stelnade i köldblandning vid omrörning. Efter upprepade omkristalliseringar ur varm benzol, hvari den lätt löser sig, erhöllo vi föreningen som färglösa, vid 54°—55° smältande nålar. I alkohol och kloroform äro de lättlösliga; svårlösliga i eter. Lösningen ger med järnklorid en mörkgrön färgning. Reducerar ej FEHLINGS lösning. Vid upphettning med alkalier eller syror sker sönderdelning. Ur benzol kunde mätbara kristaller erhållas. Amanuensen HEDSTRÖM, hvilken vi äfven hafva att tacka för denna kristallmätning, meddelar oss följande:

Kristallsystem: Monosymmetriskt.

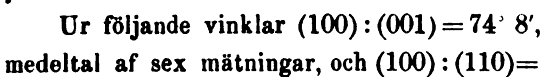


Iakttagna former:

$a = (100) \infty \bar{P} \infty.$ $\quad c = (001)\, 0\, P.$

$b = (010) \infty \check{P} \infty.$ $\quad m = (110) \infty P.$

Utom dessa mer eller mindre tydligt utbildade former förefunnos å ett par kristaller äfven några otydliga antydningar till pyramidytor och ortodoma.



Ur följande vinklar $(100):(001) = 74°\ 8'$, medeltal af sex mätningar, och $(100):(110) = 30°\ 6'$, medeltal af två mätningar, beräknas axelförhållandet

$$a : b = 0{,}60264 : 1.$$

$$\beta = 74°\ 8'.$$

c-axeln kunde ej beräknas, emedan kristallerna saknade de därför erforderliga ytorna.

Vinkeltabell.

Vinkelvärde.	Medelvärde	Gränsvärden.	Antal mätningar.
$a : c$ = (100) : (001)	74° 8′	73° 33′—74° 48′	6
$a : b$ = (100) : (010)	90° 4′	89° 41′—90° 21′	8
$a : m$ = (100) : (110)	30° 6′	29° 59′—30° 13′	2
$b : c$ = (010) : (001)	89° 59′	89° 39′—90° 41′	6
$b : m$ = (010) : (110)	59° 54′	59° 37′—60° 12′	2

Färglösa, små glänsande kristaller af en kort prismatisk habitus. De optiska axlarnes plan ligger i symmetriplanet. På ortopinakoiden utträder en bissektris så, att den ena axeln synes i kanten af synfältet. Utsläckningsvinkeln på (010) omkring 10° mot kanten af (100) i den spetsiga vinkeln β.

Analys:

I. 0,1356 gr. substans gaf 0,222 gr. Ba SO_4.

II. 0,082 gr. substans gaf 13,7 ccm. fuktigt kväfve vid 15,5° C. och 756 mm.

	Beräknadt för $C_8 N_2 H_{10} SO$:	Funnet: I.	II.
S	21,91	22,41	—
N	19,17	—	19,37.

För att äfven hafva undersökt en α-hydroxylamin hafva vi låtit

1. **Allylisothiocyanat och α-benzylhydroxylamin** reagera med hvarandra. Efter omkristallisering ur benzol erhöllos väl utbildade kristaller, som likväl voro ganska obeständiga och snart antogo en brun färg. Deras lösning ger ingen färgreaktion med järnklorid. Smältpunkt 57°—58,°5.

Analys:

0,1245 gr. substans gaf 0,1352 gr. Ba SO_4.

	Beräknadt för $C_{11} N_2 H_{14} SO$:	Funnet:
S	14,41	14,57.

Sammansättningen är $CS\langle {N<{H \atop OC_7 H_7} \atop NHC_3 H_5}$.

2. **Fenylisocyanat och α-benzylhydroxylamin.**

Små i alkohol lättlösliga nålar. Ingen färgreaktion med järnklorid. Reducerar FEHLINGS lösning först efter spaltning med syra eller alkalier.

Analys:

0,0668 gr. subst. gaf 7,4 ccm. fuktigt kväfve vid 16,8° C. och 761 mm.

	Beräknadt för $C_{14}O_2N_2H_{14}$:	Funnet:
N	11,57	11,97.

Den nya kroppens konstitution är $= CO\begin{cases} NHOC_7H_7 \\ NHC_6H_5 \end{cases}$.

α-Benzylhydroxylamin förmår äfven reagera med tvänne molekyler fenylisocyanat. Man erhåller små färglösa nålar, som smälta vid 240° C. Lösa sig lätt i alkohol, mindre lätt i benzol. Ingen färgreaktion med järnklorid.

Analys:

0,1254 gr. substans gaf 13,1 ccm. fuktigt kväfve vid 18° C. och 758 mm.

	Beräknadt för $C_{21}O_3N_3H_{19}$:	Funnet:
N	11,63	11,96.

Det förhållande att β-methyl och β-etylhydroxylamin endast förmå reagera med en molekyl fenylisocyanat, under det hydroxylgruppen blir orörd, synes oss, med en viss grad af sannolikhet, tala för att den nya kroppen har följande konstitution:

$$CO\begin{cases} N<\begin{matrix} OC_7H_7 \\ CO.NHC_6H_5 \end{matrix} \\ N.H.C_6H_5 \end{cases}.$$

Oxaleter och hydroxylamin.

Man har ju skäl förmoda, att reaktionen mellan oxaleter och hydroxylamin skall förlöpa på samma sätt som mellan oxal-

eter och ammoniak, och att en förening, hvilken motsvarar oxamiden, bör bildas.

$$\begin{array}{l} CO\,OC_2H_5 \\ | \\ CO\,O.C_2H_5 \end{array} + 2\,H.N.H.OH = \begin{array}{l} CO-NH\,OH \\ | \\ CO-NH\,OH \end{array} + 2\,C_2H_5OH.$$

Man inser emellertid omedelbart, att äfven om en sådan förening kan existera, bör den ega stor benägenhet till anhydridbildning

$$\begin{array}{l} CO = N.H.OH \\ | \\ CO = N\,H.OH \end{array} = \begin{array}{l} CO-NH \\ | \qquad \rangle O \\ CO-NH \end{array} + H_2O.$$

Att en sådan ringslutning inträdde omedelbart vid reaktionen framgick tydligt af den erhållna reaktionsproduktens alla egenskaper och bekräftigades vidare af analysen på densamma.

2 molekyler hydroxylamin lösta i eter försattes med en molekyl oxaleter. Det afskilde sig momentant ett hvitt pulfver, som under häftig sönderdelning smälte vid 143°—144°, hvarvid samtidigt en del åter blef fast, hvilken först smälte mellan 170° och 180° och vid vidare upphettning så småningom förflyktigades. Under mikroskopet visar sig fällningen bestå af små, korta, färglösa prismor. I benzol, ligroin och kloroform äro de knappast lösliga, i vatten och benzol äfven vid upphettning mycket svårlösliga.

Om vattenlösningen försättes med FEHLINGS lösning färgas den rödbrun, och det uppstår en gelatinös, rödbrun fällning. Kokas däremot lösningen först en stund för sig eller under tillsats af saltsyra eller natronlut, så verkar den starkt reducerande på FEHLINGS lösning, så länge den ännu är varm, men förlorar vid afkylning denna egenskap. Detta låter väl knappast förklara sig på annat sätt, än att vid kokningen ringen öppnar sig för att vid afkylning åter sluta sig. Stark NaOH och HCl afspalta hydroxylamin. Med järnklorid en intensiv, körsbärsröd färgning.

Analys:

0,1001 gr. substans gaf 23 ccm. fuktigt kväfve vid 15° C. och 769 mm.

	Beräknadt för $C_2O_3N_2H_2$:	Funnet:
N	27,45	27,71.

Vid upphettning med stark ammoniaklösning går kroppen jämförelsevis lätt i lösning och vid indunstning på vattenbad afsätta sig små kristallnålar, som smälta vid 175° under sönderdelning. Med järnklorid gifva de en röd färgning och reducera redan i köld FEHLINGS lösning. Vid behandling med natronlut utvecklas ammoniak. Troligen föreligger i denna kropp ammoniumsaltet af en syra

$$\begin{array}{l} CO-N.H.OH \\ | \\ CO-OH \end{array}$$

. Vi skola framdeles närmare undersöka denna kropp.

Då det för framställningen af den fria hydroxylaminen är af vikt att känna dens beständighet vid olika temperatur hafva vi, för att erhålla en ungefärlig bild af densamma, uppsamlat och mätt de gasvolumer, som en afvägd mängd (ungefär $^1/_2$ gr.) hydroxylamin, som successivt upphettades till olika temperatur, på en viss tid, utvecklade. Hydroxylaminen uppbevarades i ena ändan af ett böjdt, smalt glasrör, hvilken nedsänktes i ett vattenbad. Glasrörets andra öppna ända var förenad med en SPRENGELS luftpump. Sedan luften utpumpats, upphettades vattenbadet till den önskade temperaturen och de sig utvecklande gaserna uppsamlades öfver kvicksilfver.

1. Efter ungefär 8 timmars upphettning vid 30° hade ungefär 5 ccm. gas (760 mm. 15°) bildats. En ständig gasutveckling.

2. Under ungefär 8 timmars upphettning vid 50° utvecklades ungefär 9 ccm. gas (760 mm. 15° C.).

3. Under 8 timmars upphettning vid 60° utvecklades 25 ccm. (760 mm. 15° C.).

4. Mellan 70 och 80° sker sönderdelningen raskare. Under 9 timmars upphettning hade ungefär 100 ccm. gas utvecklats.

Vid framställningen af den fria hydroxylaminen enligt DE BRUYNS metod, erhåller man den som bekant först löst i methyl-

alkohol. Vid methylalkoholens afdestillering är det af ingen egentlig vikt för erhållandet af ett godt utbyte att utföra densamma vid mycket lågt tryck. Sedan alkoholen aflägsnats, och man kommer till destillationen af själfva hydroxylaminen måste trycket om möjligt sänkas till 15 mm. (man erhåller detta tryck med en god vattenstrålluftpump) så att hans kokpunkt kommer under 60°. Vid förarbetning af 50 gr. hydroxylamin-klorhydrat erhålles vanligen 60 % af den beräknade mängden. Detta absolut ren substans.

Den vid nyssnämnda försök erhållna gasblandningen underkastades explosionsanalys, sedan den tvättats med vatten för att aflägsna ammoniak. Vid tvättningen sammandrog sig gasvolumen med ungefär $^2/_5$. Tvättvattnet, hvilket icke reducerade FEHLINGS lösning innehöll utom ammoniak mycket ringa mängder af en kropp, som afskilde jod ur iodkalium (N_2O_3?).

Analys:

Gasblandning	9,6	ccm.
Väte	6,0	»
Summa . .	15,6	ccm.
Efter explosion	11,49	».

Då det ej är möjligt, att gasblandningen innehöll fritt syre, och den å andra sidan var fri från NO, N_2O_3 och N_2O_4, kunde vätets förbränning endast hafva skett på bekostnad af kväfveoxidul.

$$N_2O + H_2 = N_2 + H_2O.$$

Gasblandningen bestod således af

kväfoxidul	4,11	ccm.
kväfve	5,49	ccm.

LOBRY DE BRUYN [1]) anger äfven, att vid hydroxylaminens sönderdelning dessa bägge gaser utvecklas. [2])

[1]) Ber. d. deutsch chem. Ges. XXVII, 967.

[2]) BRÜHLS uppgift att det skall utvecklas kväfve och väte saknar allt experimentalt stöd, och torde ej förtjäna någon uppmärksamhet.

Stockholm 1895. Kungl. Boktryckeriet.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS

FÖRHANDLINGAR.

Årg. 52 | 1895. | № 3.

Onsdagen den 13 Mars.

INNEHÅLL:

Från Naturforskare-föreningen i Riga hade inbjudning ingått att deltaga i föreningens firande af dess 50-års jubileum; och skulle med anledning häraf lyckönskningsskrifvelse till föreningen aflåtas.

På tillstyrkan af komiterade antogos följande afhandlingar till införande i Bihanget till Akademiens Handlingar: 1:o) »Ueber das alte Männchen des Megaloglossus Woermanni», af Filos. Kandidaten Y. SJÖSTEDT; 2:o) »Om öländska raukar», af studeranden J. G. ANDERSSON; 3:o) »Om den fanerogama och kärlkryptogama vegetationen kring Kaitumsjöarne i Lule Lappmark», af Farmaceuten N. A. SVENSSON; 4:o) »On recent freshwater Diatoms from Lule Lappmark», af Filos. Kandidaten ASTRID CLEVE; och 5:o) »Iakttagelser under en ballonfärd den 4 Aug. 1894», af Öfveringeniör S. A. ANDRÉE.

Herr WITTROCK redogjorde för innehållet af den berättelse, som Lektorn C. A. M. LINDMAN afgifvit öfver sina i egenskap af Regnellsk stipendiat under åren 1892—94 utförda resor i Södra Amerika.

Herr SIDENBLADH meddelade en öfversigt af de vigtigaste resultaten af de i samband med 1890 års nyligen afslutade folkräkning uträknade dödlighets- och lifslängdstabellerna.

Sekreteraren aflemnade följande för offentliggörande i Akademiens skrifter inlemnade uppsatser: 1:o) »Littoralfaunans förhållande vid tiden för hafvets isbeläggning», af Docenten C. W. S. AURIVILLIUS*; 2:o) »Om fyndet af ett benredskap i Ancyluslera nära Norsholm i Östergötland», af Docenten H. MUNTHE*; 3:o) »Notes on fishes collected in the Cameroons by Mr. Y. SJÖSTEDT», af Docenten E. LÖNNBERG*; 4:o) »Om olika sätt att vid utredning af en enkekassas ställning beräkna inverkan af delägares för tidiga utträdande ur kassan». af Amanuensen G. ENESTRÖM*.

Den *Fernerska* belöningen för året tilldelades Professor P. G. ROSÉN för hans i Akademiens Handlingar införda afhandling: »Telegraphische Längenbestimmungen zwischen Lund, Göteborg, Hernö und Torneå».

Den *Flormanska* belöningen tillerkändes Medicine Kandidaten O. A. ANDERSSON för hans under året utgifna arbete: »Zur Kenntniss der Morphologie der Schutzdrüse».

Den *Lindbomska* belöningen fann Akademien denna gång icke tillräcklig anledning att bortgifva, utan skulle årets ränta å donationskapitalet användas till dettas förökande.

För vetenskapliga resor inom landet beslöt Akademien utdela följande understöd:

åt Filos. Licentiaten F. E. AHLFVENGREN 200 kronor för växtfysiognomiska undersökningar i Jemtlands fjelltrakter;

åt Docenten J. T. HEDLUND 175 kronor för att i södra och vestra Sverige fortsätta och afsluta sina studier öfver landets odlade träd och buskar;

åt Filos. Doktor J. ERIKSSON 175 kronor för studium på Gotland, Öland och i östra Skåne af xerofila växters biologi och anatomi;

åt Amanuensen G. O. MALME 100 kronor för biologiska lichenstudier i sydvestra Södermanland och östra Östergötland;

åt Docenten G. ANDERSSON 200 kronor för att inom Dalelfvens och möjligen äfven Klarelfvens floddal undersöka quartäraflagringar med särskild hänsyn till deras fossil;

åt Docenten H. MUNTHE 150 kronor för undersökningar öfver sänkta strand- och supramarina aflagringar på Gotland;

åt Kandidaten O. HOLMQVIST 150 kronor för att vid Kristinebergs zoologiska station undersöka anatomien af fiskarnes respirationsorgan äfvensom sidoliniens byggnad; och

åt Amanuensen G. GRÖNBERG 150 kronor för att vid Kristineberg fortsätta påbörjade studier öfver Sveriges hybrider.

Statsanslaget till instrumentmakeriernas uppmuntran beslöt Akademien låta i lika lotter fördela mellan mathematiska och fysiska instrumentmakarne P. M. SÖRENSEN och G. SÖRENSEN.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

Stockholm. *K. Vitterhets Historie och Antiqvitets Akademien.*
Antiqvarisk tidskrift för Sverige. D. 13: H. 1, 14: 3, 15: 2. 1894. 8:o.
— *Statistiska centralbyrån.*
Bidrag till Sveriges officiela statistik. 2 häften. 4:o.
Göteborg. *Museum.*
Årsberättelse. 1894. 4:o.
Halmstad. *Hallands läns hushållningssällskap.*
Handlingar. 1894: H. 2. 8:o.
Upsala. *Studentkårens bibliotek.*
Upsala universitets katalog. 1895: Vårterminen. 8:o.
Belfast. *Natural history & philosophical society.*
Report and proceedings. Session 1893/94. 8:o.
Berlin. *K. Preussische Akademie der Wissenschaften.*
Sitzungsberichte. 1894: 39—53. 8:o.
Politische Correspondenz Friedrich's des Grossen. Bd 21. 1894. 8:o.
Brünn. *Naturforschender Verein.*
Verhandlungen. Bd 32 (1893). 8:o.
Bericht der meteorologischen Commission. 12 (1892). 8:o.
Budapest. *K. Ungarische geologische Anstalt.*
Földtani közlöny (Geologische Mittheilungen). Kötet 24 (1894): 11—12. 8:o.
Jahresbericht. Jahr 1892. 8:o.

Calcutta. *Asiatic society of Bengal.*
Journal. N. S. Vol. 63 (1894): P. 1: N:o 3, 2: 3. 8:o.
Proceedings. 1894: N:o 9.
Cambridge, Mass. *Astronomical observatory of Harvard College.*
Annals. Vol. 32: P. 1; 41: N:o 2. 1895. 4:o.
Catania. *Accademia Gioenia di scienze naturali.*
Atti. (4) Vol. 7 (1894). 4:o.
Bullettino delle sedute. Fasc. 36—38. 1894. 8:o.
Chambésy. *Herbier Boissier.*
Bulletin. T. 3 (1895): N:o 1. 8:o.
Chicago. *Field Columbian museum.*
Pub. 1. Vol. 1: N:o 1. 1894. 8:o.
Córdoba. *Academia nacional de ciencias.*
Boletin. T. 14: Entr. 1. 1894. 8:o.
Dresden. *K. Sächsisches statistisches Bureau.*
Zeitschrift. Jahrg. 39 (1893): H. 1—2. 4:o.
Kalender und statistisches Jahrbuch für das Königreich Sachsen. Jahr 1894. 8:o.
Dublin. *Royal Irish academy.*
Cunningham memoirs. N:o 10. 1894. 4:o.
Innsbruck. *Ferdinandeum für Tirol und Vorarlberg.*
Wappenbuch der Städte und Märkte der gefürsteten Grafschaft Tirol. 1894. 8:o.
Jena. *Medicinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.*
Denkschriften. Bd 4: L. 1: Text & Atlas, 5: 1: Text & Atlas, 8: 1: Text & Atlas. 1894. 4:o.
Kjöbenhavn. *Dansk meteorologisk Institut.*
Meteorologisk Aarbog. 1891: D. 2. Fol.
Krakau. *Académie des sciences.*
Acta rectoralia almæ universitatis studii Cracoviensis inde ab anno 1469. T. 1: Fasc. 3. 1894. 8:o.
Collectanea ex archivio collegii historici. T. 7. 1894. 8:o.
Monumenta medii ævi historica res gestas Poloniæ illustrantia. T. 13—14. 1894. 8:o.
Rocznik. Rok 1893/94. 8:o.
Rozprawy. Wydział filologiczny. (2) T. 5—6, 8. 1894. 8:o.
» Wydział hist.-filozoficzny. (2) T. 5. 1894. 8:o.
Sprawozdania komisyi językowei. T. 5. 1894. 8:o.
Bulletin international. 1894: N:o 9—10; 1895: 1—2. 8:o.
Kristiania. *Norges geografiske Opmaaling.*
Topografisk Kart over Kongeriget Norge i 1 : 100,000. Bl. 1 D, 2 C, 9 A, I 18, Z 7, Æ 5—7. Fol.
Geologisk Kart i 1 : 100,000. Bl. 31 D. Fol.
Specialkart over den norske Kyst i 1 : 50,000. Bl. 8—9, 46. Fol.
Den norske Lods. 1893. 8:o.

(Forts. å sid. 178.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 3.
Stockholm.

Meddelanden från Sveriges zoologiska hafsstation Kristineberg.

I.

Littoralfaunans förhållanden vid tiden för hafvets isbeläggning.

Af CARL W. S. AURIVILLIUS.

[Meddeladt den 13 Mars 1895 genom HJALMAR THÉEL.]

Genom de gåfvomedel från Stiftelsen »Lars Hjertas Minne», som i November 1894 ställdes till K. Vetenskaps-Akademiens förfogande, möjliggjordes de jämförande undersökningar öfver hafsfaunans sammansättning under olika årstider som äro afsedda att fortgå under ett års tid vid Akademiens station Kristineberg i Bohuslän. Sedan stationens föreståndare, Prof. HJ. THÉEL, lemnat i uppdrag åt förf. att utföra dessa undersökningar, påbörjades desamma den 18 januari detta år och hafva sedan dess oafbrutet fortgått. Att redogöra för de resultat som härvid vinnas är afsigten med de meddelanden som inledas genom den här lemnade framställningen af *littoralfaunans förhållanden vid tiden för hafvets isbeläggning*.

Anledningen dertill att detta ämne i första rummet gjorts till föremål för iakttagelser var framför allt den, att de hydrografiska förhållanden som gjorde sig gällande vid mellersta Bohusläns kust under årets tvänne första månader i hög grad gynnade undersökningar af detta slag, hvarförutom den hit hörande faunan så att säga i första hand erbjuder sig åt den jämförande biologen, emedan de fysiska betingelserna för en littoralfauna vid vår vestra kust äro vida mer vexlande än hela den öfriga hafsfaunans. Om det sålunda, för ett dylikt syfte'

var en gynsam omständighet att hafvet vid iakttagelsernas början ej var isbelagdt, så att littoralfaunans sammansättning kunde utrönas i en vattentemperatur af + 0°,5, så blef den några dagar senare inträffande isbeläggningen af ännu större betydelse, emedan det efter isens afsmältning borde visa sig, om och hvilka djur öfverlefde strandområdets nerisning, om andra vikit undan mot djupet i varmare vattenlager o. s. v.

Åt dessa sistnämnda förhållanden kunde redan efter fjorton dagars förlopp egnas uppmärksamhet, enär den i de inre vikarne omkring 25 cm. tjocka isen oaktadt den tilltagande kölden — hvars minimum var — 17° — åter hastigt bröt upp eller snarare bortsmälte till följd af de varma hafsströmmar, hållande ända till + 4° temperatur som upprepade gånger — särskildt den 11 och 15 Februari — från Skagerak inströmmade i Gullmarsfjorden.[1]) Men äfven under de dagar då gångbar is fans i vikar och vid stränder kunde genom upphuggning af vakar i densamma en del iakttagelser göras särskildt öfver de littoraldjur som utmärka sandsträndernas fauna. Och ännu fyra veckor efter de först erhållna profven kunde dylika undersökningar upprepas i ett bottenfruset sund, der tillika sjelfva sandbottnen var frusen ungefär till samma djup som den öfverliggande isens mäktighet.

För att emellertid tydligare påvisa karakteren af det djurlif som under den kallaste årstiden existerar inom den littorala regionen, synes lämpligt förutskicka en kortfattad framställning af djurlifvet inom samma område under motsatta förhållanden, nämligen vid tiden för vattnets temperaturmaximum. Denna inträffar under Juli, Augusti och — åtminstone delvis — September, under hvilken tid littoralfaunans prägel i hufvudsak torde kunna anses vara densamma, ehuruväl temperaturen, beroende på ström- och vindförhållanden, kan förete dagliga vexlingar.

---

1) Den omkring den 23 Jan. öfver större områden inträffande isbeläggningen, som samtidigt blef hinderlig för segelfarten och föranledde dess afstannande, orsakades tydligen dels af den föregående ymniga regnnederbörden, dels ock af utgående ytströmmar af färskare vatten från fjordens inre delar.



Sjelfva strandens vexlande beskaffenhet och vattnets derpå beroende olika uppvärmning tillåta å andra sidan ej att uppge någon gemensam högsta temperaturgräns för hela det littorala området, ty under det ytvattnet vid branta klippstränder — liksom Gullmarsfjordens ytvatten i allmänhet — sällan öfverstiger + 19°, håller det samtidigt vid långgrunda sandstränder, äfven der dessa ej äro skyddade, 4—5 grader högre temperatur.

Likasom bottnens beskaffenhet har en afgörande betydelse för hafsfaunans karakter i allmänhet, så eger detsamma sin tillämpning äfven på den fauna, som till följd af sin förekomst inom området för ebb och flod i egentlig mening kallas den *littorala.*[1]) Här bildar nämligen det djurlif som tillhör ett område med *sand*botten i allmänhet en skarp motsats till det som förekommer vid en om ock omedelbart angränsande *klipp*strand, och det kan sägas om de egentliga sanddjuren, att de utan undantag genom hela sin byggnad äro uteslutande hänvisade till ett lif på eller i lös botten. Dock gifves det äfven ett tredje slag littoraldjur, nämligen sådana som utan att bestämdt kunna räknas till något af de nämnda områdena träffas inom hela strandregionen, vare sig att de till följd af sin rofdjursnatur infinna sig hvarhelst ett byte står att vinna — ex. Carcinus moenas, Asterias rubens — eller deras tillpassningsförmåga är synnerligen vidsträckt — ex. Mytilus edulis. Härmed äro alltså angifna de *tre grupper* littorala djur som kunna uppställas inom vår hafsfauna[2]) och som sålunda böra hvar för sig tagas i betraktande.

---

[1]) Anmärkas bör dock att, om också »strandbältet» under sommaren utgör littoraldjurens egentliga uppehållsort, ebbgränsen dock för de flesta icke utgör den undre gränsen för deras utbredning mot djupet utan ofta mer eller mindre öfverskrides.

[2]) Ännu en annan strandformation skulle kunna framhållas, nämligen den i mer instängda hafsvikar, isynnerhet intill bebygda orter förekommande *gytje*botten, som delvis utmärkes af Zosteravegetation. Då denna emellertid i de flesta fall ej går omedelbart upp till flodmärket utan dessförinnan öfvergår i

Hvad då först den littorala *sand*faunan angår, så synes visserligen sandstranden i jämförelse med klippstranden nästan blottad på djurlif och är i sjelfva verket detta i den meningen att högst få djurformer äro i rörelse på bottnens *yta*. Och äfven dessa få — *Crangon vulgaris* FABR., *Pleuronectes flesus* L. — komma endast då i rörelse när något byte visar sig eller de skrämmas upp ur sanden der de ligga mer eller mindre nerbäddade och i hvarje fall genom sin färgteckning äro skyddade för upptäckt. Af de öfriga finnas på sandens yta endast m. l. m. tydliga spår i form af gångar, hål för siphoner eller ock exkrementer, under det djuren sjelfva uteslutande lefva *under* ytan, vare sig sanden endast utgör en skyddande betäckning — musslor — eller tillika lemnar näring åt djuret — *Arenicola*. För så vidt emellertid dessa spår finnas inom flod- och ebbområdet torde djuren få räknas till de littorala, då det djup på hvilket de lefva ej öfverskrider 20—25 cm. Hvad musslorna beträffar visar sig detta djup olika för olika slägten och äfven för arter af samma slägte och bestämmes af siphonernas längd vid dessas största utsträckning; djupast under ytan ligger sålunda Mya arenaria, närmast densamma de med korta siphoner utrustade, ex. Cardium-arterna. De för den littorala sandfaunan karakteristiska musslorna äro: *Mya arenaria* L., *Mya truncata* L., *Tellina baltica* L., *Tellina exigua* POLI, *Scrobicularia alba* WOOD, *Mactra solida* L. *var. subtruncata* DA COSTA, *Cardium edule* L., *Cardium exiguum* GMELIN samt på gröfre grusbotten, isynnerhet bland Zostera-rötter, och åtminstone på sina yngre stadier tillhörande littoralområdet: de tre Tapes-arterna, *Tapes aureus* GMELIN, *T. lætus* POLI och *T. pullastra* MONT., samt *Thracia papyracea* POLI *var. villosiuscula*.

Hvad vidare den littorala *klipp-* (eller sten-)faunan beträffar äro inom detta område de flesta former på grund af sin

sand- eller klippgrund, men äfven der det förra inträffar nästan helt och hållet saknar karakteristiska djurformer, under det att den eger några vandringsformer gemensamt med de öfriga littoralområdena, så lemnas detta slags botten, *för så vidt den berör littoralbältet*, här ur räkningen.



förmåga att vistas ofvan vattnet vida lättare att iakttaga än de förra och hafva derföre företrädesvis betecknats såsom »strand-djur». Det som genom sin sedentära natur framför andra kan göra anspråk på detta namn är *Balanus balanoides* L., som till skilnad från ej blott alla öfriga skandinaviska Balanider utan äfven alla öfriga littorala djur, som tillhöra vår fauna, *uteslutande* träffas inom området för ebb och flod. Och genom sitt massvisa uppträdande inom vissa kusttrakter kan det tillika sägas sätta en karakteristisk prägel på detta område.

Bland de öfriga, icke-sedentära, intaga Littorinaformerna — *Littorina littorea* L., *L. rudis* MATON och *var. tenebrosa* MONT. samt *L. obtusata* L. — det utan jämförelse främsta rummet och uppträda isynnerhet ymnigt inom områden med rik Fucusvegetation. För dem alla, men särskildt för de tre förstnämnda är betecknande, att de för timmar, ja dagar kunna lemna vattnet och andas atmosferisk luft. I sistnämnda fall skiljer sig från Littorinaformerna *Purpura lapillus* L., som för öfrigt mindre är bunden vid Fucusvegetationen och företrädesvis träffas på sjelfva klippgrunden. Till de littorala klippdjur som lättare undgå uppmärksamheten höra de båda Patella-arterna *Patella testudinalis* MÜLLER och *P. vulgata* L.[1]) Deras vanliga vistelseort är brant stupande berghällar, der de, ehuru alltid fästade på sjelfva klippan, hålla sig dolda mellan strandvegetationen; ej sällan finnas de emellertid uppkrupna ofvan denna, men äro i sådant fall genom form och färg väl skyddade för upptäckt. Anmärkningsvärd är för öfrigt den för alla nu nämnda littorala Gastropoder gemensamma variationen i anseende till form, färg och skulptur.

Beträffande de fritt simmande Krustaceerna synes visserligen en del hufvudsakligen vistas inom den littorala klippregionen, då desamma emellertid snarare synas bundna vid ett visst slags vegetation än vid en bestämd botten torde de rättast böra föras till

[1]) Den senare träffas också i sjelfva verket endast i spridda exemplar i Bohusläns inre skärgård, men är allmännare ut mot öppna Skagerak, t. ex. vid Bohusläns Wäderöar.

den *tredje* gruppen littoraldjur. Inom denna — de *allmänt littorala* djuren — äro först att märka två inom hvarje littoralbälte — med undantag för grunda gytjeeränder — allmänt uppträdande efter byte kringströfvande former *Carcinus moenas* L. och *Asterias rubens* L. Hvad den förra beträffar bevisas dess verkligt littorala natur bland annat af dess förmåga att, med oförminskad lifsverksamhet, lefva i timtal ofvan vattnet, en egenskap som ej finnes i så hög grad hos någon annan marin Dekapod och som visserligen vid våra kuster ej i regeln tages i anspråk, men väl vid sådana — t. ex. Norges vestkust — der tidvattensskilnaderna äro mer betydande. Hvad åter den »vanliga sjöstjernan» angår synes den visserligen oftast bland vegetationen vid sten- eller klippstränder men saknas ingalunda äfven på annan botten, hvarhelst de mollusker finnas som företrädesvis utgöra dess föda. En sådan är den vanliga blåmusslan, *Mytilus edulis* L. Ej mindre än Balanus balanoides är denna mussla på sina yngre stadier betecknande för den littorala klippregionen, der på gynsamma ställen — afsatser, remnor, håligheter och smärre m. l. m. afstängda klippbassiner, som endast då och då nås af vågsvallet, kolonier på hundra- och tusentals individer äro hopade och bilda de karakteristiska blåsvarta eller bruna gyttringar som täcka klippgrunden. Individerna äro dervid ej blott fästade på den senare utan till stor del på och mellan hvarandra medelst byssus, i sin fasta sammanslutning egande ett medel att trotsa hafvets våldsamhet som den isolerade individen saknar. Men denna mussla är dock ej bunden endast vid klippbotten, ty ofta träffas äfven på sandgrund individer, ehuru de der vanligen äro isolerade eller på sin höjd bilda smärre samlingar; i förra fallet hafva de åtminstone såsom äldre gräft sig m. l. m. djupt ned i sanden, i senare fallet utgör byssus det medel hvarmed individerna fästa sig vid något föremål, en mindre sten eller dyl., i sanden och vid hvarandra. Bland Krustaceer, utom strandkrabban, som torde rättast föras till denna grupp littoraldjur, märkas: de båda räkarterna *Palæmon squilla* L. och *P. Rathkei* Lillj., åtminstone två Mysis-arter, *Mysis*

flexuosa MÜLL. och *M. inermis* RATHKE samt af Amphipoder *Gammarus locusta* L. och *G. marinus* LEACH.

Efter denna kortfattade öfversigt öfver littoralfaunans sammansättning under den varmaste årstiden torde de förhållanden under hvilka densamma lefver vid tiden för årets lägsta temperatur tydligare framträda. Att dessa förhållanden gent emot de förra skulle visa sig vara *förändringar*, kunde visserligen i allmänhet a priori antagas, men *sättet* och *graden* för desamma återstod i alla händelser att för hvarje särskildt fall påvisa. I hvad mån den vid mellersta Bohusläns kust under denna vinter rådande luft- och vattentemperaturen gynnade undersökningar i dylikt syfte har ofvan antydts, till huru stor del af littoralfaunan undersökningarne kunnat utsträckas skall deremot framgå af den följande redogörelsen. För att underlätta jämförelsen med det föregående följes äfven här samma ordning och indelning som ofvan begagnats.

1. Den littorala *sand*faunan.

Den som under sommaren är van finna ett om ej form-, så åtminstone individrikt djurlif redan på några få cm. djup röra sig öfver sandbottnen vid en långgrund hafsstrand skall under vintermånaderna förgäfves söka på samma ställe efter de kända djurformerna. Allt synes här dödt och stilla. Och när ett dylikt ställe, som under fjorton dagar varit isbelagdt, efter isens afsmältning åter undersöktes, visade sig förhållandena lika som före isbeläggningen. Först när sand upptogs medelst »bottenskafve», närmast för undersökning på mollusker, kommo några få exemplar i dagen tillhörande ett af de sökta djuren, nämligen *Crangon vulgaris*. Exemplaren voro emellertid vid upptagandet nästan orörliga, ehuru skilnaden mellan luftens (∓ 0°) och vattnets (+ 1°,5) temperatur för tillfället var helt obetydlig. Sedan de intagits i rumvärmen blefvo de emellertid snart lifliga och

när de senare samma dag släpptes i ett sandaqvarium dolde de sig genast på vanligt sätt genom sandens upphvirflande öfver kroppen, så att endast antenner och ögon voro synliga. Af det anförda samt af omständigheterna vid fångsten synes sannolikast, att dessa djur vid inträdande låg vattentemperatur gräfva sig ner i sanden och der lefva i ett dvallikt tillstånd tills gynsammare förhållanden åter höja deras lifsfunktioner. Möjligheten af vertikal vandring ned i djupare vatten behöfver för öfrigt ingalunda vara utesluten; vid trawlning på helt grundt vatten, men nedom sandgränsen, erhöllos nämligen vid ett annat tillfälle ej få individer, alla vid full lifskraft. Tilläggas bör att öfver det ställe der de nämnda sandexemplaren fångades visserligen under fjorton dagar legat inemot 20 cm. tjock is, men att denna dock icke nått bottnen.

Hvad det andra af de egentliga sanddjuren beträffar, som isynnerhet under sensommaren tillsammans med Crangon ger lif åt sandbottnen, nämligen *Pleuronectes flesus*, så tyckas dessa företrädesvis såsom små årsungar älska det grunda och varma vattnet vid sandstränder, men vid tillväxten draga sig ut på djupare. Denna flyttning torde emellertid liksom hos andra flundrearter närmast få tillskrifvas temperatursänkningen vid stränderna vid vinterns inträde och det derpå beroende aftagandet af det lägre djurlif, som der utgör deras föda.

I afseende på de öfriga för sommarens sandfauna utmärkande fritt rörliga djur hänvisas till den tredje gruppen, dit de till följd af sin allmänt littorala natur höra.

Undersökningar på skilda ställen af de *nere i sanden* lefvande djuren ha visat, att de under den kallaste årstiden äro att träffa på alldeles samma område och på samma djup som om sommaren. *Arenicola* gräfver i vatten af — 1° temperatur sina gångar och hål upp till sandytan på samma sätt som i vatten af + 23° och visar vid upptagandet i båda fallen lika stor rörlighet. Likaså hafva erhållits lefvande vid först nämnda temperatur: *Mya arenaria*, *Tellina baltica* och *T. exigua*, *Scrobicularia alba*, *Mactra solida var. subtruncata*, *Cardium edule* och

C. exiguum; de inom stationens draggningsområde kända fyndorterna för Mya truncata, de tre Tapes-arterna samt Thracia papyracea var. hafva deremot på grund af sin aflägsenhet ej hittills blifvit närmare undersökta.

Vid stränder der isen ej bottenfrusit och efter fjorton dagars tid bortsmälte befunnos samtliga exemplar som erhöllos af de först nämnda djuren fullt lifskraftiga redan vid upptagandet. Vid en bottenfrusen strand höggos nio dygn efter isbildningens början vakar i isen, som på dessa ställen nådde till 25 cm. tjocklek. På det ena stället var sjelfva sanden icke frusen, på det andra deremot kälad till 7 à 10 cm. djup. På båda erhöllos såväl Arenicola som Mya arenaria i fullt lefvande exemplar; dock låg musslan i sistnämnda fallet *under* det kälade gruslagret. Tre veckor senare, således *öfver 1 månad efter nerisningens början*, höggos åter hål vid sistnämnda sandstrand, hvars botten då befans kälad till minst samma djup som isens tjocklek. Vid bearbetning af denna hårdt frusna grus- och skalbotten medelst isspett erhölls ett litet (12 mm. långt) *lefvande* exemplar af Mya arenaria, som så snart det lades i vatten sträckte ut sina siphoner. Dessutom upptogos flere större exemplar af friskt utseende, som visserligen ej längre visade några lifsyttringar — deras siphoner höllos, när de vidrördes, alltjemt utsträckta —, men bland hvilka ett vid närmare undersökning befans innehålla *lefvande spermatozoider*. Ett fullvuxet exemplar af Cardium edule, ehuru af fullt friskt utseende, var likaledes utan lif — med slappa slutmuskler och sträckta siphoner.

I en annan sandig hafsvik som likaså under en månads tid varit isbelagd och nu täcktes af omkring 70 cm. tjock bottenfrusen is — sjelfva bottnen var dock på detta ställe i mindre grad kälad — träffades *lefvande:* ett fullvuxet exemplar af Cardium edule, två Tellina baltica och några Scrobicularia alba, under det att de flesta af sistnämnda form samt alla Tellina tenuis voro döda, ehuruväl djuren ännu bibehöllo ett friskt utseende.

De anförda exemplen synes således gifva vid handen, att äfven der ett istäcke af 30—70 cm. mäktighet hvilar omedelbart

på hafsbottnen möjligheten af djurlif i denna ej är utesluten under förutsättning af att högt vattenstånd då och då inträffar, så att flodvattnet tränger in mellan istäcket och bottnen eller — i bästa fall — genomdränker denna, hvarigenom en svårare kälbildning förhindras. Ty att vattenbrist — och sålunda qväfning — varit närmaste dödsorsaken för en del af de nämnda musslorna är tydligt på grund af det tillstånd i hvilket de anträffades och som kan betecknas såsom siphonmusklernas förslappning vid maximum af siphonernas sträckning och utspänning. Att åter ett och annat exemplar af samma mussla kunnat hålla sig vid lif i omedelbart grannskap till andra som blifvit qväfda behöfver ej nödvändigt tillskrifvas en större lifskraft hos de förra, utan torde snarare bero på ett i någon mån fördelaktigare läge till följd af ringare storlek och derigenom kortare siphoner, hvarigenom de bättre än de djupare liggande kunnat tillgodogöra sig en tillfällig vattentillgång.

Till sandfaunan under vintern kan slutligen räknas en Gastropod, *Nassa reticulata* L., som visserligen äfven sommartiden träffas i spridda exemplar på områdets utkanter, men under den kallare tiden från den djupare liggande slam- eller dybottnen synes närma sig stränderna i större antal.

2. Den littorala *klipp-* (eller sten-)faunan.

Den littorala djurform som på grund af sin sedentära natur och sin vana att fästa sig vid högsta flodgränsen mer än andra måste vara utsatt för alla ej blott vattnets utan äfven luftens vexlingar är *Balanus balanoides*. Dess lifsvillkor under den kallaste årstiden måste sålunda erbjuda ett särskildt intresse. Det första tillfälle som erbjöd sig till iakttagelser öfver detsamma var den 21 Januari, då isbildning redan börjat visa sig inom vissa fjordområden. Vid en lufttemperatur af — 8° voro då en del *på det torra* sittande exemplar öfverdragna af is och, när de frigjordes, befunnos äfven de inre delarne stelfrusna. Vid försök att öppna operculum visade sig slutmuskeln

slapp och intet lifstecken kunde för öfrigt märkas. Sedan djuren under några timmar legat i vatten (af + 0°,5 temperatur), lefde de emellertid åter upp och ur äggsamlingarna framkommo talrika Nauplius-larver. Några andra exemplar som samma dag anträffades på stenar *i vattnet* befunnos alla vid lif redan när de upptogos.

Vid ett senare tillfälle, den 20 Februari, insamlades åter en större mängd Balaner på strandklippor som till större delen voro nerisade af vågsvall, emedan de, sedan fjorden sköljt, legat utsatta för hårda NO-vindar. Under den föregående två veckor långa isbeläggningen hade emellertid den fasta hafsisen på grund af lågt vattenstånd i allmänhet ej nått upp till Balanerna, men der så skett hade dessa, liksom för öfrigt allt annat organiskt lif fullständigt utrotats inom ett till omfattningen vexlande, men stundom ända till 2 meter djupt bälte.[1]) De insamlade exemplaren hade alltså under fyra veckors tid varit utsatta för en lufttemperatur som i mycket få fall höjde sig öfver fryspunkten, men i medeltal utgjorde —8°—9° och under 7 dagar höll sig vid omkring —15°. Intet af djuren visade nu något lifstecken. De medfördes emellertid till stationen, en del förvarade i vatten af + 0°,5, andra torra. Vid återkomsten, som inträffade *en timme derefter, hade de förra exemplaren åter left upp och utsläppt Naupliusungar i tusental*, hvilka sistnämnda ännu — 3 veckor senare — äro vid full lifskraft der de förvaras i ett vatten af 0° till + 3° temperatur. De exemplar åter som under hemfärden förvarades torra lefde visserligen också, sedan de lagts i vatten, ånyo upp men antalet ungar, som dessa aflemnade, var jämförelsevis obetydligt.

---

[1]) Detta »isbältes» vertikala utsträckning är för öfrigt ingalunda en index på isens mäktighet, utan beror i första hand på vattenståndets vexlingar och deraf — samt tillika af vindarne — framkallade höjningar och sänkningar af isfälten, deras förskjutning upp mot klipporna o. s. v. Innevarande vinters isperiod visar tillika exempel derpå, att det af isen härjade området ej alltid sträcker sig omedelbart upp till flodmärket utan *upptill* begränsas af en 30 à 50 cm. bred Fucusvegetation, som förblifvit oberörd af densamma.

Denna Balanus-art lemnar sålunda det måhända enastående exemplet på ett hafsdjur som, utan att ega något särskildt skyddsmedel, förmår uthärda ytterligheterna i både luftens och vattnets temperatur och bibehåller hvad det senare beträffar som det synes under alla omständigheter sin lifsverksamhet oförminskad, under det att i luften lifsfunktionerna visserligen blifva latenta vid låg temperatur, men dock vid gynsamma förändringar åter mycket hastigt kunna upptagas. Och i afseende på de nykläckta Nauplierna hade jag upprepade gånger tillfälle iakttaga, när temperaturen i det aqvarium der de förvarades sänktes under fryspunkten, att deras rörelser så småningom slappades, så att de samtliga slutligen lågo orörliga på aqvariets botten, men när derpå temperaturen höjdes kommo de ånyo i rörelse. På samma sätt synes i det fria, när djuren befinna sig på det torra och köld inträffar vid tiden för larvernas kläckning, denna fördröjas tills de gynsamma omständigheter inträda, som tillåta bådadera att återupptaga sina lifsfunktioner och de förra att utsläppa de färdigbildade ungarne.

De stranddjur som under sommaren genom sitt lefnadssätt mest erinra om Balanus balanoides äro de båda strandsnäckorna *Littorina littorea* och *L. rudis* samt äfven — ehuru i mindre grad — *var. tenebrosa* och *L. obtusata*. En vigtig skilnad ligger dock deri, att de senare frivilligt lemna vattnet och äfven vid hög lufttemperatur samt i starkaste solbadd vistas på det torra, den förra deremot i detta afseende helt och hållet beror af tidvattnet eller vågsvallet, sedan den en gång satt sig fast på klippan. Denna väsentliga olikhet gör sig emellertid först under vintern gällande äfven i det yttre, i det att strandsnäckorna antingen icke eller ock i vida mindre mängd än under den varmare tiden träffas på det torra; och de som der förekomma synas, på grund af sitt nära grannskap till vattnet och ringa höjd öfver detta, i de flesta fall hafva lemnats qvar vid ebben. Lemna de stundom frivilligt vattnet, så aflägsna de sig helt obetydligt från detta. Dessa iakttagelser i det fria bestyrktes på djur som intagits i aqvarier. Så länge nämligen aqvarievattnets temperatur

är låg — nära fryspunkten eller under denna — hålla sig djuren i regeln i vattnet; ökas deremot värmen och isynnerhet om den höjes t. ex. till vanlig rumvärme, lemna snäckorna, likasom under sommartiden, utan undantag vattnet. Såväl kort innan fjorden blef isbelagd som efter isens afsmältning träffades för öfrigt dessa Littorinaformer något djupare ned i vattnet vid sten- eller klippstränder än på sommaren, en del iakttogs till och med under det af isen renskrapade bältet, åtminstone på 1,5 met. djup. Hvad samma formers härdighet mot låg temperatur i vatten eller luft beträffar visade sig lifskraften i vatten af + 0°,2 såväl före som efter nerisningen fullkomligt oförsvagad — vid upptagandet ur vattnet drogs foten med operculum hastigt in i skalet. Af exemplar som anträffades på det torra vid —2°,5 lufttemperatur voro somliga fastfrusna vid klippan och på det temligen långt indragna operculum fans äfven isskorpa; dessa djur drogo sig vid beröring endast långsamt djupare in i skalet. Andra, som legat mera skyddade och ej voro fastfrusna, visade större rörlighet; och i båda fallen pressades vid operculi indragning rikligt slem ut kring dettas kanter.

När vid ett annat tillfälle — den 25 Febr. — exemplar träffades på det torra vid — 8° lufttemperatur, hvarvid derjemte hos de flesta locket ej tillslöt skalmynningen utan blottade en del af foten, så reagerade denna visserligen ej längre vid retning, men så snart exemplaren vid hemkomsten lades i vatten lefde de inom få timmar åter fullständigt upp. För jämförelses skull anstäldes vidare försök med exemplar från samma ställe, af hvilka hälften lades i en skål med vatten, de öfriga i en tom skål och båda lemnades under natten i — 10° temperatur. Följande dag voro de alla till utseendet liflösa, men sedan de intagits i ett några grader varmt rum lefde de inom få timmar upp, de som legat torra dock senare än de andra som legat infrusna i isen.

Hvad vidare *Patella testudinalis* vidkommer kunde jag efter isens försvinnande öfvertyga mig om att den ej stod att finna på de vanliga fyndplatserna i vattenbrynet såsom under sommaren;

deremot iakttogs ett exemplar på omkring 2 meters djup, alltså under det bälte som betecknade isens härjningar och dermed tillika *under* den egentliga littoralregionen.

Liksom vid föregående afdelning kan äfven vid denna tilläggas en djurform, äfvenledes tillhörande de siphonbärande Gastropoderna, nämligen *Buccinum undatum* L., hvilken under sommaren uteslutande är sublittoral. Vid de undersökningar som, efter isens bortsmältning, i slutet af Februari anställdes inom den littorala klippregionen var det öfverraskande att finna denna snäcka i stora massor uppkrupen på bergväggarne ända upp mot vattenmärket. En anledning dertill, att den lemnar djupare vattenlager och söker de kallare ytliga, är möjligen att finna i fortplantningsförhållandena; åtminstone träffades samtidigt nyligen lagda äggsamlingar af djuret fästade på alger på endast c. 1 meters vatten. Huruvida derjemte andra orsaker föranleda denna vandring måste f. n. lemnas oafgjordt.

3. *Allmänt* littorala djurformer.

Bland de djur som jemte Crangon vulgaris och Pleuronectes flesus under den varmare årstiden gifva lif åt sandstränderna intaga *Carcinus moenas* och *Asterias rubens* ett framstående rum. Då de emellertid, liksom de följande djurformerna, lika talrikt uppträda inom littoralområden af annan natur torde de rättast betraktas såsom en från de båda föregående skild biologisk grupp. Dessa stranddjur, som på grund af sin talrikhet och den omvexling de bereda åt våra hafsstränder under sommaren ej kunna undgå att väcka en allmän uppmärksamhet, sökas båda förgäfves såväl på sandbotten som inom hela littoralområdet under den kallaste årstiden. Öfverlefva de vintern och i sådant fall hvarest?

Hvad strandkrabban angår träffades denna under januari och februari först på 3—4 meters djup på lösare, Zosterabevuxen botten och nästan uteslutande i halfvuxna exemplar. I en grund hafsvik med hufvudsakligen sandig botten, som varit isbetäckt

under 2—3 veckor, erhölls, jemte några lefvande sandmusslor och lefvande Arenicola, två smärre döda exemplar af sandkrabban. Vid ett annat tillfälle erhölls, visserligen också på sandbotten, men nära dennas gräns mot dybottnen och på omkring 1 meters djup ett litet lefvande exemplar. I afseende på djurets lifskraft må anföras att den redan vid en *luft*temperatur af —3° föreföll liflös, men när den kort efteråt lades i vatten af + 2° qvicknade den åter vid fullständigt.

Hvad åter den »vanliga sjöstjernan» beträffar lyckades det mig redan i januari, före isbildningens början, samt sedermera under isen på Zosterabotten att erhålla talrika exemplar, men först på ett djup af 3—4 meter. Några dagar efter istäckets afsmältning och mycket sannolikt af samma anledning som orsakade denna, nämligen tillströmningen af + 3° till + 4° varmt vatten från Skagerak visade sig deremot en del exemplar på något grundare vatten (1—2 meter) upp mot stränderna utan att dock inkomma på det egentliga littoralområdet. När vid slutet af Februari de varmare inflödena mot svenska kusten upphörde och yttemperaturen under de första dagarne af Mars sjönk till ∓ 0° och —1° — vid hvilken sistnämnda temperatur för öfrigt isbildning nu allmänt egde rum — bemärktes emellertid dessa sjöstjernor ej längre i det grundare vattnet.

Bland de kräftdjur, som, förutom strandkrabban, i stora skaror svärma omkring i strandregionen under sommaren, äro vidare att märka: *Palæmon squilla* och *P. Rathkei* samt *Mysis flexuosa* och *M. inermis*, hvilka isynnerhet med förkärlek vistas bland Fucus- och Zosteravegetationen. Vid en yttemperatur som håller sig omkring fryspunkten står deremot intet enda exemplar att få inom denna region, och blott vid ett enda tillfälle — vattnet höll då i ytan + 3° à + 4° — bemärktes ett exemplar af Mysis flexuosa nära bottnen vid en klippstrand på omkring 1,5 meters vatten. När deremot håfningar anstäldes djupare ned, på 3—4 meters vatten — detta skedde för öfrigt under isen i upphuggna vakar —, så träffades bland Zosteravegetationen på skilda ställen både fullvuxna och halfvuxna exemplar af Palæmon squilla och

och P. Rathkei samt bland Fucaceer och Florideer de båda Mysis-arterna. I —4° lufttemperatur visade räkorna snart inga lifstecken, i vatten af omkring 0° voro lifsyttringarne svaga, men i några grader varmt vatten befunno sig djuren i full verksamhet. På räkor som hållits lefvande i 1½ månad i ett aqvarium kunde flere gånger iakttagas dylika förändringar, som olika temperaturgrader framkalla.

Af *Gammarus locusta* och *G. marinus*, som under sommaren kunna räknas till de littorala djuren, förmärktes nu intet spår inom littoralbältet, men väl träffades åtminstone den förra djupare ned, på 2—4 meters vatten.

Genom sin öfvervägande sedentära natur erbjuder slutligen inom denna grupp *Mytilus edulis* ett särskildt intresse. På ställen der förf. förliden sommar iakttog nybildade kolonier af denna mussla befunnos exemplaren nu hafva nått en storlek af 18 mm (och på ett annat håll träffades exemplar, också synbarligen från föregående år, som mätte till 40 mm), dock funnos deribland ännu många som endast mätte 4—5 mm och sålunda af en eller annan orsak blifvit efter i utvecklingen. Med det läge dessa Mytilus-kolonier hafva var att vänta, att de skulle lida afbräck vid inträffande svåra isvintrar. Att detta också verkligen är fallet bevisades af de många m. l. m. skadade kolonier som till och med efter den jämförelsevis korta — två veckor — isbeläggningen detta år kunde iakttagas, om ock det låga vattenståndet vid tiden för densamma äfven här var en gynsam omständighet. Hvad åter sådana blåmusslor beträffar som lefva på sandbotten och grundt vatten tyckas dessa visserligen ej i märkbar mån förändra plats mot vintern — musslor upptagas sålunda i stor mängd vintertiden på samma ställen der de lefva under sommaren —, men väl bereda de sig skydd derigenom att de gräfva sig djupare ned i sanden, ofta ända till ³/₄ af musslans längd, så att endast den bakre siphonala delen är synlig ofvan bottnen.

Sammanfattas i korthet här meddelade iakttagelser öfver littoralfaunans förhållanden vid Sveriges vestkust under den kallaste årstiden, så visa sig desamma jämförda med den varmare årstidens i de allra flesta fall såsom *förändringar*. Orsakerna härtill äro: *temperaturskilnaderna i luft och vatten*, *ett littoralområdes bottenfrysning under längre tid* eller *isens mekaniska åverkan*. Beroende på den ena eller andra af dessa orsaker förändras littoralfaunan

1:o) genom *vertikala vandringar*. Dessa ske antingen

a) *mot djupet*. Exempel härpå lemnas af första gruppen: Pleuronectes flesus (och delvis Crangon vulgaris), af den andra: Littorina-arterna och Patella — ehuru båda dessa i mindre grad — och af den tredje: Carcinus, Palæmon-, Mysis- och Gammarus-arterna samt Asterias rubens; eller

b) *mot ytan*. Hit kunna räknas Buccinum undatum och Nassa reticulata.

2:o) genom *nergräfning i bottnen*. Härpå lemna Crangon vulgaris (delvis) och Mytilus edulis (på sandbotten) exempel.

3:o) genom *utdöende*. Detta inträffar under vissa förhållanden, framför allt med de littorala sandmusslorna, Balanus balanoides, Mytilus edulis (inom klippregionen) samt äfven med några af de i mom. 1 a) och 2) nämnda formerna — Littorinæ, Patella, Mytilus (på sandbotten) och Crangon —, allesamman således antingen sedentära djur eller sådana som antingen icke eller endast i ringare mån vikit undan från de områden der de lefva under den varma årstiden.

I huru stor omfattning littoralfaunan utdör under en vinterperiod beror helt naturligt i allmänhet på den styrka, med hvilken de båda senare af de ofvannämnda faktorerna göra sig gällande, och särskildt sammanhänger den åverkan på strandområdet, som isen åstadkommer, på det närmaste med vexlingarne i vattenståndet, vind- och sjöförhållandena under den tid ett sammanhängande istäcke utbreder sig i fjordar eller längs större sträckor af den öppna kusten. Anmärkningsvärdt är härvid det förhållande, att den littorala djurform som framför andra

är utsatt för isens härjningar, nämligen strandbalanen, just vid denna årstid har ungarne utvecklade, så att moderdjurets lösryckande från klippan till och med kan synas vara ett medel för dessas frigörelse. För hvarje individ som dukar under träda således omedelbart tusenden fram i kampen för tillvaron.

I detta fall — och det finnes skäl antaga i flere — behöfver sålunda den förödelse, som isen anställer på littoralfaunan inom en större kuststräcka, ej nödvändigt innebära ett utrotande eller ens någon minskning i en viss djurforms freqvens, der ej särskildt ogynsamma omständigheter träda hindrande i vägen för den unga afkommans fortsatta utveckling. Utsigterna för artens fortfarande bestånd äro för öfrigt just beträffande dessa littoraldjur större derigenom att antalet af de ägg som samtidigt komma till utveckling vida öfverträffar detsamma hos de migratoriska stranddjuren.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1895. N:o 3.
Stockholm.

Om fyndet af ett benredskap i Ancyluslera nära Norsholm i Östergötland.

Af HENR. MUNTHE.

[Meddeladt den 13 Mars 1895 genom G. LINDSTRÖM.]

Under den resa i kvartärgeologiskt syfte, som jag med understöd af K. Vetenskaps-Akademien sommaren 1894 utförde, besöktes äfven lergrafven vid tegelbruket under Tångstads egendom, Kimstads socken i Östergötland, 1,7 *kilometer* WNW från Norsholms jernvägsstation. Den lera, som här bearbetas, visade i flere hänseenden en sådan påfallande öfverensstämmelse med de förut såsom säkra Ancylusleror kända lerorna vid Skattmansö och Heby i Upland,[1]) att jag redan vid undersökningen på platsen kom till den öfvertygelsen, att äfven här förelåg en Ancyluslera. Utom genom sin stora yttre likhet med de anförda lerorna och sin förekomst på ett sätt, som förutsatte dess bildning i det baltiska hafvet, befans den nemligen ställvis lagrad direkt på ishafslera samt innehålla en makroskopisk flora med de från Ancylusleran kända formerna *asp*, *björk* och *gråal*, under det att för Litorinatidens flora karakteristiska representanter tycktes helt och hållet saknas. Genom den sedermera utförda undersökningen på lerans innehåll af *diatomaceer*, hvilka professor CLEVE med vanlig beredvillighet haft godheten bestämma, har

[1]) A. G. NATHORST: Om en fossilförande leraflagring vid Skattmansö i Upland. G. F. F., Bd 15, 1893, sid. 539. HENR. MUNTHE: Über d. sogennante »undre grålera» etc., Bull geolog. Institut. Upsala, Vol. I, N:o 2, sid. 118.

lerans Ancylusålder blifvit till fullo bevisad, hvarjemte konstaterats tillvaron af Litorinalera ofvanpå Ancylusleran.

Då jag nu går att redogöra för denna fyndort, sker detta icke så mycket på grund af dess betydelse i geologiskt hänseende som fastmera därför, att i Ancylusleran härstädes gjorts ett *arkeologiskt* fynd af med all sannolikhet stort intresse. Det åsyftade fyndet utgöres af ett af menniskohand bearbetadt redskap af ben, hvilket kort före min ankomst till platsen af en arbetare hittats på vid pass 2,5 meters djup under markens yta och, såsom längre fram skall visas, med stor sannolikhet i ursprungligt läge.

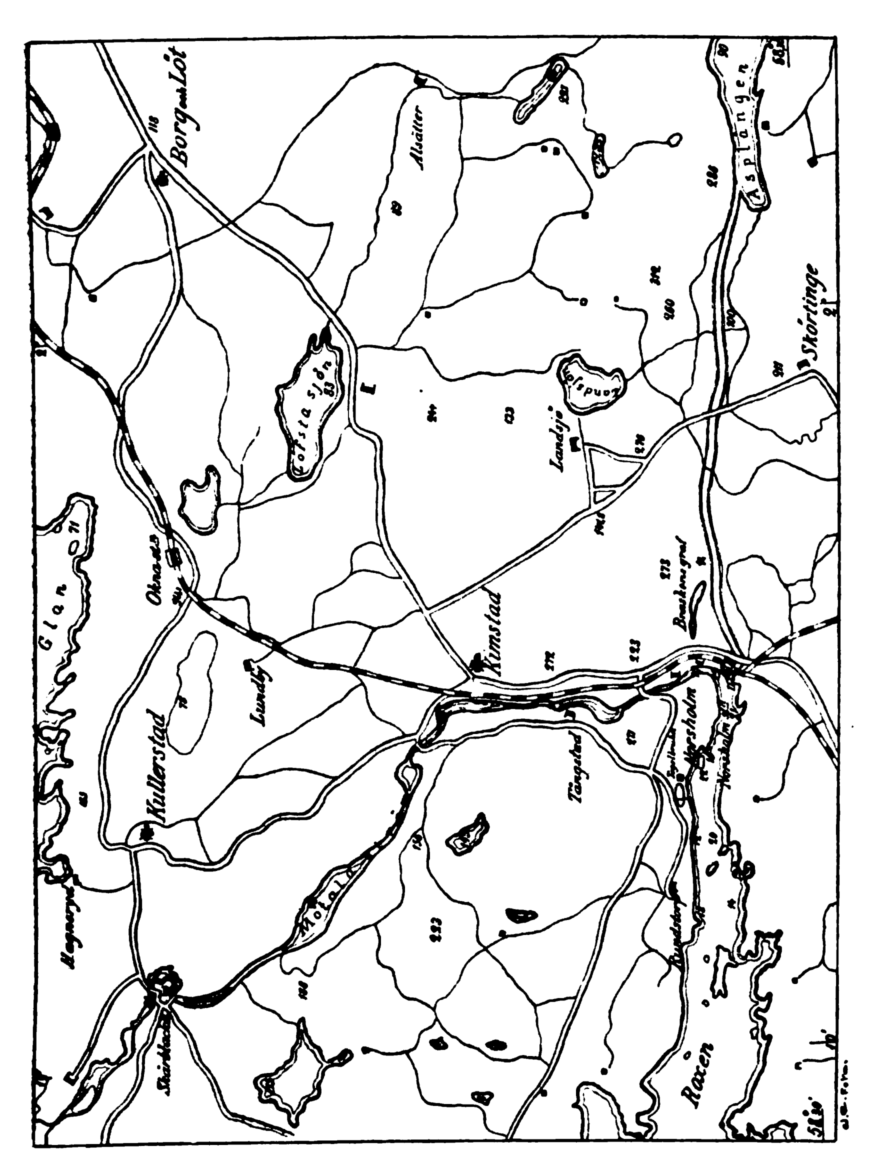
Egaren af Tångstad, militärattachéen i Petersburg, major A. VON ARBIN, åt hvilken redskapet öfverlemnats af egendomens förvaltare, fanjunkaren A. R. BJÖRNBERG, var, sedan fyndets betydelse blifvit framhållet, genast villig att öfverlåta detsamma till Statens Historiska Museum, dock med rättighet för mig att om fyndet publicera, hvad jag kunde anse lämpligt.

Jag har fattat denna uppgift så, att jag först lemnar en framställning af *fyndortens geologiska förhållanden*, därefter något redogör för *redskapets beskaffenhet och äldre fynd af liknande utseende*, sedan diskuterar frågan om *fyndets äkthet* (om i ursprungligt eller sekundärt läge) för att till sist ingå på frågan om *fyndets ålder* och *vetenskapliga betydelse*.

Till herr BJÖRNBERG står jag i tacksamhetskuld för en del sifferuppgifter, som från honom erhållits efter mitt besök vid Tångstad.

Geologiska förhållanden.

Tegelbruket (med lergrafven) är beläget invid Roxen i en från N och NO, mellan urbergs- och moränkullar nedskjutande sänka (jemför kartskissen å nästa sida). Norr och nordost om Norsholmsviken, och mestadels först på något afstånd från denna, höja sig enstaka punkter till omkring 100 fot (30 *meter*)



Kartskiss, utvisande fyndortens läge i förhållande till Roxen och de lägre liggande trakterna åt Asplången och Glan.

Skala 1 : 100,000.

öfver Roxens yta, som ligger 110 fot (32,7 *m.*) öfver hafvet, och vid pass 15 kilometer NO till O från Norsholms station träffas den högsta punkten i trakten eller 273 fot (81,1 *m.*) öfver hafvet. Trakterna närmast söder om samma vik äro ej obetydligt lägre än de nyss anförda, och området mellan Norsholms egendom och något S. om kanalen var före jernvägsanläggningen så lågt, att Roxen vid högt vattenstånd svämmade öfver detsamma och tog sin väg ner åt Asplången. Faran för öfversvämning blef afvärjd vid jernvägsanläggningen, därigenom att då anlades en grusbank, hvars yta vid stationen ligger vid pass 2—2,5 *m.* öfver sjöns nivå. Det synes sannolikt, att Roxen fordom haft sitt aflopp åt detta håll och först senare af någon orsak banat sig sin nutida väg mot norr till Glan genom de här förefintliga, delvis af ås-grus bestående lösa jordlagren.

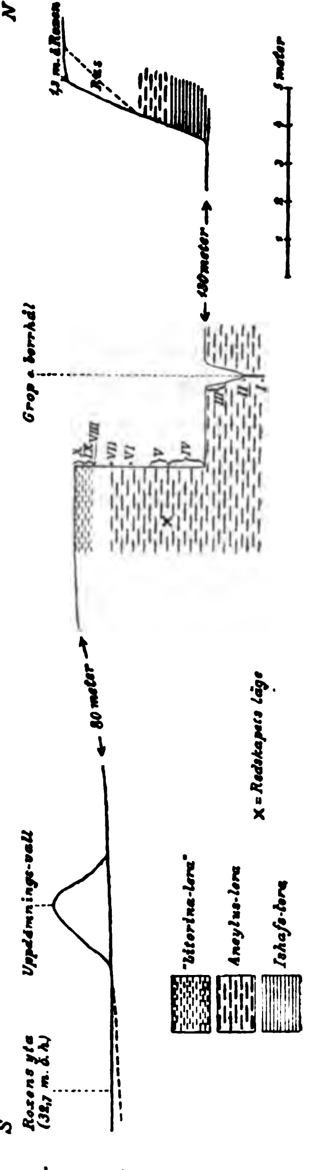
Vare härmed huru som helst, tydligt är emellertid, att traktens topografi, särskildt öster om Norsholmsviken, är sådan, att vid tiden för Ancyluslerans bildning, som måste antagas ha försiggått på åtminstone åtskilliga meters djupt vatten, Roxen icke kunnat existera såsom insjö, utan måste området ha stått i direkt förbindelse med och utgjort en del af det dåtida baltiska sjösystemet d. v. s. med Ancylussjön.

På det geologiska kartbladet [1]) är området för lertaget betecknadt såsom »åkerlera», en benämning som, enligt hvad man numera vet, kan återföras dels på vittrad ishafslera (-mergel) dels ock på Ancyluslera och Litorinalera. Enligt mina undersökningar utgöras de här och på en del andra närliggande lokaler uppträdande lerorna i öfvervägande grad af Ancyluslera, som ställvis betäckes af sand eller grus men i lertaget af en några decimeter mäktig, gytjeblandad Litorina- och sötvattenslera, hvarom mera längre fram.

Omstående profil, som är ämnad att åskådliggöra lagringsförhållandena inom vestra delen af lertaget (jemför kartan), är tagen i N—S, hvarigenom Ancyluslerans läge direkt på ishafsleran inom dess norra del framträder.

---

[1]) »Norsholm», S. G. U., Ser. Aa, N:o 79, 1880 (af G. A. Carlsson).



Ishafsleran är tunnskiktad — skiktens tjocklek i medeltal 3,5 *mm.* — och i saknad af fossil. Lika litet som öfriga här förekommande aflagringar fräser den för syra, hvarför karbonathalten måste antagas vara obetydlig.

I den på ishafsleran direkt hvilande *Ancyluslerans* understa del — ungefär understa centimetern — kunde inga fossil upptäckas, hvaremot 1—2 *cm.* högre upp några sparsamma lemningar af högre växter erhöllos, hvilka dock enligt Dr. GUNNAR ANDERSSON äro obestämbara. Af *diatomaceer* fans här endast *Melosira arenaria* men i talrika exemplar, och denna art är, såsom längre fram skall visas, allmän äfven i den södra profilens Ancyluslera. För öfrigt anträffades här *spongienålar.* — Högre upp i denna norra profil syntes inga fossil.

Från den södra skärningen, som erbjuder det ojemförligt största intresset och där äfven redskapet blef funnet, hafva prof undersökts från följande nivåer, hvilka alla återfinnas på profilen (romerska siffrorna).

X = 0,1—0,2 *m.* under markens yta.
IX = 0,3—0,4 » » » »
VIII = 0,5 » » » »
VII = 1,0 *m.* under markens yta.
VI = 1,5 » » » »
V = 2,0—2,5 » » » »
IV = 2,5—3,5 » » » »

III = 3,5—4,0 *m.* under markens yta.
II = c:a 4,5 » » » »
I = » 5,0 » » » » (borrprof).

Skärningen upptages till hufvudsaklig del af Ancyluslera (I—VII).

Som jag icke hade tillgång till någon längre borr, kunde hvarken denna leras mäktighet eller underlag bestämmas, men att detta senare utgöres af ishafslera, torde af flere orsaker kunna anses sjelfklart.

Ancylusleran är nertill och till vid pass 1 meter öfver lertagets botten af en blågrå färg (ovittrad) och icke förklyftad, beroende på sin mjuka konsistens, som icke tillåter uppkomsten af sprickor. Ofvanför 1 *m.* öfver bottnen af lergrafven blir lerans färg efter hand mera brunaktig (vittrad), och vid ungefär 2,5 *m.* höjd uppträda i den för torkning i luften utsatta väggen talrika sprickor i leran. De öfversta *dm.* äro mera uppluckrade, och färgen stöter här något i gult. På Ancylusleran hvilar en blandning af gytjig lera (VIII—X), innehållande såväl lakustrina som brackvattensdiatomaceer, hvilka senare utvisa, att Litorinahafvet gått in öfver trakten efter Ancyluslerans tillkomst. Någon gräns emellan Ancyluslerans öfre och Litorinalerans undre yta kunde icke iakttagas.

Ancyluslerans lager ligga i orubbadt läge, hvilket framgår af skiktens regelbundenhet. Då leran icke är alltför lös, låter den nemligen med temlig lätthet klyfva sig efter skiktytorna, hvilka äro försedda med en tunn beläggning af sand. Leran är för öfrigt af mycket fin beskaffenhet, och de funna lemningarna af högre växter äro i allmänhet väl bibehållna. Dessa växtlemningar äro talrikast inom den del af profilen, som motsvarar V i profilen, och förefinnas mera sporadiskt såväl öfver som under denna nivå, dock icke i Ancyluslerans öfversta del, där de genom atmosferiliernas inverkan synas ha blifvit förstörda.

Fossil i Ancylusleran.

Högre växter.

Utom de förut anförda — *asp*, *björk* och *Alnus incana* — hafva, delvis vid senare företagen slamning, erhållits *tall*flarn, hvarjemte tillkomma några andra arter, som godhetsfullt blifvit bestämda af dr ANDERSSON. De äro samtlige upptagna i nedanstående tablå, som äfven åskådliggör arternas stratigrafiska uppträdande.

Lemningar af högre växter från Ancylusleran.

	II	III	IV	V	VI
Pinus silvestris	—	—	—	+	+
Populus tremula	—	+	+	+	—
Betula verrucosa	möjl. båda arterna	+(?)	+(?)	+	(?)
» *odorata*		+(?)	+	(?)	(?)
Alnus glutinosa	—	+	+	+(?)	—
» *incana*	—	+	+(?)	+	—
Phragmites communis	—	—	—	+	—
Myriophyllum spicatum	—	—	+	—	—
Potamogeton sp.	—	—	+	—	—

Pinus silvestris. — Af denna har endast erhållits *barkflarn*, i VI några smärre bitar och i V (enligt ANDERSSON) blott en bit.

Populus tremula. — I V ett mycket vackert *blad* jemte åtskilliga fragment af sådana; *hängefjäll* hafva erhållits på såväl denna nivå som i III och IV.

Betula verrucosa. — Från V föreligger ett helt, tillplattadt *frukthänge* af denna art. En del af de spridda hängefjäll, frukter och bladfragment af björk, som finnas från andra nivåer, torde enligt ANDERSSON tillhöra denna art, under det att andra sådana synas böra hänföras till —

Betula odorata, som med säkerhet finnes representerad i IV. I VI är anträffadt »ett multnadt mindre grenstycke, hvilket troligen är af björk» (ANDERSSON).

Alnus glutinosa. — »Af denna art förekomma i V bladfragment, hvilka med mycken stor sannolikhet höra hit. Bestämningen af den blir så godt som säker, därför att typiska frukter äro funna såväl i III (3 stycken) som i IV (en)» (ANDERSSON).

Alnus incana. — Blad i V och frukter i III och IV (?).

Phragmites communis. — Rhizom- och bladfragment i V.

Myriophyllum spicatum. — Blad i IV (enligt ANDERSSON).

Potamogeton sp. — »Ett bladfragment, som nästan med säkerhet torde härstamma från en bredbladig *Potamogeton*-art, finnes på några lerstycken från IV» (ANDERSSON).

En jemförelse mellan floran i Ancylusleran vid Tångstad och den förut från säkra lokaler för Ancyluslera kända (Skattmansö och Viborg), visar en påfallande öfverensstämmelse. Alla vid Tångstad erhållna arter äro nemligen funna vid Skattmansö med undantag för *Phragmites* och *Potamogeton.*[1]) Förekomsten af *Phragmites* i södra Sveriges Ancyluslera, och särskildt något högre upp i densamma, var något som a priori kunde väntas, alldenstund arten blifvit funnen (vid Göstafs i Fröjel socken) på Gotland i lager af sannolikt något högre ålder.[2])

Af intresse är fyndet af *Alnus glutinosa* i Tångstadsleran, alldenstund denna art är den till dessa trakter från söder sist invandrade bland de här funna formerna och tillika den som har den sydligaste prägeln af dem alla.[3]) Särskildt anmärkningsvärdt är, att arten träffas så pass djupt i lagerserien som

---

[1]) Dr. ANDERSSON har meddelat mig, att bland de af Kand. E. NYMAN och mig våren 1894 hopbragta och till Riksmuseets Botaniskt-Palæontologiska museum insända samlingarna af växtfossil från Skattmansö äfven finnas ett par blad, som »utan tvifvel torde tillhöra *A. glutinosa*, hvadan den af mig (ANDERSSON) på stället gjorda bestämningen af några större, då anträffade blad torde ha varit riktig. [Jfr G. F. F., Bd 15 (1893): 577 samt Bd 16 (1894): 370 och Bot. Not., 1894: 110]». — Härigenom blir öfverensstämmelsen mellan Skattmansö- och Tångstadsflororna ännu större.

[2]) SERNANDER: Studier öfver den Gotländska vegetationens utvecklingshistoria, Upsala 1894, s. 43.

[3]) ANDERSSON: Studier öfver svenska växtarters utbredning och invandringsvägar. I. *Alnus glutinosa* ... och *A. incana* ... Botan. Notiser 1893, sid. 217 o. följ.

i III, ty detta utvisar, att klimatet redan vid tillkomsten af detta lager, var ganska mildt.[1]) Ej mindre vigtig synes förekomsten af *Alnus incana* på samma nivå vara, emedan denna art, som, enligt hvad ANDERSSON sökt visa (l. c.), inkommit till vårt land från öster, icke hittills är känd från så gamla lager inom så pass sydligt belägna trakter af vårt land. Den lägsta nivå i lagerserien, på hvilken den hittills anträffats inom södra Sverige, synes vara i Litorinalera — vid Ryssby, norr om Kalmar — såsom framgår af följande uttalande af ANDERSSON (l. c. p. 234): »Den med ett nedan omnämndt undantag (= det nyss anförda) fullständiga frånvaron af subfossila lämningar af *Alnus incana* inom det jämförelsevis väl undersökta Sydsverige visar med bestämdhet, att arten här måste vara mycket ung, och att dess nuvarande gräns inom denna del af vårt land ej är någon klimatisk gräns utan endast en tidsgräns.»

Rörande de särskilda arternas stratigrafiska uppträdande för öfrigt i Ancylusleran vid Tängstad torde för närvarande, innan närmare undersökningar af särskildt de undre, vid mitt besök på platsen föga tillgängliga nivåerna blifvit utförda, inga bestämdare uttalanden böra göras. Att lemningar af *fur* icke träffats djupare än i V, beror sannolikt på artens relativt sällsynta uppträdande i trakten vid tiden för de äldre lagrens bildning; ty att arten här uppträdt *före Alnus glutinosa*, synes vara påtagligt af de resultat, som vunnits inom sydligare trakter af Sverige och i Danmark.

Alger.

På flere nivåer i Ancylusleran inom södra delen af lertaget, nemligen i II, III, IV och V, hafva vid slamning erhållits en del trådfina organiska lemningar, hvilka delvis, enligt benäget lemnade uppgifter af Dr. O. F. BORGE och Prof. F. R. KJELLMAN, tillhöra *Vaucheria* sp. Liksom vid Skattmansö o. s. v.

[1]) Artens förekomst här och vid Skattmansö i lager af sannolikt minst lika hög ålder som i Skåne och Danmark torde förtjena att framhållas, äfvensom att den för sistnämda områden ofvan »ekzonen» förlagda »alzonen» representerar ett betydligt senare tidskede.

(NATHORST, G. F. F., Bd 15, p. 582) äro de sterila, hvarför de icke tillåta närmare bestämning.

Diatomacéfloran, hvilken såsom förut nämnts blifvit bestämd af prof. CLEVE, visar inom skilda delar af Ancylusleran det utseende, som nedanstående tablå anger (*a* = allmän, *s* = sällsynt).

	I	II	III	IV	V	VI	VII	Anmärkningar.
Amphora ovalis KÜTZ.	*s*	—	*s*	—	—	—	—	
Campylodiscus hibernicus EHB.	+	+	+	*s*	+	+	—	
» *noricus* EHB. . .	*a*	*a*	*a*	*a*	*a*	+	—	
Cocconeis Disculus (SCHUM.) CL.	—	—	—	—	—	—	+	Ancylus-ledfossil.
Cymatopleura elliptica BRÉB. . .	+	+	*a*	*s*	*s*	—	—	
Cymbella Ehrenbergii KÜTZ. . .	—	—	—	—	—	+	—	
» *gastroides* KÜTZ. . .	+	+	*s*	+	—	—	—	
Diploneis Domblittensis GRUN.	+	*s*	+	+	—	—	—	Ancylus-ledfossil.
Epithemia Argus (EHB.) KÜTZ.	—	—	*s*	—	—	—	—	
» *Hyndmanni* W. SM.	*a*	*a*	*a*	+	*a*	+	—	
» *turgida* (EHB.)KÜTZ.	+	—	+	—	+	+	—	
Eunotia Clevei GRUN.	—	—	—	—	*a*	*a*	+	Ancylus-ledfossil.
Melosira arenaria MOORE . .	+	+	*a*	*a*	*a*	*a*	+	
Navicula latiuscula KÜTZ. . .	*s*	—	*s*	—	—	—	—	Ancylus-ledfossil.
Pinnularia major KÜTZ. . . .	*s*	—	+	*s*	+	—	—	
Pleurosigma attenuatum W. SM.	*a*	*a*	*a*	*a*	—	—	—	
Surirella bifrons EHB. (*S. biseriata* BRÉB.)	—	+	—	—	—	—	—	
» *spirialis* KÜTZ. . . .	+	—	*s*	*s*	—	—	—	

Det är bland de anförda arterna endast tvenne, *Epithemia Argus* och *Surirella bifrons*, hvilka icke förut blifvit anträffade i Ancyluslera. För öfrigt visar diatomacéfloran vid Tångstad en mycket påfallande öfverensstämmelse med den vid Skattmansö och Viborg samt vid Heby och Lärbro (Gotland) [1]) funna och innehåller liksom vid dessa lokaler flere för Ancylusleran mycket karakteristiska arter, hvarför det icke lider det minsta

[1]) Diatomacéfloran från Viborg återfinnes i NATHORST: En växtför. lera från Viborg i Finland, G. F. F., Bd 16, p. 364—365 och den i blekeblandad sand från Lärbro i MUNTHE: Über d. sogenannte »Undre grålera» etc., Bull. Geol. Instit. Upsala, Vol. I, p. 122—123.

tvifvel om, att leran är en verklig Ancyluslera. Såvidt man af de hittills föreliggande undersökningarna kan döma, synes Ancylusleran med hänsyn till diatomaceerna kunna uppdelas i två horizonter, en *undre utan Eunotia Clevei* och en *öfre med denna art allmän.* En sådan uppdelning vinner stöd såväl af förhållandena vid Tångstad som vid de tvenne andra, hittills stratigrafiskt närmare undersökta lokalerna, Skattmansö och Heby. På de båda förstnämnda ställena uppträder arten först i ungefär öfre hälften af lagret, under det att vid Heby, som ur denna synpunkt ännu icke blifvit i detalj undersökt, densamma icke erhållits från lagrets understa del, men väl inom de öfre $^2/_3$ af detsamma.

En jemförelse mellan dessa lokaler ger vidare vid handen, att likaledes *Cymbella Ehrenbergii* endast är funnen högre upp (Tångstad och Heby), men att däremot *Cymbella gastroides* är inskränkt till lagrets *undre* del (Skattmansö och Tångstad). Möjligen skall det därför genom kommande undersökningar visa sig, att den undre af de ifrågavarande horizonterna karakteriseras af sistnämnda art.

Då, såsom af tablån sid. 157, jemförd med den öfver diatomaceerna framgår, *Eunotia Clevei* uppträdt först efter (den sydliga) *Alnus glutinosa*, skulle man kunna förmoda, att densamma för sin invandring till denna och andra trakter af södra Sverige, där den hittills blifvit funnen, varit beroende af en väsentlig klimatförbättring. Mot ett sådant antagande synes emellertid tala artens förekomst i sannolikt postglaciala lager inom trakter, som äfven under det varmaste skedet af den postglaciala epoken knappast torde ha haft fullt så gynsamma klimatiska förhållanden som de i södra Sveriges nordliga delar rådande vid tidpunkten för *Eunotia Clevei's* uppträdande här. Sistnämnda art är nemligen enligt CLEVE [1]) funnen i diatomacéjord så pass nordligt som i Kemi Lappmark (vid Sodankylä). Under sådana förhållanden ligger det nära till hands att tänka sig orsaken till

[1]) The Diatoms of Finland, Fennia 8, 2, 1891, p. 55 (separat).

artens sena invandring till södra Sverige vara den, att invandringen skett från Finland och Ryssland och att den därvid blifvit fördröjd, liksom fallet varit med den ännu senare inkomna granen (*Picea excelsa*). Artens förekomst i Litorinalera från Grundsunda socken i Ångermanland förtjenar äfven att i detta sammanhang framhållas, alldenstund man torde kunna taga för afgjordt, att den där härstammar från förstörda Ancyluslager, och att den sålunda under Ancylustiden lefvat i Sverige åtminstone så långt mot norr som i Ångermanland. [1])

Djurlemningar.

Djurlemningar synas vara temligen sällsynta i Ancylusleran vid Tångstad. Visserligen uppgafs af arbetare på platsen, att stora hvita »snäckskal» (musselskal) förr skulle vara funna inom nordliga delen af lertaget, men de efterforskningar jag gjorde inom detta område lemnade negativt resultat. De enda hithörande lemningar, som, mestadels vid lerans slamning, erhållits, utgöras af *insekter* (temligen sparsamma och hittills obestämda) samt *Cladocer*-fragment (allmänna) jemte några statoblaster af sötvattensbryozoen *Cristatella mucedo*. För öfrigt förefinnas genom hela lagret *spongienålar* (obestämda).

Cristatella-statoblaster hafva erhållits på nivåerna II, III och V.

Cladocer-fragmenten tillhöra, enligt af prof. LILLJEBORG benäget verkställd bestämning, följande arter, fördelade på de olika nivåerna på sätt vidstående tablå utvisar:

	II	III	IV	V
Sida crystallina O. F. MÜLLER	—	+	—	—
Bosmina longispina LEYDIG	—	—	+	—
» *humilis* LILLJ.	—	+	—	—
» *longirostris* var *similis* LILLJ.	—	+	—	—
Lynceus affinis LEYDIG	+	+	*a*	+
Camptocercus rectirostris SCHÖDLER	+	*a*	*a*	*a*
Alonopsis elongata G. O. SARS	—	+	—	—
Chydorus globosus BAIRD	—	+	—	*s*
» *sphæricus* O. F. MÜLLER	+	—	—	+
Acroperus leucocephalus KOCK	—	+	+	*s*

[1]) MUNTHE: Physical Geography of Litorina-Sea; Bull. Geol. Instit. Upsala, Vol. 2, 1894, noten p. 29—31. (Separat).

Alla arterna äro enligt prof. LILLJEBORG sötvattensformer, som finnas utbredda öfver hela Skandinavien och därför icke gifva något bestämdare utslag rörande olikheter i de klimatiska förhållandena vid tiden för de olika nivåernas tillkomst. Samtliga lefva i större vatten (sjöar och floder), flertalet dessutom i mindre vattensamlingar; men tvenne, *Bosmina longispina* och *B. longirostris* var. *similis*, äro inskränkta till större vatten.

Bosmina longirostris O. F. MÜLLER (hufvudformen) är förut anträffad i Ancylusleran vid Heby, vid pass 2 *dm.* öfver ishafsleran. (MUNTHE i Bull. Geol. Instit. Upsala, Vol. I, p. 122).

Tillsamman med de förut sid. 159 anförda algerna (*Vaucheria* sp.) hafva erhållits åtskilliga andra, något algliknande lemningar, som enligt prof. LILLJEBORG torde tillhöra sötvattensbryozoen *Paludicella*. Af detta slägte finnes enligt LEUNIS (Synopsis d. Thierkunde, 3te Aufl., 1886, p. 27) endast en art, *P. Ehrenbergii* VAN BEN., i Europa, där den lefver på stenar »in ruhigen und langsam fliessenden Gewässern». — Om artens nutida förekomst i vårt land har jag ännu ej lyckats erhålla upplysningar.

Det förtjenar i detta sammanhang påpekas, att det var i närheten af Tångstads-fyndorten, man vid kanalgräfningen 1820 fann lemningar af den i vårt land numera utdöda kärrsköldpaddan (*Emys lutaria*). Fyndorten, som är belägen 1,5 kilometer O. om Norsholms jernvägsstation, är på kartskissen betecknad med ett *. Af den korta notis, som föreligger rörande fyndomständigheterna och som endast angifver att fyndet gjordes »på 15 fots djup under jordytan, i grusåsen vid Norskogsvägen nära intill Svartjords hålan», kunna visserligen inga bestämda slutsatser dragas rörande fyndets ålder, men då arten, såsom förut blifvit framhållet, [1]) sannolikt invandrat till vårt land under Ancylustiden, är det väl antagligt, att lemningarna lågo inbäddade i någon Ancylusaflagring. De efterforskningar jag i somras gjorde för att få reda på sjelfva fyndplatsen, ledde icke

[1]) MUNTHE: De yngsta skedena af jordens utvecklingshistoria etc., Upsala 1893, s. 16 och NATHORST: Jordens Historia, sid. 1046, (1894).

till något resultat, emedan jag icke lyckades anträffa någon person, som härom kunde lemna närmare upplysningar.

Fossil i Litorinaleran.

Såsom förut blifvit framhållet, kunde vid undersökningen i fältet ingen gräns upptäckas mellan Ancylusleran och den öfverliggande gytjeblandade Litorinaleran. En sådan har lika litet kunnat senare påvisas, beroende därpå, att jag icke insamlade prof från den del af profilen, som ligger emellan VII = säker Ancyluslera och VIII = Litorinalera.

Att sistnämnda nivå, liksom de öfverliggande lagren, bör räknas till Litorinatiden eller att de åtminstone tillkommit efter Litorinahafvets inbrott öfver trakten, ådagalägger tillvaron af brackvattensdiatomaceer, såsom af nedanstående tablå framgår.

	VIII	IX	X
A. **Sötvattensarter.** [1])			
Cymbella gastroides KÜTZ.	+	—	—
Epithemia Argus (EHB.) KÜTZ.	+	+	—
» *Hyndmanni* W. SM.	—	+	—
Eunotia Clevei GRUN.	*s*	—	—
* » *prærupta* EHB.	—	+	+
Melosira arenaria MOORE	*a*	*a*	+
**Navicula Semen* EHB.	—	+	+
**Pinnularia lata* BRÉB.	—	—	+
* » *streptoraphe* CL.	—	+	+
B. **Brackvattensarter.**			
Campylodiscus Echineis EHB.	*a*	*a*	*a*
Cocconeis Scutellum EHB.	—	—	*s*
Spongienålar (ovisst om tillhörande A eller B)	+	+	*a*

Campylodiscus Echineis är en form, som icke träffats i sött, men väl i Bottenhafvets svagt salta vatten och vidare genom Baltiska hafvet åtminstone ner till Rügen. *Cocconeis Scutellum* visar en något saltare prägel än den föregående, i det att den

[1]) Bland dessa fördraga de tvenne förstnämnda äfven bräckt vatten. De med * försedda arterna äro hvarken funna i den underliggande Ancylusleran eller vid de andra, ofvan anförda lokalerna för sådan lera.

dels enligt CLEVE icke går så långt in i Baltiska hafvet dels ock finnes inom saltare områden såsom Kattegat o. s. v.

Af tablån framgår vidare, att de 3:ne nivåerna förete en blandad diatomacéflora, i det att jemte brackvattensformerna sådana tillhörande sött (eller både sött och bräckt vatten) här uppträda. Då de senare såsom nämndt utgöras af arter, bland hvilka några äro gemensamma med Ancylusleran, andra däremot icke, synes det sannolikt, att »Litorinaleran» delvis bildats på bekostnad af i närheten förefintlig Ancyluslera och att de för sistnämnda lera främmande sötvattensarterna blifvit från sött vatten utförda i Litorinahafvet och här inbäddade. [1])

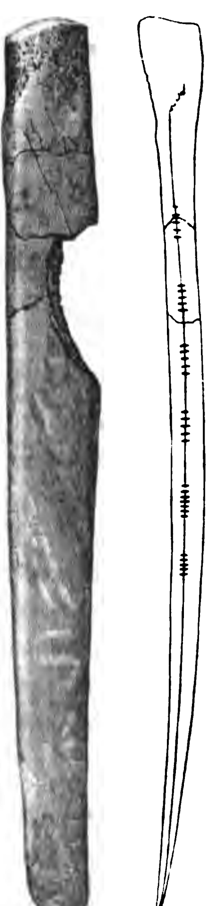
En annan förklaring är den, att här efter Litorinahafvets »tillbakavikande» den såsom »Litorinalera» betecknade aflagringen bildats i sött vatten, dit i sådant fall brackvattensarterna blifvit insvämmade från i närheten anstående Litorinalager. Detta sista antagande får ett visst stöd för sig genom förekomsten af *Navicula Semen*, emedan denna art, enligt hvad prof. CLEVE meddelat, i nutiden träffats lefvande inom Sverige endast på Gellivara Dundret, men däremot både i Amerika och Sverige synes bilda en särskild, karakteristisk horizont, som enligt fyndet här vid Tångstad tyckes vara yngre än Litorinalagren. Huru härmed än må förhålla sig, så är det af brackvattensformernas härvaro klart, att trakten efter Ancyluslerans bildning varit betäckt af Litorinahafvet, hvars högsta gräns i denna trakt torde kunna anslås till omkring 50 meter öfver hafvet.

Redskapets beskaffenhet och äldre svenska fynd af samma typ.

Redskapet är, enligt af dr HJALMAR STOLPE meddelad uppgift, förfärdigadt af högra radius af *elg* (*Cervus alces* L.), enkannerligen af inre delen af detta bens framsida och så att dess tjockända, handtaget, som å afbildningen är vänd uppåt, bildas af benets nedre ända och äfven visar en del af dess led-

[1]) På liknande sätt tror jag att den blandade diatomacéflora tillkommit, som ANDERSSON (G. F. F., Bd 16, p. 531 o. följ.) anfört från en del norrländska Ancylusleror. Jag kan därför icke dela hans åsigt, att en hithörande aflagring, som t. ex. innehåller *Campylodiscus Echineis* temligen allmän, kan vara en Ancyluslera, ty arten lefver icke i sött vatten.

yta. Det är fint slipadt och poleradt och har i kanterna flere gruppvis ordnade, fina inskärningar, hvilka STOLPE anser icke vara följder af något slags praktiskt bruk, utan möjligen tillkomna för prydnads skull, eller eljest afsigtligt.



Rörande föremålets användning har STOLPE meddelat följande: »Frågan om användningen är svårast att besvara. Stötvapen kan det omöjligt vara. Väfredskap ej heller, dels på grund af formen, dels på grund deraf att inga som helst spår af sådan användning synas. Den tvär-eggade ändan och de spår af nötning och repning, som der finnas på redskapets baksida, synas mig antyda att det begagnats som något slags skafningsredskap. Vid den tid, från hvilken jag anser föremålet härstamma, nämligen *slutet* af vår stenålder, kunde för öfrigt ett redskap hafva mera än en användning.»

»Föremålet står ej enstaka. Liknande redskap äro funna på åtminstone sex olika ställen i vårt land.»

»Det mest öfverensstämmande är ett i Kristianstads museum förvaradt (Inv. 2413). Det är, enligt af mig år 1883 gjord bestämning, förfärdigadt af *tibia* af *elg*. Det är ej mindre än 7,8 *cm*. längre än Tångstadsredskapet, men har påtagligen haft samma användning.»

»I Statens historiska Museum finnas följande likartade föremål:

Inv. 5189. — Från Sollerön i Dalarna, funnet '3 alnar under jordytan i Anga myran vid Bengtsarfvet'. Det är mera rännformigt och taget ur ut- och baksidan af höger radius af *elg*; äfven här motsvarar tjockändan benets nedre ända. På utsidan är det orneradt med parallela linier och korta snedstreck och på insidan med tvärgående, parvis ställda linier.»

»Inv. 5112. — Från Djulö, St. Malms s:n, Södermanland, funnet i torfmosse, 6 qv. under n. v. ytan. Af bakre höger kanonben af *elg* (fram- och utsida), tjockändan nedåt. Har kring handtaget varit lindadt, möjligen med skinnremmar, hvilket synbarligen äfven varit fallet med Kristianstadsexemplaret».

»Inv. 2898. — Ur AX. EM. HOLMBERGS samling, N:o 147, men utan uppgifven lokal! Af venster tibia af *kronhjort*, baksidan; tjockändan (rörformig) ur benets nedre ända.»

»Dessutom ha vi ett mindre benredskap från Öland (Inv. 8138), som ej låter sig med säkerhet bestämmas, men troligen är framsida af främre kanonben af *kronhjort*. Det är af intresse för jemförelse med Tångstads-exemplaret, därigenom att det har fyra inskärningar i ena kanten, närmare spetsen, dock gröfre skurna än å det sistnämnda.»

»Tångstads-redskapet är sålunda icke enastående, ehuru det ej har något annat så direkt motstycke som Kristianstads-exemplaret.» — »Äfven i Stora Förvar å St. Karlsö har jag temligen ofta träffat ett slags ännu ej bestämda benredskap af nära liknande form, men de äro mycket mindre.»

Rörande *åldern* framhåller STOLPE, att det visserligen är sannt, att »alla de förut kända benredskapen af denna typ (med undantag för Karlsö-fyndet) äro funna enstaka och utan bifynd, som hänvisa till den ena eller andra perioden, men icke förty häntyda såväl arbetssätt som ornering, då sådan finnes, *ofördydbart* på slutet af *stenåldern*.»

Fyndets äkthet.

Såsom förut blifvit anmärkt, hittades föremålet i Ancylusleran, på ett djup af omkring 2,5 meter under markens yta d. v. s. ungefär på gränsen mellan IV och V (se profilen, på hvilken fyndets läge är angifvet med ett ×). Arbetaren, som gjorde fyndet, beskref dess läge o. s. v. på ungefär följande sätt: När vid gräfningen i den lodräta lerväggen ett större parti lossnade och ramlade ner, stack sjelfva den »knapp»lika (=tjockare) delen af föremålet fram ur leran, och sedan han fattat tag i

denna utskjutande del, drogs föremålet »ungefär rätt ut ur leran.»[1]) Det är häraf tydligt, att *redskapet haft ett ungefär horizontalt läge i leran.*

Jag skall nu till besvarande upptaga frågan: gifves det något stöd för antagandet, att redskapet kommit på sin plats *efter* tillkomsten af det skikt, hvari det hittades?

Härvid har man att tänka sig förnämligast trenne möjligheter.

1:o) *att föremålet nedkommit genom en spricka i lerlagren;*

2:o) *att ett ras eller en glidning af lagren egt rum*, och att detsamma därvid från Litorinaleran eller från markens obetydliga humuslager kommit i sitt ofvan beskrifna läge;

3:o) *att föremålet sjunkit ner genom leran.*

I fråga om det första antagandet må anmärkas, att leran på den nivå, där redskapet hittades, endast företedde smärre, som det ville synas oregelbundna remnor utan nämnvärdt mellanrum mellan sidorna, och att dessa remnor helt eller delvis torde ha uppkommit *i följd af den genom gräfningen framkallade torkningen af leran.*

Häremot skulle möjligen kunna invändas, att lerlagren under något föregående skede, t. ex. före Litorinahafvets transgression i trakten, varit mindre fuktiga och mera sprickfulla än nu, och att redskapet då kommit ner genom en förefintlig sådan spricka. Gent emot en dylik invändning kan emellertid framhållas, dels att detta skulle förutsätta en lägre nivå hos Roxen än den nutida, ett antagande för hvilket icke finnes något som helst stöd i traktens geologiska bygnad; dels ock att, om äfven en sänkning af Roxens yta, tillräckligt stor för att de ifrågavarande lerlagren blifvit torrlagda, antages ha egt rum, en dylik djupgående sprickbildning i ett större sammanhängande lerkomplex är ytterst osannolik på grund af våra trakters klimatförhållanden.

Mot det *andra antagandet* eller att redskapet i följd af ras eller glidning af lagren kommit på sin plats, talar med be-

[1]) Som föremålet var lerhöljdt, slog han sönder detsamma för att få veta, hvaraf det bestod. Därvid förlorades den del, som fattas.

ständhet lagrens orubbade läge och den fullständiga frånvaron af för den öfversta delen (Litorinaleran) karakteristiska diatomaceer genom hela lagerserien alltifrån I och upp till VII. Visserligen är det tänkbart, att lagren vid det sedermera bortgräfda ställe, där fyndet gjordes, varit på antaget sätt rubbade; men då, inom hela den långa O-W-liga väggen, som fans såväl före som vid och efter föremålets upphittande och endast ett par meter från sjelfva platsen för fyndet, intet spår af rubbningar kunde upptäckas, är denna möjlighet ytterst ringa.

Återstår sålunda det *tredje antagandet* eller att redskapet småningom sjunkit ner genom leran.

För att afgöra detta spörsmål hade det visserligen varit önskvärdt, att *experiment* blifvit utförda för utrönande af den hastighet, med hvilken föremål af samma sp. vigt och samma form som redskapet sjunka i lera af olika löshetsgrad, men då jag först helt nyligen kommit att närmare tänka härpå, måste jag af brist på tid för närvarande afstå från dylika experiment.

Anmärkas bör emellertid, att dylika experiment, för att kunna tillmätas något verkligt värde, måste utsträckas öfver en längre tidsrymd, på det att föremålet måtte få tillfälle att sjunka åtminstone något. Vidare tillkommer svårigheten att kunna afgöra, hvilken ungefärliga löshetsgrad ett lerlager af ett par meters mäktighet fordom haft äfvensom att åstadkomma en trogen efterbildning af en lera med sandlameller, såsom fallet var här.

Ehuru det varit önskvärdt, att dessa frågor redan nu blifvit undersökta, torde det a priori kunna anses mycket osannolikt, att redskapet på antydda sätt kommit på sin plats, och detta äfven af den orsak att detsamma träffades i ungefär horizontalt läge; ty om redskapets ställning i leran varit vertikalt och dess aftunnade ända riktad nedåt, hade möjligheten för en sjunkning varit större än hvad nu kan anses ha varit fallet.

Ett par »möjligheter» må till sist ytterligare tilläggas.

Den ena är den, att föremålet efter Ancylusiagrens bildning och torrläggning blifvit *nergräfdt*. Då emellertid inga andra arkeologiska eller andra fasta föremål hittats tillsamman med

redskapet (lika litet som inom andra delar af lertaget), och intet i lagerserien vid fyndplatsen antydde, att detsamma blifvit nergräfdt, torde denna möjlighet kunna lemnas helt och hållet ur räkningen.

En annan möjlighet är den, att arbetaren som hittade redskapet lemnat *osanna uppgifter* rörande dess verkliga läge. Man kan svårligen tänka sig något antagligt motiv för en osann uppgift i föreliggande fall, ty om han hade anträffat redskapet högre upp och det varit hans afsigt att tilldela fyndet en högre ålder än det i sådant fall skulle ha haft, så kunde han snarare ha uppgifvit att detsamma anträffats i lergrafvens botten än på den ungefärliga nivå, han för mig utpekade d. v. s. vid pass 1 meter öfver lertagets botten.

Fyndets ålder och vetenskapliga betydelse.

Af allt att döma synes det sålunda vara den största sannolikhet för, att redskapet kommit på sin plats i leran vid tiden för tillkomsten af det skikt, hvari det anträffades, och att vi alltså i detta fynd ha ett bevis för *menniskans uppträdande i trakten under Ancylustiden* och, såvidt man för närvarande kan döma, något efter midten af denna tid.

Denna relativa tidsbestämning grundar jag på skäl, som ofvan, på tal om de högre växternas och diatomaceernas uppträdande blifvit anförda och hvaraf bland annat framgår, att, utom *furen*, *aspen*, de tvenne *björk*arterna och *gråalen*, *klibbalen*, antydande ett temligen mildt klimat, redan under någon tid före redskapets inbäddande funnits i traktens flora. Påtagligt synes det alltså vara, att de klimatiska förhållandena icke lade något hinder i vägen för menniskans uppträdande här vid ifrågavarande tidskede.

Troligt är väl, att redskapet tappats i Ancylussjön, hvars yta då stod åtminstone åtskilliga meter, kanske ett par 10-tal meter högre än Roxens nutida, hvartill kan slutas af lerans finlek. Att ännu närmare angifva Ancylussjöns dåtida stånd låter sig icke göra af den orsak, att man hittills saknar tillräckliga

hållpunkter för att närmare kunna bedöma frågan om såväl arten af den strandförskjutning (om positiv eller negativ), som vid detta skede drabbade Ancylussjön, som tiden för särskildt klibbalens invandring till trakten.

Det enda man för närvarande kan säga är, att Ancylussjön vid den (sannolikt längre tillbaka liggande) tidpunkt, då dess transgression öfver en del af Gotland, Öland o. s. v. nådde sitt maximum, inom Tångstadstrakten torde ha nått upp till omkring 250 fot (c:a 85 meter) öfver hafvets nivå. Vid denna tid skulle sålunda, såsom af kartskissen sid. 153 framgår, endast några få, obetydliga områden inom denna trakt ha nått öfver sjöns nivå. Om menniskan då fanns i trakten, hade hon med all sannolikhet icke sitt tillhåll på dessa småöar utan troligen inom det närliggande, öfver Ancylusgränsen belägna området norr om den egentliga Roxen.

Här och antagligen också inom den angränsande, något lägre trakten, från hvilken Ancylussjön redan dragit sig tillbaka, ha de gamla inbyggarne säkerligen haft tillfälle att utom *elgen* jaga *uroxen*, af hvilken som bekant funnits fossila lemningar dels i lager från förra delen af Ancylustiden vid Råkneby, norr om Kalmar, [1]) dels ock på tvenne ställen i Östergötland i lager, som möjligen kunna härstamma från Ancylustiden. Detsamma torde vara fallet äfven med det fynd af *bison*, som blifvit funnet vid Hagebyhöga, mellan Wadstena och Motala, [1]) och jag instämmer alltså med professor NATHORST då han (l. c.) säger, att »fynden i Kalmar län och Östergötland tyckas antyda, att såväl uroxen som bisonoxen på sina vandringar norrut följt Ancylussjöns stränder.»

Hvilka andra matnyttiga landdjur samtidigt lefvat i denna trakt, torde för närvarande vara svårt att afgöra, emedan man hittills ingenting närmare känner om de nivåer i lagerserien, på hvilka dylika fynd blifvit gjorda, och af denna orsak kan man

---

[1]) NATHORST: Jordens historia, sid. 1084.
HOLST: Fynd af uroxe etc. G. F. F., Bd 10, 1888, sid. 467.
Fynd af bisonoxen vid Hagebyhöga, l. c. sid. 462.

lika litet af de ofvan anförda redskapen af *kronhjort* sluta till denna arts tillvaro eller frånvaro i södra Sverige under Ancylustiden.

Bland vattendjur, som möjligen tjenat den tidens menniskor som föda, kunna vi anföra den förut omnämnda *kärrsköldpaddan* samt, att döma af NATHORST's fynd vid Skattmansö, *hornsimpan*, *siken* och *vikaresälen*. Möjligen kunna hit räknas äfven *Unio* och *Anodonta*.

Vi skola nu vända oss till de närmast liggande områden, inom hvilka menniskans uppträdande under Ancylustiden redan synes vara konstateradt eller till Danmark och Skåne för att se till, i hvilken mån fynden där tjena att belysa Tångstadsfyndet.

I fråga om Danmark synes det vara bevisadt, att menniskan lefde här under *furens tid*, men det är ännu ovisst, huru långt in i denna tid hennes första uppträdande går (jfr NATHORST: Jordens historia, sid. 1089).

Ännu vigtigare torde de fakta vara, som anföras af SVEN NILSSON från södra Skåne, och hvilka jag vid ett par föregående tillfällen haft anledning framhålla.[1]) Jag åsyftar denne forskares bekanta fynd af »knifvar, spjutspetsar och pilspetsar af flinta» *under* de torflager af 3—4, ställvis ända till 10 fots mäktighet, som här öfverlagras af den från Litorinatiden härstammande »Gärabacken» eller »Gärvallen».[2]) Vid ett annat tillfälle[3]) säger samme författare, likaledes på tal om lagringsförhållandena vid Gäravallen, att dylika redskap i hans närvaro blifvit upptagna från understa delen af den ifrågavarande »mossen», som *hvilar på blålera*. Om sistnämnda iakttagelse är riktig, synes det sannolikt, att »blåleran» härstammar från (senare delen af) *Dryastiden* eller början af *asptiden*, emedan förekomsten af ett ännu yngre lager af blålera i denna på något djupare sjöbäcken fattiga

[1]) Se referat af ett föredrag i geolog. sektionen i Upsala d. 13 mars 1893 (Bull. Geolog. Institut. Upsala, Vol. I, N:o 2, 1894, sid. 283—84) och Grundlinjer t. föreläsn. vid sommarkurserna i Upsala 1893, sid. 19.

[2]) SVEN NILSSON: Skandinaviska Nordens Ur-invånare, Bd 1, 2:dra uppl., 1866, sid. 92.

[3]) Förhandl. v. de Skand. Naturforskares 8de möde i Kjöbenhavn 1860, s. 844.

kusttrakt, där Litorinahafvet vid landsänkningens maximum endast nådde några få meter högre än nu, väl knappast är antaglig. Under sådana förhållanden ligger det antagandet nära till hands, att det af NILSSON åsyftade torflagret representerar ett ganska betydande tidskede eller från *aspens* och till och med en del af *ekens* tid. Skulle detta visa sig vara fallet — något som med lätthet borde kunna afgöras genom en stratigrafisk undersökning af lagerföljden — hade man alltså här ett bevis för menniskans uppträdande i trakten vid en tidpunkt, som ungefärligen skulle motsvara förra delen af Ancylustiden.

Förutsatt att nyss anförda förhållanden äro i hufvudsak riktigt tolkade, möter det inga svårigheter att antaga menniskans uppträdande i Östergötland under det förut anförda tidskedet eller något efter midten af Ancylustiden, ty af allt att döma har denna tid varit tillräckligt lång för att äfven menniskan under densamma skulle hinna utbreda sig öfver åtminstone södra Sveriges kust- och slätt-trakter.

SVEN NILSSON uppskattar den tid, som förflutit sedan Gäravallens bildning, till *minst* 2000 år och framhåller, att, då en mycket lång tid måste ha åtgått för bildandet af så mäktiga torflager, som de ofvan nämnda, man häraf finner, »att ifrågavarande flintredskap, som ligga *under* torfbädden, måste vara vida äldre än den öfversvämning, som uppvallade Gärabacken» (Skand. Nordens Ur-invånare, sid. 92).

Utan att ingå på någon kritik af arkeologernas försök till tidsbestämning inom stenåldern, en fråga som jag för öfrigt föga känner till, och utan att göra anspråk på att de nedan anförda, på geologiska förhållanden grundade siffervärdena skola betraktas annat än såsom blott approximativa, må det tillåtas mig att framhålla ett par synpunkter, som synas mig böra tagas i betraktande vid uppskattningen af de tidskedens längd, om hvilka här är fråga.

Såsom jag vid ett par föregående tillfällen framhållit (jfr citaten, noten 1 föreg. sid.), torde man ega ett visst berättigande att vid bedömandet af ett yngre geologiskt skedes varaktighet

utgå från den nutida strandförskjutningens intensitet inom ett område, där denna är bättre känd. Detta kan sägas vara fallet med Sveriges och Finlands (baltiska) kusttrakter, tack vare särskildt R. SIEGERS kritiska sammanställning af hittills föreliggande iakttagelser öfver denna fråga.[1]) Häraf framgår bland annat, att landhöjningens intensitet på en och samma ort synes ha varit olika under den tid iakttagelserna omfatta och detta på sådant sätt, att densamma vid början af förra seklet var större än förut, men att den aftagit mot nutiden.

Om man därför till grund för beräkningen af längden hos det skede, som förflutit efter Litorinasänkningens maximum lägger den siffra, som för en viss ort anger medeltalet af landhöjningens storlek under större delen af tidskedet mellan början af föregående sekel och nutiden — hvilket medeltal vi tills vidare kunna anse såsom ett någorlunda riktigt uttryck för Litorinahöjningens storlek i allmänhet — och vi taga såsom exempel Stockholm, där detta medeltal för tiden 1774—1875 utgör 0,47 meter på 100 år, och där Litorinagränsen ligger vid pass 50 meter öfver hafvet, så erhålles siffran 10,600 år såsom måttet på den tid, som förflutit sedan Litorinasänkningens maximum. Taga vi såsom ett annat exempel Skallö vid Kalmar, där iakttagelserna omfatta ungefär samma tid som vid Stockholm eller mellan 1760 och 1886, och där landhöjningen utgör 0,11 meter per sekel och Litorinagränsen ligger vid ungefär 15 meter öfver hafvet, så få vi siffran 13,600 år för landhöjningens längd. Såsom ett tredje exempel kan tjena trakten af Sundsvall, med iakttagelser (vid Ulfön) mellan 1795 och 1867 och en sekularhöjning af 1,18 meter samt Litorinagränsen sannolikt omkring 110—120 meter, hvilket gifver respektive 9,300 och 10,200 år.

Då det, såsom jag förut sökt visa,[2]) är sannolikt, att Litorinagränsen tillkommit ungefär samtidigt inom hela det baltiska området (och Kattegat-Skagerack), hade man möjligen

[1]) Seenschwankungen u. Strandverschiebungen in Skandinavien. Zeits. d. Gesells. f. Erdkunde zu Berlin, Bd 28, 1893.

[2]) Physical Geography of the Litorina-Sea.

kunnat vänta, att de nyss angifna talen skulle visa större öfverensstämmelse än hvad fallet är. Härvid är dock att märka, att denna delvis bristande öfverensstämmelse är mycket naturlig och detta dels af den orsak, att iakttagelserna öfver de yngsta strandförskjutningarna icke äro tillfredsställande, dels ock därför att landhöjningens intensitet på en och samma plats företer smärre oregelbundenheter, hvilka säkerligen verka störande på resultatet och möjligen utjemnas först efter exakta (pegel-) observationer under en längre tid, exempelvis några hundra år. Af nämnda orsaker beror alltså sannolikt det förhållandet, att sekulärisobaserna till sitt förlopp icke så nära sammanfalla med Litorinaisobaserna som man kunnat vänta.

För att möjligen undvika ett för högt värde på Litorinahöjningens längd, skola vi hålla oss till de lägre af de ofvan anförda siffrorna härför eller 10,000 år. Detta är alltså under den förutsättningen, att landhöjningens intensitet under hela Litorinahöjningen varit densamma som under det sista seklet.

Att så emellertid icke kunnat vara förhållandet, synes påtagligt därför, att, när en rörelse hos jordskorpan i en viss riktning nalkas sitt slut, denna rörelses intensitet måste antagas småningom aftaga ända till dess jemvigt inträder, under det att motsatsen eger rum, när denna upphört och den motsatta rörelsen vidtagit. Det är häraf tydligt, att det ofvan anförda talet för Litorinahöjningens längd torde vara för litet, och detta äfven därför, att man väl knappast har anledning antaga, att den nu pågående höjningen (särskildt inom de centrala delarne), som lagts till grund för beräkningen, kan antagas representera denna rörelses sista, af en obetydlig intensitet utmärkta stadium.[1])

Ju längre tillbaka i tiden man går, desto större blifva naturligtvis svårigheterna att angifva absoluta tidsbestämningar,

[1]) För antagandet att den anförda siffran (10,000 år) är för låg talar vidare den omständigheten, att, enligt en del vittnesbörd från historisk och förhistorisk tid, den negativa strandförskjutningen inom vissa trakter antingen fortgått mycket långsamt eller till och med möjligen afstannat för att först för några århundraden sedan åter vidtaga. [Jfr t. ex. SIEGER, l. c. p. 194 (separat) o. s. v.]. — För ögonblicket måste jag dock afstå från en närmare diskussion af denna och andra hithörande frågor.

och jag skall därför afstå från försöket att närmare bestämma Litorina- och Ancylustidernas längd, i all synnerhet som den kännedom man hittills eger om arten och storleken af Ancylussjöns strandförskjutningar är ganska obetydlig. För belysning af Tångstadsfyndets ålder förtjenar det dock att påpekas, att det ofvan antydda jemnvigtsstadiet mellan Litorina-sänkningen och -höjningen kan ha omfattat en ej obetydlig tid, som möjligen får räknas åtminstone i sekler, och att den föregående landsänkningen haft en längd, som kanske föga understiger den följande höjningens.

Då nu tillkomsten af det skikt, hvari redskapet hittades, måste vara äldre och sannolikt ej obetydligt äldre än Litorinasänkningens början, är det uppenbart, att Tångstadsfyndets ålder icke kan uppskattas till mindre än några 10-tusentals år.

Den i det föregående gjorda uppskattningen af en del af de postglaciala skedenas längd har baserats på strandförskjutningarnas storlek och intensitet. Det gifves emellertid äfven andra geologiska data, som låta oss förmoda, att dessa skeden verkligen varit af en sådan betydande längd, som ofvan antagits, och bland dessa förtjena följande att framhållas: [1])

de stundom mäktiga aflagringarna af lera, torf, kalktuff o. s. v. från Ancylus- och Litorinatiderna;

Ancylussjöns förvandling till det relativt salta Litorinahafvet och det senares öfvergång till sin nutida, mindre salta karakter;

och sist men icke minst de förändringar och förskjutningar, som land-floran och -faunan undergått, och af hvilka, såsom NATHORST (l. c. p. 1093) säger, man åtminstone får »en aning om, att till och med den postglaciala tiden varit af oerhörd längd.»

Det ofvan beskrifna fyndet kan dess värre icke anses fullt bevisande, och detta dels af den orsak, att redskapets ursprungliga läge i det skikt hvari det anträffades icke är oomtvistligt,

[1]) Jfr NATHORST, l. c. p. 1092—93.

dels ock därför, att redskapet icke blifvit funnet af en fackman. Det torde därför rättast böra betraktas såsom ett *observandum* för kommande undersökningar, af hvilka man har all anledning att hoppas vigtiga upplysningar rörande vårt lands äldre bebyggare.

Genom den väsentligen ökade kännedom, som på senare tider vunnits särskildt ifråga om våra trakters postglaciala geologi, kan man nemligen med större säkerhet än hvad förut varit fallet bestämma de olika nivåerna i en föreliggande postglacial profil. Då nu sådana arkeologiska fynd, som till sitt läge i denna lagerserie kunna anses säkert kända, äro jemförelsevis sällsynta i våra trakter, men en ökad kunskap härom är af stort intresse för frågan om de arkeologiska periodernas förhållande till de postglaciala skedena o. s. v., vore det mycket önskvärdt, om ett närmare samarbete mellan arkeologer och geologer efterhand kunde komma till stånd. Frågan om huru ett sådant samarbete bäst borde ordnas ligger dock utom ramen för denna uppsats.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 182.)

Leipzig. *Astronomische Gesellschaft.*
Vierteljahrsschrift. Jahrg. 29 (1894): H. 4. 8:o.
— *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Math.-phys. Cl. Bd 21: N:o 3. 1895. 8:o.
London. *Geologists' association.*
Proceedings. Vol. 14 (1895): P. 1. 8:o.
— *British museum (natural history).*
Catalogue of the snakes. Vol. 2. 1894. 8:o.
LISTER, A., A monograph of the Myzetozoa. 1894. 8:o.
— *Chemical society.*
Journal. Vol. 67—68 (1895): 1—3. 8:o.
Proceedings. Vol. 8 (1892): Tit. & Reg.; Session 1894/95: N:o 145—148. 8:o.
— *Royal society.*
Proceedings. Vol. 57 (1895): N:o 342. 8:o.
— *Royal gardens, Kew.*
Bulletin of miscellaneous information. 1895: N:o 97—98. 8:o.
London, Ontario. *Entomological society of Ontario.*
The Canadian entomologist. Vol. 27 (1895): N:o 2. 8:o.
Mirfield. *Yorkshire geological and polytechnic society.*
Proceedings. N. S. Vol. 11: P. 2—3; 12: 2—3. 1890—93. 8:o.
Madras. *Government observatory,*
Results of observations of the fixed stars. Vol. 8 & Errata to Vol. 1—6. 1894. 4:o.
München. *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Sitzungsberichte. Math.-phys. Cl. 1894: H. 4. 8:o.
Osnabrück. *Naturwissenschaftlicher Verein.*
Jahresbericht. 1 (1870—71), 4 (1876—80). 8:o.
Plymouth. *Marine biological association.*
Journal. N. S. Vol. 3: N:o 4. 1895. 8:o.
Prag. *Spolek chemiků Českých.*
Listy chemické. R. 18 (1894): Č. 11—20. 8:o.
Riga. *Naturforscher-Verein.*
Korrespondenzblatt. 37. 1894. 8:o.
St. Petersburg. *Institut imp. de médecine expérimentale.*
Archives des sciences biologiques. T. 3: N:o 3. 1894. 4:o.
— *Société astronomique Russe.*
Éphémérides des étoiles pour 1895. 8:o.
Saint John. *Natural history of New Brunswick.*
Bulletin. N:o 12. 1894. 8:o.
Stettin. *Entomologischer Verein.*
Entomologische Zeitung. Jahrg. 55 (1894): N:o 1—6. 8:o.

(Forts. å sid. 196.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 3.
Stockholm.

Notes on fishes collected in the Cameroons by Mr. Y. Sjöstedt

By Einar Lönnberg.

[Communicated 1895, March 13, by F. A. Smitt.]

A collection of freshwater-fishes brought from the Cameroons by Mr. Y. Sjöstedt contained the following species:

Periophthalmus koelreuteri Pallas var. ε. P. *papilio* Bl. & Schn.

This fish was extremely abundant on the muddy banks among the mangroves, when the tide was low. They even skipped up on the roots of the mangroves and often remained immovable for a good while in the hottest sunshine. Each leap usually covered a space of from 1 to 3 cm. in each step, but if frightened they were capable of making longer leaps back into the water. When approaching the banks they swim with their eyes above the surface of the water. They feed on insects crabs etc. and seem to be provided with a rather good appetite. In the stomach of a 10 cm. specimen I found a 2¹/₂ cm. Blatta. In the intestines of other specimens I found remains of various insects and legs and claws of crabs, the bodies of which, very probably, the fishes were not able to swallow. The hard shells of the crab-legs pass undigested through the intestines. Mr. Sjöstedt also saw the Periophthalmi feed on human excrements. On the other hand they are themselves the main food of birds of the families Alcedinidæ, Ardeidæ and Scopidæ. Mr. Sjöstedt observed this fish on the delta-lands of the rivers Meme, Massake, Rio del Rey, Bekongolo as far as the salt water reached at high tide.

The largest specimen, caught at Ekundu, measured 13 cm.

I have counted the number of rays in the vertical fins and found them as follows

in the first dorsal	11	in the second dorsal	14	in the anal 11
» » » »	10	» » » »	14	» » 11
» » » »	11	» » » »	14	» » 11
» » » »	11	» » » »	14	» » 11
» » » »	11	» » » »	14	» » 11
» » » »	11	» » » »	15	» » 11
» » » »	11	» » » »	15	» » 11
» » » »	12	» » » »	14	» » 11
» » » »	11	» » » »	14	» » 11

It seems thus to be rather constant:

D. 11—14; A. 11.

The first ray of the first dorsal fin is often more or less produced. This is the case with two thirds (the 6 last ones), including the largest of the above mentioned specimens.

As this fish has been found in Sierra Leone, Liberia and other places in West Africa it was not astonishing to find it among Mr. Sjöstedts fishes from the Cameroons.

Eleotris Büttikoferi STEINDACHNER.

Fishes, which I have classified as belonging to this species, were caught in a muddy rivulet running through the farm of Bonge to the river Meme.

It seems to be a rather variable species, so that specimens caught in exactly the same place are different in some respects, for instance, in one specimen of 11 cm. length there are only a few scattered scales between the hind margin of the eye and the hind margin of the præoperculum on one side and none on the other. The same specimen has a rather short and bumped nose the length of which is contained 4 times in that of the head. The length of the head is contained a little more than three times in the total length to the base of the caudal fin. The number of scales and other characteristics are the same as STEINDACHNER gives (»Die Fische Liberias», Notes Leyden Mus. Vol. XVI, N:o I & II, 1894, p. 29) and therefore I regard this

specimen only as a »pug-variety». In some other specimens I have seen a few scattered scales on the cheeks and the præoperculum. The above mentioned have been middle-sized specimens of about 10 cm. length. In the collection are two smaller specimens of 6 cm. length, but the measurements of these are about the same, as the length of the nose is contained about 4 and the distance between the eyes $3^1/_2$ times (or a little more) in the length of the head. When therefore Steindachner speaks about specimens 6 cm. long, in which the width of the front is contained 6 times in the length of the head, I suppose they belong to some other form; this he himself suggests as possible. Both small specimens from the Cameroons show scales behind the eyes.

A black spot at the upper root of the pectoral is quite distinct on well preserved specimens especially on the young ones. STEINDACHNER does not mention that spot, but on his photograph of this species the root of the pectoral is darker (l. c. Pl. I. fig. 2).

Eleotris melanosoma BLEEK. seems to be very closely allied to this species.

The Eleotris from the Cameroons is eaten by the natives, who catch them in small seines and dipnets.

Eleotris Büttikoferi is described by STEINDACHNER from Liberia.

Mastacembelus cryptacanthus **GÜNTHER.**

Five specimens from a muddy rivulet Bonge, Cameroons.

I counted the number of rays and found them as follows: in a 3 cm. long specimen:

D. XXX—130; A. II—127;

in a $4^1/_2$ cm. long specimen:

D. XXIX—117; A. II—117;

in a 6 cm. long specimen:

D. XXX—123; A. II—126.

The number of rays is thus variable, but seems neither to increase nor to decrease with age, it is much larger however than in M. Marchei SAUVAGE, which species inhabits the rivers of Liberia.

The coloration of the five specimens from the Cameroons is about the same, brownish above, lighter below, covered all over with light spots which are a little larger than the eye. Dorsal and caudal fins with brown spots, anal plain.

SCHILTHUIS and SAUVAGE have reported this fish from the Congo.

Ophiocephalus obscurus GÜNTHER.

One specimen with number of scales in the lateral line 66 + 4.

This species is recorded from Liberia by STEINDACHNER from the Congo by SCHILTHUIS and from the Cameroons and the upper Nile-region by GÜNTHER and thus seems to be largely distributed over the African continent.

Hemichromis fasciatus PETERS.

Two specimens.

This species is also known from Liberia, Togoland, Gaboon and other parts of tropical West Africa.

Clarias camerunensis n. sp.

Two young individuals of a species of Clarias ressemble to a certain degree Clarias gabonensis GÜNTHER, but are on the other hand in some respects so different from that species that I dare not refer them to it.

The length of the head is contained in the length of the body only about four times and a half, or a third. The head is very much depressed and flattened, so that its length is not much greater than its width over the opercles. The interorbital space however is contained nearly twice in the length of the head, as the small eyes are situated on the upper surface of the head. The head is smooth above. Processus occipitalis rather pointed, about 25—30°. The nasal barbel nearly reaching the end of the pectoral spine. The maxillary barbel in one specimen reaching the root of the ventrals, in the other it is still longer. The outer mandibulary barbel reaching the tip of the pectoral fin or a little beyond the same, the inner extending to the root of the pectoral. The band of vomerine teeth is not produced into a posterior process, but in one specimen there are a few

scattered teeth behind the middle of the band. The band of vomerine teeth is narrow, so that that of the intermaxillaries is more than twice as broad. The lower jaw is provided with a broad band of teeth. The proportion between the band of teeth of the vomer and the intermaxillaries seems to be a valuable character which cannot vary very much with age and by the same *Clarias camerunensis* is easily recognized as different from *Clarias macromystax* GÜNTHER and *Clarias gabonensis* GÜNTHER, with which it otherwise has several affinities. The dorsal and anal fins are not united with the caudal. The number of rays in the dorsal fin 81, in the anal fin 59 or 60. The shape of the dorsal fin is also different from that of *Clarias gabonensis* GÜNTHER according to the picture given by SAUVAGE,[1]) as it is distinctly rounded behind, not angular. The pectoral spine is serrated on the outside, more than half as long as the fin.

The largest specimen measures 88 mm. of which the caudal fin measures 10 mm. The distance from the vent to the snout is 7 mm. shorter than to the root of the caudal fin. The origin of the dorsal fin is a little behind the tip of the pectorals. By this character C. camerunensis is also to be distinguished from C. macromystax and C. gabonensis. The ventral fins are smaller than the pectorals but reach a little beyond the origin of the anal fin, in which respect this form is different to C. gabonensis, at least according to SAUVAGE'S picture l. c.

The coloration seems to have been uniform, but I dare not say more about it, as the specimens have been preserved for some time in rum.

The accessory branchial organ of the second branchial arch is very small, and only provided with two short branches; that of the second arch is larger and divided into several branches. The gills of the third arch are still larger than the others and extend further back into the accessory cavity.

---

[1]) SAUVAGE: Faune ichthyologique de l'Ogôoue, Nouv. Arch. du Museum, 2. série, T. 3. Pl. I fig. 2, Paris 1880.

Gymnolabes typus GÜNTHER forma *heterocercalis* LÖNNB.

Two specimens of this peculiar fish are preserved by Mr. SJÖSTEDT from the Cameroons. The larger measured 24½, the smaller nearly 12 cm. The number of rays in dorsal and anal fins is the same as is recorded by GÜNTHER[1]) as is also the case with the relative measurements of the head, barbels and body; moreover the characteristic shape of the head is the same as in the picture given by GÜNTHER (m. c. Pl. 3 fig. A). There would thus not be any doubt whatever about the identity of these two specimens, if not the shape of their caudal fin was so peculiar, for it is heterocercal to its exterior shape, especially in the larger specimen. It has however no corresponding change in the interior structure, but this form is given to the caudal fin by its bending upwards a little, to a closer connection with the dorsal than with the anal fin. The pectoral spine is serrated on both sides. Number of ventral rays six (5 according to GÜNTHER).

The postbranchial cavity is well developed and contains a rather large postbranchial organ with several processes on the fourth branchial arch (none on the second and third, on which GÜNTHER found »simple securiform» processes).[2])

Pimelodus guttatus n. sp.

Two specimens from the river N'dian must be referred to this genus, but I have not been able to identify them with any species hitherto described.[3]) They show themselves belonging to the group Pimelodina by not having any of the, from each other remote, nostrils provided with a barbel. The palate is toothless and the gillmembranes notched in the middle. The dorsal fin has only 7 soft rays.

Both specimens are quite different from the two already known african Pimelodonts, *Pimelodus platychir* GÜNTHER and *Pimelodus balayi* SAUVAGE, by relative measurements, number of rays etc. as can be seen from the following description.

---

[1]) Ann. and Mag. of Nat. Hist. Bd. XX London 1867 p. 111.

[2]) I do not know if this difference is of specific value.

[3]) In some respects they resemble Auchenaspis biscutatus GEOFFR.

The head is depressed, entirely covered with soft skin. Its length is contained about three times in the length of the body without the caudal fin (in P. platychir 4 times and a third), it is longer than it is broad. The height of the body is contained five times in the length (seven in P. platychir). The tail and posterior part of the body is compressed. The eyes are small, nearly directed upwards, placed on the same distance from the end of the operculum, as from that of the snout. The width of the interorbital space is shorter than the length of the rounded snout. The occipital process is shorter than the anterior part of the basal plate of the dorsal, the former being about as long as the diameter of the eye. The maxillary barbels reach the base of the pectoral spine, the outer mandibulary barbels, which are situated at the angle of the mouth extend beyond the root of the pectoral fin, the inner mandibulary barbels are about half as long. The anterior nostril is tubiform on the upper lip. The posterior is at the same distance from the anterior nostril as from the middle of the eye. The teeth are villiform in both jaws. The gillopenings are wide but the gillmembranes are anteriorly united, which characteristic possibly separates this form from the other African Pimelodonts, at least from P. platychir, in which species they are »only slightly united in front» (GÜNTHER). Dorsal rays: I—7. The dorsal spine is serrated in front and shorter than the pectoral spine, which is strongly serrated behind, less so in front. The length of the base of the pectoral fin is much longer than its distance from the occiput, but only about one half of the length of the large adipose fin. The adipose fin is very long. It extends nearly to the root of the caudal, and in front of the regular adipose fin there is a slight dermal crest extending nearly to the dorsal fin, otherwise the interspace would be about two thirds of the length of the base of the dorsal fin (in P. balayi »fere nullum). The pectoral fin with a strong spine and 8 soft rays (no spine and 10 soft rays in P. platychir). The anal fin with 9 soft rays (8 in P. platychir, 12 in P. balayi). The caudal fin is rounded (»emarginate with the lobes pointed» in P. platychir

according to GÜNTHER, »un peu échancrée» in P. balayi according to SAUVAGE). The ventral fins with six soft rays a little shorter than the pectorals. The vent is about midway between the posterior margin of the opercle and the root of the caudal.

The coloration from which the fish has derived its name is pale brownish, with round dark brown spots, which are larger on the back and the sides, than on the belly. These upper spots sometimes become confluent, and then form five or six dark crossbars. The lower smaller spots are not confluent, situated between and below the crossbars. The head is darker with round black spots. The dorsal and caudal fins with round brown spots.

Mr. SJÖSTEDT observed these fishes hiding under stones in the river. The natives regard them as provided with electric power. The above described specimens measured between 6 and 7 cm.

The two other African Pimelodonts are found in the West-African region *Pimelodus platychir* in Sierra Leone (GÜNTHER) and *Pimelodus balayi* in Ogôoné, Congo (SAUVAGE). This new form seems to be in several respects [1]) not a little related to the Brazilian species *P. bufonius* CUV. & VALENC. and *P. raninus* CUV. & VALENC. and thus form a connecting link to the South-American fauna.

Synodontis marmoratus n. sp.

From the muddy rivulet at Bonge Mr. SJÖSTEDT has obtained 3 small specimens of a Synodontis. These can possibly be the young of some species already described, but at present this can not be ascertained, and I do not think so; [2]) therefore I rather prefer to describe them than to bring confusion into the synonymic.

The gill-opening extends downwards to before the root of the pectoral fin. Mandibulary teeth slender, curved, about half as long as the diameter of the eye, their number from 14—18,

---

[1]) Rounded caudal, short basal, anal bone of dorsal, serrated pectoral spine etc.

[2]) The number and size of the teeth, number of fin rays, shape and size of spines, relative measurements etc. do not agree with the description of other species.

close together in a single series. Maxillary barbel longer than head, extending towards the middle of the humeral process, not fringed. Mandibulary barbels fringed, especially the shorter inner ones, with short and broad filaments. The pectoral spine stout, depressed, striated, strongly serrated along both edges, as well longer as stronger than the dorsal spine, but shorter than the head. The dorsal spine is serrated behind but not in front where only one obsolete denticulation can hardly be seen at the tip, its length equals the distance from the tip of the snout to the middle of the eye. It is thus smaller than in most species already described, but this characteristic can possibly change with age. The number of soft rays in the dorsal fin 7. The humeral process is more than twice as long as it is high. The nuchal carapace is longer than it is broad, extending beyond the dorsal spine on the sides. The distance between the dorsal and adipose fins is considerably longer than the base of the former in one specimen, equals the same length in two. The length of the adipose fin is contained about four times in the length of the body, but the characteristics from the adipose fin seem not to be very reliable. Number of anal rays 11—12, the first one small. The ventral fins do not reach the anal fin. The caudal fin is deeply forked. The length of the largest specimen is 52 mm. with caudal, 39 mm. without the same. The length of the head is 12 mm.

The coloration is blackish brown, marbled with white, fins white, marbled with black.

Malapterurus beninensis MURRAY, GÜNTHER.

This fish is, according to Mr. Y. SJÖSTEDT, the most common of all freshwater fishes in the Cameroons especially in small muddy rivulets. The natives like it very much as a foodfish and catch it and other fishes in small seines and dipnets with a semicircular opening, but dread their electric power.

The larger specimens are uniform, dark coloured, somewhat lighter below, with some scattered small round black spots on the sides of the body.

Young specimens are provided with a black cross-band at the base of the caudal fin, which is separated by two white bands from two other black, but less sharply defined, cross-bands, one descending from the origin of the adipose fin, the other on the caudal fin. On one specimen, the tip of the caudal fin is margined by a fourth black band. The smallest specimen, only measuring 38 mm., has no black bands on the caudal fin. The largest specimen, on which the black bands are conspicuous measures about 17 cm. The younger specimens are much lighter than the older, which have no white margin on anal and caudal fins. Number of anal rays 9.

Malapterurus beninensis is not mentioned by STEINDACHNER among Liberias freshwaterfishes and not by SCHILTHUIS among Congos. GÜNTHERS specimens were from old Calabar.

Haplochilus infrafasciatus GÜNTHER.

One beautiful specimen from a rivulet with stony bottom and clear water near the waterfall of the river N'dian.

The carmine-red spots or streaks on the scales, which STEINDACHNER has described in »die Fische Liberias» (l. c. p. 77), are very bright and form 6 longitudinal rows. The blackish lateral band (GÜNTHER) is not to be seen. The »six blackisch brown crossbars» become gradually darker towards the caudal fin. The first, second, third and fifth bands are double, or divided into two.

Behind the eye is on each side a row of more or less vertical carmine-red steaks extending to the upper hind margin of the opercle. Another red band extends from eye to eye along the margin of the forehead and the upper part of the nose. Dorsal fin with carmine-red spots. Caudal and anal fins not speckled, but margined with black and red, pectorals and ventrals not coloured, nor margined.

Number of rays in the anal fin 17, it thus exceeds as well the number mentioned by GÜNTHER in the original description [1] (14), as even the one (16) in STEINDACHNERS notes on specimens from Liberia (l. c. p. 77) Number of dorsal rays 11.

[1] Catal. Fish. Brit. Mus. VI p. 313.

From the above given notes can be seen that this species is variable as well in colour as in other characteristics.

Haplochilus infrafasciatus is a West African species. From West Africa and Upper Nile another species of Haplochilus is described by GÜNTHER under the name Haplochilus fasciolatus (l. c. p. 358). The measurements of H. infrafasciatus and H. fasciolatus are nearly the same. According to the descriptions and diagnoses almost the only difference in measurement is, that the snout of H. fasciolatus is comparatively a little longer than that of H. infrafasciatus. But STEINDACHNER has shown that the relative length of the snout varies so that it can be contained from 2 1/2 to 3 times [1]) in the length of the head in H. infrafasciatus. The same is also the case with the diameter of the eye which is 1/4—1/3 of the same length. Haplochilus fasciolatus is said to have somewhat longer pectorals, so that they reach beyond the root of the ventrals, but this can hardly be regarded as a specific character. The coloration and number of anal rays are varying:

Anal rays in H. infrafasciatus	GÜNTHER	14
» » » » »	STEINDACHNER	16
» » » » »	from the Cameroons	17
» » » » fasciolatus	GÜNTHER	18

The red streaks on the scales are to be found on STEINDACHNER's specimens of H. infrafasciatus, GÜNTHER's of H. fasciolatus and the above described specimen from the Cameroons. STEINDACHNER found dark crossbars on both sides of three, and on one side of one specimen; on the other side of this specimen was a longitudinal band as Günther mentions in the diagnosis of H. infrafasciatus. The crossbars of the species from the Cameroons are already described. The typical H. infrafasciatus ought to have »six blackish-brown crossbars», the typical H. fasciolatus »eight or nine oblique narrow bronwnish streaks, descending from the middle of the side forwards». If we consider the variability that already is stated, it does not seem impossible

[1]) l. c. p. 77.

that H. fasciolatus and infrafasciatus are forms of the same species, and if such is the case they ought to be known by the latter name, which is the older.

The specimen from the Cameroons ressembles, by its greater number of anal rays and rather large pectorals, the fasciolatus-type.

Fundulus bivittatus n. sp.

A species of the genus Fundulus is represented in SJÖSTEDTS collection by one specimen, that can not possibly, so far as I can see, be referred to any form hitherto described, and I therefore propose to call it *Fundulus bivittatus* from its characteristic coloration. There is only one specimen in the collection mentioned and its measurements are:

Total length	from tip of snout to end of caudal fin	37	mm.
Length of body	» » » » base of » »	30	mm.
Length of head	is contained in length of body . . .	3,5	times
Depth of body	» » » » » » . . .	4,7	»
Length of snout	» » » » » head about	3,2	»
Diameter of eye	» » » » » » »	3,6	»
Interorbitalspace	» » » » » » »	2	»

The head and anterior part of the body is depressed. The back is flattened to the origin of the dorsal fin. The lower jaw projects beyond the upper, diameter of the eye is a little shorter than the snout. The origin of the dorsal fin is about midway between the extremity of the caudal and the tip of the snout, corresponding to the 13th scale of the lateral line. The origin of the anal fin corresponds to the 12th—11th scale of the lateral line. Number of scales in the lateral line 26 + 2. L. transv. from the origin of the dorsal fin to the vent 7. Number of rays in the dorsal fin 12, in the anal fin 14. The ventral fins nearly reach the origin of the anal fin. The pectoral fins extend beyond the root of the ventrals. The coloration is reddish brown, the margins of the scales are somewhat darker, more or less pronounced, with carmine red spots near the tip of the scales. Two rather broad dark brown bands run the entire length of the body.

The upper band extends round the upper and lower lips, through the eye, to the upper root of the caudal fin. The lower band unites with that of the other side to a semicircle under the chin, a little behind the extremity of the lower jaw, which is white between the upper and lower bands. It runs from there below the eye through the root of the pectoral fin (on which it forms a darker spot) to the base of the anal fin from thence following, the lower margin of the body to the base of the caudal fin. At the base of the caudal fin is a large red spot. The caudal and dorsal fins are spotted with red.

The outer teeth of both jaws are enlarged by which character this species indicates itself as belonging to the genus Fundulus.

The intestinal tract is also rather short. On the other hand this fish forms a link between the two genera Fundulus and Haplochilus, through the position of the dorsal fin behind the origin of the anal, which character it has in common with Haplochilus; but the dorsal fin is rather long as in Fundulus. *Fundulus bivittatus* ressembles in this respect *Haplochilus playfairii* GÜNTHER from the Seychelles, but its enlarged teeth and short intestinal tract separate it from the whole genus Haplochilus.

As is already mentioned this species stands between *Haplochilus* and *Fundulus* and it certainly is better to refer it to the latter genus, although the dorsal commences behind the anal fin.

The above described specimen was caught in the same rivulet as the foregoing species, near the waterfall of the river N'dian.

Fundulus sjöstedti n. sp.

Of this species, which I have named in honor of the collector, I have had the opportunity to see a beautiful and well preserved male, and a female in less good condition. The former was caught in the same rivulet as the foregoing specimens, the latter at Bonge, together with Eleotris Büttikoferi, in a muddy rivulet.

The coloration of the male is splendid, brown with bright carmine-red markings. The sides of the head are reticulated with oblique red bands and narrower red streaks. A red band under the chin, along the curvature of the lower jaw. The sides of the anterior part of the body to about the tip of the pectoral fins is irregularly spotted with red spots, which are situated on the posterior half of the scales and therefore partly form longitudinal rows. Across the sides of the body, behind the pectoral fins to the base of the caudal, are 8 or 9 carmine-red vertical bars. The upper half of the caudal fin is provided with broad longitudinal red bands on the web between the rays, the lower half is partly streaked, partly spotted in the same way. Along the base of the dorsal fin extends a bright carmine-red band. The fin itself, as well as the pectoral and ventral fins, is spotted with red. The anal fin is also spotted with red, especially in its exterior part, where, the large spots become more or less confluent.

The coloration of the female is neither so bright nor so well preserved, but so much can be seen that at least both dorsal and anal fins have been spotted with red. On the scales of the body some red spots can also be traced.

Number of dorsal rays 17—18, but the first is nearly rudimentary; number of anal rays 17 in both sexes. In the female, the pectoral fins do not extend to the root of the ventral fins. In the male, on the contrary, the fins are considerably enlarged, so that the pectoral fins reach a good deal beyond the root of the ventral fins. In the female, the hindmost dorsal rays barely reach the first caudal rays; but the anal rays do not reach so far as to the caudal. In the male the posterior rays of the dorsal and anal fins are produced, filamentous, so that the former extend greatly beyond the root of the caudal and the latter less so. In the male also the middle rays (especially the ones in the upper part of the middle) of the caudal are strongly produced. The origin of the dorsal fin is in the male midway between the root of the caudal and the eye, in the female about

midway between the root of the caudal and the opercle, a little nearer to the latter. The origin of the dorsal fin is a little anterior to the origin of the anal fin in the male, in the female a little posterior to the same. The total length of the male including the caudal fin is 111 mm. without caudal 78 mm. The length of the female without the caudal fin 68 mm.. The length of the head is contained in the length of the body without the caudal fin 3,7—3,6 times. The length of the snout is contained in the length of the head about 4 times. The diameter of the eye is contained about 4—4,2 times in the length of the head. The interorbital space 2,3—2,4 in the same length.

Number of scales in the lateral line 35 + 3, in a transv line 11.

The lower jaw projects beyond the upper. The outermost series of the teeth is strongly developed, conical and curved inwards. Behind the rather broad band of small villiform teeth there is in both jaws a second series of enlarged teeth, but these are not so large as the outer. The strong development of the teeth indicates Fundulus Sjöstedti to be a fish of prey. The intestinal tract is short.

Fundulus Sjöstedti is related to F. orthonotus (PETERS) GÜNTHER, but the number of rays in the fins, as well as the number of scales in the lateral line is different. Besides all the anal rays of the female of F. Sjöstedti are articulated and the coloration as well is different in both species.

F. orthonotus is known from the east coast of Africa.

Syngnathus kaupii BLEEKER.

A specimen of about 10 cm. length was caught at the Ekundu factory in the Cameroons, in a small rivulet, which running through the bushes empties its water in the mangrove-region, from where the Syngnathus had ascended. But when caught it lived in fresh water.

Total length with the caudal fin . . . . 99 mm.
Length of the caudal fin . . . . 4 mm.
Length of the head . . . . 14 mm.

Length of the snout . . . . $7\,^1/_2$ mm.
Length of the tail without the caudal fin . . . 59 mm.

Otherwise this specimen agrees in number of crests, plates and dorsal rays etc. with STEINDACHNERS description of his specimen from Liberia (l. c. p. 89).

The caudal fin is black. Across the back of the body and the tail about 9 darker bands are visible. Along the inferior margin of the body a row of occellated spots can be seen.

From the above given notes it will be seen that the freshwaterfishes of the Cameroons, at least as yet, partly, are characteristic for that region, partly are found also in other neighbouring countries in West-Africa. The relatively large number of new forms speaks for the supposition that the first mentioned class possibly is rather numerous, but on the other hand it can depend upon the incomplete knowledge of this faunistic region. As Mr. SJÖSTEDT had no opportunity of collecting larger fishes, his collection from the Cameroons can not be regarded but as a very small exponent of the ichthyological fauna of that region. It is however very interesting and I here wish to express my thanks for his great kindness of letting me classify his specimens of this group which is now preserved and kept in the zoological museum of Upsala.

Addenda.

The above was already printed when I found together with some other animals two more species of fish in the collection from the Cameroons.

Mormyrus liberiensis STEINDACHNER D. 15, A. 28, L. l. about 60.

A small specimen from Kitta, caught in a creek in the inner-most mangrove-region. Measurements etc. as in STEINDACHNERS description in »die Fische Liberias» (l. c.) p. 67—69.

Coloration dark brown, by means of very closely arranged dark brown spots.

Eleotris camerunensis n. sp. ?

Some specimens of Eleotris (not in very good condition) seem to be closely related to E. siamensis GÜNTHER, but as I dare not refer them to that species either, I provisorily name them Eleotris camerunensis. Number of dorsal rays 6 | 10—11. Number of anal rays 9—10. Lat. l. about 90. An ocellated spot on the upper part of the root of caudal. No spine on the præoperculum; none of the rays produced into a filament; palate smooth.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 178.)

Torino. *Musei di zoologia ed anatomia comparata.*
Bollettino. Vol. 9 (1894): N:o 179—192. 8:o.
Trieste. *Osservatorio astronomico-meteorologico.*
Rapporto annuale. Vol. 9 (1892). 4:o.
Wien. *K. Akademie der Wissenschaften.*
Denkschriften. Math.-naturwiss. Cl. Bd 60. 1893. 4:o.
» Philos.-hist. Cl. Bd 43. 1894. 4:o.
Sitzungsberichte. Math.-naturwiss. Cl. 1893—94. 8:o.
Abth. 1. Bd 102: H. 8—10; 103: 1—3.
» 2 a. Bd 102: H. 8—10; 103: 1—5.
» 2 b. Bd 102: H. 8—10; 103: 1—3.
» 3. Bd 102: H. 8—10; 103: 1—4.
» Philos.-hist. Cl. Bd 130 (1893). 8:o.
Archiv f. oesterreichische Geschichte. Bd 80: 2; 81: 1. 1894. 8:o.
— *K. K. Geologische Reichsanstalt.*
Verhandlungen. 1894: N:o 14—18. 8:o.

Af Herr Premieraktören Edv. Swartz.
Ett bref från BERZELIUS till professor OLOF SWARTZ, dat. London d. 7 Juli 1812.

Af författarne:
ANDERSSON, G., Om några växtfossil från Gotland. Sthlm 1895. 8:o.
— Torfmosse öfverlagrad af strandvall väster om Ladoga af G. ANDERSSON och H. BERGHELL. Sthlm 1895. 8:o.
ANDRÉE, S. A., Förslag till polarfärd med luftballong. Sthlm 1895. 8:o.
AURIVILLIUS, CHR., Die palæarktischen Gattungen der Lasiocampiden, Striphnopterygiden und Megalopygiden. Dresden 1895. 8:o.
DILLNER, HJ., Några rättskemiska studier. Sthlm 1895. 8:o.
NILSSON, A., & NORLING, K. G. G., Skogsundersökningar i Norrland och Dalarne. Sthlm 1895. 4:o.
REUTER, E., Berättelse öfver undersökningar beträffande ängsmasken och andra skadeinsekter. Hfors 1895. 8:o.
STOSSICH, M., 22 st. helminthologiska afhandlingar. 8:o.
WOODWARD, A., The microscopical fauna of the cretaceous in Minnesota. Minneapolis 1893. 4:o.
— Bibliography of the Foraminifera. With Suppl. St. Paul & New York 1886—88. 8:o.
— 5 småskrifter.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 3.
Stockholm.

Om olika sätt att vid utredning af en enkekassas ställning beräkna inverkan af delägares förtidiga utträde ur kassan.

Af G. ENESTRÖM.

[Meddeladt den 13 Mars 1895 genom D. G. LINDHAGEN.]

Med en delägares förtidiga utträde ur en enkekassa förstår jag hvarje utträde, som icke är betingadt af naturnödvändighet eller af de försäkringstekniska [1]) grunderna för kassan. Betingadt af naturnödvändighet är naturligtvis utträdet, om delägaren aflider; af de försäkringstekniska grunderna [2]) för kassan

[1]) I stället för ordet »försäkringsteknisk» har man på senare tider börjat använda uttrycket »matematisk teknisk». Detta uttryck är emellertid enligt min åsikt ingalunda att föredraga, enär det icke tillräckligt uttryckligt angifver, hvarom frågan är; det synes mig nämligen, som om uttrycket skulle kunna fullt ut lika väl passa t. ex. på en landtmäteriförrättning som på en försäkringsteknisk beräkning. För öfrigt lär man icke af uttrycket »matematisk teknisk» kunna omedelbart bilda substantiver med samma betydelse som »försäkringsteknik» och »försäkringstekniker», och tillgången till sådana substantiver medför ofta stor lättnad i språkligt hänseende. Under den allra sista tiden har man äfven börjat använda ordet »försäkringsmatematisk» (se t. ex. sid. 58 i *Utdrag af protokollet öfver civilärenden den 14 januari 1895*, infördt i Bihang till riksdagens protokoll 1895 saml. 1, afd. 1). Detta ord synes mig emellertid mindre lämpligt därför, att enligt min åsikt försäkringstekniken hufvudsakligen utgör en tillämpning af den matematiska statistiken och därför vida mera är af statistisk än matematisk art.

[2]) Med »försäkringstekniska grunder» menar jag de omständigheter, till hvilka hänsyn tagits vid de försäkringstekniska beräkningarnas verkställande. Med försäkringsteknisk beräkning åter menar jag en beräkning, som utförts med tillhjälp af tillgängligt statistiskt material och med hänsyn tagen därtill, att kassans risker böra blifva betäckta genom motsvarande inkomster. Att

åter beror utträdet, om delägarens hustru aflider, och kassan är en allmän enkekassa, där något tvång att kvarstanna icke förefinnes. Med allmänna enkekassor kommer jag emellertid icke att sysselsätta mig i denna uppsats, utan antager, att i den kassa, hvarom fråga är, delägareskapet är bundet vid en viss befattning, så att utträde icke kan under tjänstetiden ifrågakomma utan samtidig afgång från befattningen och allsicke kan äga rum efter tjänstetidens slut utom på grund af dödsfall; häraf följer, att i denna uppsats hvarje utträde af annan anledning än delägarens död betraktas såsom förtidigt utträde.

Som bekant gälla inom olika enkekassor för tjänstemän olika föreskrifter i fråga om rätt till återbekommande af erlagda afgifter, då en delägare utträder ur kassan. Under det att inom vissa kassor en sådan delägare går helt och hållet förlustig de inbetalda afgifterna, erhåller han inom andra kassor en viss ersättning för desamma. Det senare fallet erbjuder emellertid inga särskilda svårigheter, om man känner, efter hvilka grunder ersättningsbeloppet beräknas, och vid nu i fråga varande undersökning inskränker jag mig därför till att betrakta det fall, då ingen återbetalning af erlagda afgifter förekommer.

Betecknar man för den skull med A_x kapitalvärdet af de afgifter, hvilka en nu x-årig delägare har att erlägga till en sluten enkekassa, under förutsättning att ingen hänsyn tages till möjligheten af förtidigt utträde, samt låter man under samma förutsättning P_x utmärka kapitalvärdet af delägarens pensionsrätt, så förefaller det vid första påseendet, som om den vinst,

det statistiska materialet till äfventyrs varit mindre tillförlitligt, eller att anmärkningar kunna göras mot vissa detaljer i de tekniska operationerna, anser jag icke upphäfva en beräknings egenskap att vara byggd på försäkringstekniska grunder. Icke häller vill jag frånkänna en lifförsäkringsanstalt egenskapen att vara byggd på sådana grunder därför, att anstalten till äfventyrs icke kan vid hvarje tidpunkt, t. ex. omedelbart efter en svår koleraepidemi, till deras räkningsmessiga värde inköpa alla sina risker i en annan anstalt, som opererar på samma statistiska grund. Jag tager således ordet försäkringsteknisk i något vidsträcktare mening än den, prof. GYLDÉN gifvit åt samma ord å sid. 409—410 i *Betänkande angående ordnande af pensionsväsendet för statens civile tjänsteinnehafvare samt för deras enkor och barn* (Stockholm 1894).

kassan skulle göra, i fall en delägare af annan anledning än dödsfall utträder vid fyllda x år, och ingen återbetalning af erlagda afgifter förekommer, borde vara $P_x - A_x$; häraf åter borde följa, att om under en följd af år a personer årligen utträdt förtidigt ur kassan och deras medelålder vid utträdet varit t år, den årliga vinsten å sådana utträden skulle vara i medeltal

$$a(P_t - A_t).$$

Vid härledningen af detta värde har man emellertid tyst antagit, dels att kassans afgifter äro på sådant sätt beräknade, att de fullkomligt motsvara pensionsrätten, d. v. s. så, att om i är medelinträdesåldern i kassan, ekvationen

$$P_i = A_i$$

är satisfierad, dels att antingen delägarnes antal och åldersfördelning är konstant, eller åtminstone antalet är konstant och ett förtidigt utträde ur kassan kan betraktas såsom en ren tillfällighet, hvilken är lika sannolik inom alla lefnadsåldrar.

Härledningen gäller således icke, om de nu nämnda tysta förutsättningarna icke äro uppfyllda; särskildt blir den oriktig, om, såsom fallet torde vara inom flertalet tjänstemannakassor, delägarnes afgifter icke ensamma täcka kassans risk, utan till pensionskostnadens bestridande ett *fixt* årligt bidrag af allmänna medel utgår. Man inser nämligen lätt, att under sådana förhållanden kassans vinst vid en t-årig delägares förtidiga utträde icke uppgår till fullt $P_t - A_t$, enär en del af P_t skulle bekostas af allmänna medel, hvilka nu tagas i anspråk för den afgångne tjänstemannens efterträdare. Ur en annan synpunkt skulle man kunna framställa saken så, att kapitalvärdet af det allmännas bidrag till pensionskostnaden för delägarens samtliga efterträdare skall genom det förtidiga utträdet blifva behöfligt tidigare än under normala förhållanden, och hvarje utbetalning, som måste ske tidigare, än man beräknat, medför ju en särskild kostnad.

Låter man nu $R_i^{(s)}$ utmärka värdet af en kontinuerlig lifränta, som utgår med en enhet om året från och med fyllda i

år till fyllda z år, och antager man, att en delägare i kassan erhåller afsked från sin befattning vid fyllda u år, samt observerar man, att, då en delägare inträder i kassan, $P_t - A_t$ är kapitalvärdet af den del af pensionsrätten, hvilken måste bekostas af andra medel än delägarens afgifter, så blir tydligen

$$\frac{P_t - A_t}{R_t^{(u)}}$$

det bidrag, som under tjänstetiden måste af andra medel årligen utgå för en särskild delägares räkning. Utträder delägaren vid fyllda t år, är alltså

$$\frac{P_t - A_t}{R_t^{(u)}} R_t^{(u)}$$

det belopp af sådana medel, som på grund af hans utträde visserligen icke tages i anspråk för hans räkning, men som i stället användas för hans efterträdare, och betecknar man med B_t kassans vinst vid utträdet, blir således

$$B_t = P_t - A_t - \frac{P_t - A_t}{R_t^{(u)}} R_t^{(u)},$$

eller efter en enkel transformation

$$(1) \qquad B_t = P_t - \frac{P_t}{R_t^{(u)}} R_t^{(u)} - \left(A_t - \frac{A_t}{R_t^{(u)}} R_t^{(u)}\right).$$

Denna formel kan för öfrigt äfven härledas på följande sätt.

Vi taga i betraktande en särskild tjänst, hvilken nu är besatt med en t-årig tjänsteman, och antaga, att närhälst en delägare afgår från sin befattning, hans plats intages af en ny i-årig delägare, samt föresätta oss att bestämma, hvilket inflytandet skulle blifva på kassans ekonomi, om tjänstemannen, i stället för att kvarstå, till dess han fyller u år eller dessförinnan aflider, genast skulle utträda.

För detta ändamål observera vi, att det ur kassans synpunkt är alldeles likgiltigt, på hvilket sätt afgifter erläggas af en delägare, om blott närvarande värdet af samtliga afgifter förblir oförändradt. Äfven om delägaren i verkligheten skulle

betala afgifter efter tjänstetidens slut och till olika belopp under olika år, kunna vi alltså vid denna undersökning antaga, att afgift utgår blott under tjänstetiden, och att den är lika stor under alla år, blott de fingerade afgifterna bestämmas så, att deras närvarande kapitalvärde är lika stort med de verkligas. Under detta antagande skulle för ifrågavarande tjänst afgiften, i fall utträde i förtid ej förekommer, under den nuvarande delägarens tjänstetid årligen uppgå till $\frac{A_t}{R_t^{(u)}}$ och sedermera årligen utgöra för all framtid $\frac{A_i}{R_i^{(u)}}$, men däremot, om den nuvarande delägaren omedelbart utträder, redan från början bestiga sig till sistnämnda belopp. Förlusten i afgifter skulle således utgöra

$$\frac{A_t}{R_t^{(u)}} - \frac{A_i}{R_i^{(u)}}$$

årligen under den nuvarande delägarens normala tjänstetid, och dess nuvarande kapitalvärde är följaktligen

$$\left(\frac{A_t}{R_t^{(u)}} - \frac{A_i}{R_i^{(u)}}\right) R_t^{(u)} .$$

På alldeles samma sätt finner man, att vinsten i afseende på pensionskostnaden skulle genom den t-årige delägarens omedelbara utträde blifva

$$\left(\frac{P_t}{R_t^{(u)}} - \frac{P_i}{R_i^{(u)}}\right) R_t^{(u)} ,$$

och kassans nettovinst vid det för tidiga utträdet blir således

$$B_t = \left(\frac{P_t}{R_t^{(u)}} - \frac{P_i}{R_i^{(u)}}\right) R_t^{(u)} - \left(\frac{A_t}{R_t^{(u)}} - \frac{A_i}{R_i^{(u)}}\right) R_t^{(u)} ,$$

hvilket uttryck endast till formen skiljer sig från (1).[3]).

[3]) Denna härledning utgör en obetydlig modifikation af det betraktelsesätt, jag i min utredning *Om ålderdomsunderstöd åt lärare och lärarinnor vid småskolor och mindre folkskolor äfvensom biträdande lärare och lärarinnor vid folkskolor* (Stockholm 1890) användt för att beräkna inverkan af nya delägares inträde i en pensionskassa. Jfr äfven min uppsats: *Användning af en metod ur befolkningsstatistiken vid lösningen af ett problem inom teorien för pensionskassor.* Öfversigt af vetenskaps-akad. förhandl. 50, 1893, sid. 374—375.

Med bibehållande af själfva grundtanken i den nu angifna härledningen, men med en viss modifikation af betraktelsesättet, kan man erhålla ett annat uttryck för B_t.

För detta ändamål beteckna vi med $S_x^{(z)}$ nuvarande värdet af en enhet, som utgår, då en nu x-årig person fyller z år eller dessförinnan aflider, och skola med tillhjälp af denna storhet söka uttrycka närvarande kapitalvärdet af alla afgifter, kassan har att påräkna för en viss tjänst, som nu innehafves af en t-årig delägare och hvars nya innehafvare alltid inträda vid fyllda i år. Vi antaga då först, att förhållandena äro normala, d. v. s. att den t-årige delägaren kvarstår, till dess han fyller u år eller dessförinnan aflider. I detta fall blir nuvarande kapitalvärdet af den t-åriga delägarens afgifter A_t, nuvarande kapitalvärdet af hans efterträdares afgifter $A_t S_t^{(u)}$, nuvarande kapitalvärdet af dennes efterträdares afgifter $A_t S_t^{(u)} S_i^{(u)}$, o. s. v., så att nuvarande kapitalvärdet af samtliga de till denna tjänst hörande delägarnes afgifter är

$$A_t + A_t S_t^{(u)} + A_t S_t^{(u)} S_i^{(u)} + A_t S_t^{(u)} \left(S_i^{(u)}\right)^2 + \ldots$$

eller

$$A_t + \frac{A_i}{1 - S_i^{(u)}} S_t^{(u)} .$$

Antaga vi däremot, att den t-årige delägaren omedelbart afgår från sin tjänst och efterträdes af en i-årig delägare, blir enligt samma betraktelsesätt nuvarande kapitalvärdet af samtliga de till denna tjänst hörande delägarnes afgifter

$$A_i + A_i S_i^{(u)} + A_i \left(S_i^{(u)}\right)^2 + A_i \left(S_i^{(u)}\right)^3 + \ldots$$

eller

$$\frac{A_i}{1 - S_i^{(u)}} .$$

Den t-årige delägarens omedelbara utträde medför således för kassan en förlust af afgifter, uppgående till

$$A_t + \frac{A_i}{1 - S_i^{(u)}} S_t^{(u)} - \frac{A_i}{1 - S_i^{(u)}} = A_t - \frac{A_i}{1 - S_i^{(u)}} \left(1 - S_t^{(u)}\right) .$$

På samma sätt finner man, att den t-årige delägarens omedelbara utträde minskar kassans pensionskostnad med

$$P_t - \frac{P_t}{1 - S_t^{(u)}}\left(1 - S_t^{(u)}\right),$$

och man erhåller således [4])

$$B_t = P_t - \frac{P_t}{1 - S_t^{(u)}}\left(1 - S_t^{(u)}\right) - \left\{A_t - \frac{A_t}{1 - S_t^{(u)}}\left(1 - S_t^{(u)}\right)\right\}. \quad (2)$$

Att formeln (2), ehuru till utseendet afvikande från (1), dock är i sak identisk med denna, finner man omedelbart, om man erinrar sig, att mellan storheterna $R_x^{(s)}$ och $S_x^{(s)}$ en relation af formen

$$S_x^{(s)} = 1 - kR_x^{(s)}$$

äger rum.

Vid härledningen af formlerna (1) och (2) är antaget, att inträdesåldern för den nya delägaren förblir oförändrad, äfven om företrädaren afgår i förtid. Man kan emellertid också tänka sig, att till hvarje plats finnes en expektant, hvilken inträder tidigare i tjänst, i den mån afgång i förtid inträffar. De använda metoderna behöfva emellertid i sådant fall blott undergå en obetydlig modifikation; så har man t. ex. att vid den sista metodens användning i stället för serien

$$A_t + A_t S_t^{(u)} + A_t\left(S_t^{(u)}\right)^2 + A_t\left(S_t^{(u)}\right)^3 + \ldots$$

införa serien

$$A_{t-(u-t)} + A_t S^{(u)}_{t-(u-t)} + A_t S^{(u)}_{t-(u-t)} S_t^{(u)} + A_t S^{(u)}_{t-(u-t)}\left(S_t^{(u)}\right)^2 + \ldots$$

Högra ledet i ekv. (2) får alltså följande utseende

$$P_t - P_{t-(u-t)} - \frac{P_t}{1 - S_t^{(u)}}\left(S^{(u)}_{t-(u-t)} - S_t^{(u)}\right) -$$

$$- \left[A_t - A_{t-(u-t)} - \frac{A_t}{1 - S_t^{(u)}}\left(S^{(u)}_{t-(u-t)} - S_t^{(u)}\right)\right],$$

och högra ledet i ekv. (1) undergår en likartad förändring.

[4]) Denna härledning utgör en obetydlig modifikation af en metod, hvilken blifvit för lösning af ett likartadt problem utt änkt af L. LINDELÖF och JOH. KARUP. Se LINDELÖF, *Sur la théorie des caisses de pension*, Acta Mathematica 18, 1894, 89—95; KARUP, *Gutachten über die akademische Wittwen- und Waisenpensions-Anstalt zu Jena* (Litografiskt öfvertryck, 1894), sid. 54—58.

Har man nu under en följd af år observerat, att i medeltal a personer årligen utträdt ur kassan i förtid, och att medelåldern för dessa varit t år, samt beräknar man B_t enligt någondera af formlerna (1) eller (2), med eller utan den modifikation, om hvilken nyss talats, så borde man kunna representera kassans årliga vinst på delägares förtidiga utträde genom aB_t eller om man vill vara mera noggrann, genom $a\frac{\Sigma B_t}{n}$, där t nu betecknar den observerade utträdesåldern, och summationstecknet afser alla värden af t, som blifvit observerade, samt n utmärker antalet observerade utträden i förtid.

Detta sätt att beräkna inverkan af delägares förtidiga utträde förutsätter emellertid, såsom redan i början af denna uppsats antyddes, att tjänsteinnehafvarnes antal och åldersfördelning är konstant. Ökas däremot antalet tjänster från år till år, blir naturligtvis det genom observation funna talet a icke användbart; ändras åter åldersfördelningen, finnes ingen garanti för, att medelåldern vid utträdet skall äfven framdeles förblifva t, såvida man icke får förutsätta sannolikheten att utträda i förtid vara oberoende af lefnadsåldern. Men denna sista förutsättning är visst icke alltid uppfylld; så har t. ex. JOH. KARUP vid en undersökning af förhållandena inom enkekassan vid universitetet i Jena funnit, [5]) att afgångssannolikheten för delägare i åldrarna 21—26, 27—31 och 48—55 år varit respektive 0·042, 0·075 och 0·019. För en enkekassa, där sådana förhållanden råda, är den ofvan angifna metoden alltså icke att rekommendera.

Oaktadt således ur teoretisk synpunkt befogade anmärkningar mot denna metod kunna göras, torde den dock i många fall kunna utan någon egentlig olägenhet användas. För de flesta enkekassor gäller nämligen, att utträde i förtid relativt sällan förekommer, och det fel, som genom metodens användande kan uppstå, blir därför i regeln utan betydelse.

Vill man däremot söka erhålla en mera allmängiltig metod, måste man inslå på en annan väg. Därvid ligger det utan

---

[5]) KARUP, nyss anf. arb. sid. 9.

tvifvel närmast till hands, att redan vid beräkningen af afgifternas och pensionsrättens kapitalvärden taga hänsyn till inverkan af förtidiga utträden. För detta ändamål har man att först beräkna utträdessannolikheten för olika åldrar, samt sedan konstruera en afgångstabell, som för hvarje ålderså r angifver dels relativa antalet kvarstående delägare, dels antalet under närmast följande år genom dödsfall afgångna delägare. Har man nu dessutom för hvarje åldersår medelst den så kallade indirekta metoden beräknat medelpensionskostnaden för en delägare, som genast aflider, så kan man utan svårighet finna både pensionsrättens och afgifternas verkliga kapitalvärde vid olika åldrar, och härmed är redan från början hänsyn tagen till inverkan af delägares förtidiga utträde.

Emellertid kan mot detta förfaringssätt, hvars grundtanke redan varit flera gånger tillämpad vid kostnadsberäkningar för invaliditetspensioner,[6]) anmärkas, att den indirekta metoden under dess hittills använda form är mindre tillförlitlig, och att den modifierade form, jag i en föregående uppsats föreslagit,[7]) förutsätter, att tillräckligt statistiskt material finnes att tillgå.

Skulle därför det statistiska materialet vara sådant, att den indirekta metoden icke utan betänkligheter kan användas, torde det vara bäst att först enligt den exakta metoden beräkna pensionsrättens och afgifternas kapitalvärden, utan hänsyn till möjligheten af delägares utträde i förtid, samt sedan medelst den indirekta metoden bestämma den minskning i pensionsrättens och afgifternas kapitalvärden, som betingas genom delägares utträde i förtid. Detta sker på hufvudsakligen samma väg, som nyss antydts, blott med den skillnaden, att man vid afgångstabellens upprättande angifver icke relativa antalet genom dödsfall afgående utan relativa antalet i förtid utträdande delägare,

[6]) Samma metod har jag äfven användt vid beräkningen af kostnaderna för ålderdomsunderstöd åt småskollärarne och åt barnmorskorna, bland hvilka afgång af annan anledning än död eller invaliditet mycket ofta förekommer.

[7]) Se min uppsats: *Om de statistiska förutsättningarna för giltigheten af den så kallade indirekta metoden inom teorien för enkekassor.* Öfversigt af vetenskaps-akad. förhandl. 51, 1894, sid. 479—488.

samt äfven vid afgifternas beräknande tager hänsyn till dessa delägare i stället för de kvarstående. [8])

Vid de två sista förfaringssätten är ingen hänsyn ännu tagen till den omständigheten, att en växling i frekvensen af förtidiga utträden kan inverka på delägarnes medelinträdesålder, så att denna kan sjunka, i den mån ett extraordinärt antal platser blifver ledigt genom förtidiga utträden. Emellertid torde i regeln de statistiska uppgifter, hvilka det är möjligt att anskaffa, knappast vara sådana, att de förtidiga utträdenas framtida inverkan i detta afseende kan med någon större grad af noggrannhet uppskattas. Eljes möter det visserligen icke några teoretiska svårigheter att beräkna kostnaden för de nya delägarne under antagande, att inträdesåldern är inom vissa gränser föränderlig.

I det föregående har jag icke häller tagit någon hänsyn till den omständigheten, att hvarje tjänst i regeln står ledig någon tid efter innehafvarens afgång. Denna omständighet torde nämligen för den nu behandlade frågan icke hafva någon praktisk betydelse; vill man taga hänsyn till densamma, kan detta lätt ske med tillhjälp af den formel, LINDELÖF angifvit å sid. 92 af den förut citerade uppsatsen.

---

[8]) Detta förfaringssätt har användts af KARUP i det förut citerade arbetet (se sid. 51—53), dock så, att KARUP efter räkningarnas utförande anbringat en korrektion med hänsyn därtill, att den indirekta metoden visat sig gifva för höga värden för pensionsrättens kapitalvärde.

Stockholm 1895. Kungl. Boktryckeriet.

207

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 52. 1895. № 4.

Onsdagen den 10 April.

INNEHÅLL:

Föredrogos inspektionsberättelser för de under Akademien lydande särskilda institutioner.

På tillstyrkan af utsedda komiterade antogos följande inlemnade afhandlingar till införande i Bihanget till Akademiens Handlingar: 1:o) »Nouvelles contributions à la flore bryologique de Brésil», af Filos. Doktor V. F. BROTHERUS; 2:o) »Hemigaster, ein neuer Typus unter den Basidiomyceten», af Docenten H. O. JUEL.

Friherre NORDENSKIÖLD meddelade innehållet af ett bref från Professor CLEVE angående de försök, som gjorts vid Upsala kemiska laboratorium att framställa det nyligen upptäckta ämnet

helium, samt redogjorde med anledning deraf dels för den närvarande ståndpunkten af vår kunskap om de nyupptäckta ämnena argon och helium och om deras förekomst på jordytan, dels för de skandinaviska mineral, i hvilka man med hopp om framgång kunde eftersöka dessa ämnen; och öfverlemnades i sammanhang härmed en af Docenten N. A. LANGLET författad uppsats: »Om förekomsten af helium i Cleveit».*

Friherre NORDENSKIÖLD förevisade derjemte dels ett par kilogram af thoriumoxalat, som blifvit framställda vid Riksmusei mineralogiska afdelning, och dels en större qvantitet uranoxid, framställdt af svenskt råmaterial.

Genom anställdt val kallades Professorn i mathematik vid Köpenhamns universitet HIERONYMUS GEORG ZEUTHEN till utländsk ledamot af Akademien.

Docenten vid Upsala universitet W. ABENIUS, som i snart tre år innehaft det af Akademien disponerade Berzeliska stipendiet, hade inkommit med ansökan att, såsom stipendieförfattningen medgifver, under ytterligare två år få vara i åtnjutande af samma stipendium, och lemnade Akademien härtill sitt bifall.

Sekreteraren öfverlemnade för offentliggörande följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Sur le calcul direct des solutions périodiques dans le problème de trois corps», af Docenten vid Stockholms Högskola G. KOBB; 2:o) »Några anmärkningar om differentialeqvationen: $y'' = Ay^3 + By^2 + Cy + D + (Ey + F)y'$, af studeranden A. E. FRANSÉN; 3:o) »Om olika sätt att beträffande en enkekassa för tjenstemän beräkna inverkan af delegares befordran till högre tjenstegrad», af Amanuensen G. ENESTRÖM.

Genom val utsågs Generaldirektören A. R. ÅKERMAN till Præses under det ingående akademiska året, hvarefter afgående Præses Generaldirektören Grefve CRONSTEDT nedlade præsidium med ett föredrag om signalväsendet vid jernvägar.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

Lund. *Universitetet.*
Årsskrift. T. 30 (1893/94): Afd. 1—2. 4:o.
Upsala. *Meteorologiska observatoriet.*
Bulletin mensuel. Vol. 26 (1894). Fol.
Berlin. *Deutsche geologische Gesellschaft.*
Zeitschrift. Bd 46 (1894): H. 3. 8:o.
Boston. *American academy of arts and sciences.*
Proceedings. Vol. 29 (1893/94). 8:o.
— *Boston society of natural history.*
Memoirs. Vol. 3: N:o 14. 1894. 4:o.
Proceedings. Vol. 26: P. 2—3 (1893/94). 8:o.
Occasional papers. 4: Vol. 1: P. 2 & maps. 1894. 8:o.
Bruxelles. *Académie R. des sciences des lettres et des beaux-arts de Belgique.*
Bulletin. (3) T. 29 (1895): N:o 1—2. 8:o.
— *Société Belge de géologie, de paléontologie et d'hydrologie.*
Bulletin. T. 1 (1887)—8 (1894): Fasc. 1. 8:o.
Budapest. *Musée national de Hongrie.*
Természetrajzi füzetek. Vol. 17 (1894): 3—4. 8:o.
Buenos Aires. *Sociedad cientifica Argentina.*
Anales. T. 38 (1894): Entr. 5—6. 8:o.
Buffalo. *Society of natural sciences.*
Bulletin. Vol. 5: N:o 4. 1894. 8:o.
Buitenzorg. *'s Lands plantentuin.*
Mededeelingen. 6, 9. 1889—91. 8:o.
Cambridge, Mass. *Museum of comparative zoölogy.*
Memoirs. Vol. 17: N:o 3. 1894. 4:o.
Cincinnati. *Society of natural history.*
Journal. Vol. 17: N:o 2—3. 1894. 8:o.
Des Moines. *Iowa academy of sciences.*
Proceedings. Vol. 1: P 4 (1893). 8:o.
Firenze. *Società entomologica Italiana.*
Bullettino. Anno 26 (1894): Trim. 1—4. 8:o.
Frankfurt a. M. *Senckenbergische naturforschende Gesellschaft.*
Abhandlungen. Bd 18: H. 4. 1895. 4:o.
Genève. *Observatoire.*
GAUTIER, R., Le service chronométrique et les concours de réglage. 1894. 8:o.
Rapport sur le concours de réglage de chronomètres. Année 1894. 8:o.
Güstrow. *Verein der Freunde der Naturgeschichte in Mecklenburg.*
Archiv. Jahr 48 (1894): Abt. 1—2. 8:o.
Göttingen. *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*
Nachrichten. Math.-phys. Kl. 1895: H. 1. 8:o.

Hamburg. *Naturwissenschaftlicher Verein.*
Abhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften. Bd 13. 1895. 4:o.
Verhandlungen. (3) 2 (1894). 8:o.
— *Deutsche Seewarte.*
Deutsches meteorologisches Jahrbuch. Jahrg. 16 (1893). 4:o.
Harlem. *Société hollandaise des sciences.*
Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. 28: Livr. 5. 1895. 8:o.
Kharkow. *Université impériale.*
Annales. 1895: Kn. 1. 8:o.
— *Société des sciences physico-chimiques.*
Travaux. T. 1 (1894). 8:o.
Kjöbenhavn. *Dansk geologisk Forening.*
Meddelelser. N:o 1—2. 1894—95. 8:o.
STEENSTRUP, K. J. V., Johannes Frederik Johnstrup. 1895. 8:o.
La Plata. *Museo.*
Revista. T. 6: P. 1. 1894. 8:o.
Lausanne. *Société Vaudoise des sciences naturelles.*
Bulletin. (3) Vol. 30: N:o 115. 1894. 8:o.
Leipzig. *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Math.-phys. Cl. Bd 21: N:o 4—5. 1895. 8:o.
Madison. *Washburn observatory.*
Publications. Vol. 7: P. 2. 1894. 4:o.
Madrid. *R. Academia de ciencias exactas, fisicas y naturales.*
Anuario. 1895. 12:o.
Manchester. *Literary and philosophical society.*
Memoirs and proceedings. (4) Vol. 9 (1894/95): N:o 2. 8:o.
Manila. *Observatorio meteorológico.*
Observaciones verificadas. 1893: 6, 11—12; 1894: 2—3. Fol. & 4:o.
Mexico. *Observatorio meteorológico central.*
Boletín de agricultura, minería é industrias. Año 4 (1894/95): N. 3—4. 8:o.
Minneapolis. *Geological and natural history survey of Minnesota.*
Report of the state zoologist. 1. 1892. 8:o.
München. *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Math.-physikal. Cl. Bd 18: Abt. 3. 1895. 4:o.
LOSSEN, M., Die Lehre vom Tyrannenmord in der christlichen Zeit. 1894. 4:o.
SOHNCKE, L., Über die Bedeutung wissenschaftlicher Ballonfahrten. 1894. 4:o.
Nantes. *Société des sciences naturelles de l'Ouest de la France.*
Bulletin. T. 4 (1894). 8:o.
New York. *Microscopical society.*
Journal. Vol. 11 (1895): N:o 1. 8:o.
Palermo. *Circolo matematico.*
Rendiconti. T. 9 (1895): Fasc. 1—2. 8:o.

(Forts. å sid. 214.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 4.
Stockholm.

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

232. Om förekomsten af helium i cleveit.

Af N. A. Langlet.

[Meddeladt den 10 April 1895 genom P. T. Cleve.]

År 1878 beskref A. E. Nordenskiöld [1]) ett från Arendal härstammande mineral, som han benämnde *Cleveit* och som befanns vara närbeslägtadt med uranpecherz, men skilja sig derifrån hufvudsakligen derigenom, att det innehåller ytterjordar, ceritoxider samt torjord som väsentliga beståndsdelar. Hillebrand [2]) upptäckte 1890, att ur detta mineral äfvensom ur alla andra uraniniter, som innehålla sällsynta jordarter, vid behandling med syror eller smältning med alkalikarbonat kväfve frigjordes, utan att han lyckades utreda, i hvilken form detsamma förefanns i mineralen. Halten deraf kunde gå upp ända till 2,5 %. Han identifierade detta kväfve så väl genom öfverförande till salpetersyra och ammoniak som framförallt på spektralanalytisk väg.

Ehuru det sålunda syntes vara fullt bevisadt, att den frigjorda gasen verkligen vore kväfve, beslöt jag för en tid sedan att återupprepa Hillebrands försök, sedan Prof. Cleve framkastat den tanken, att den föreliggande gasen möjligen skulle kunna vara argon, då ingen giltig förklaring af detta kväfvets egendomliga förekomstsätt kunde upptäckas. Hindrad af andra arbeten, måste jag dock uppskjuta denna undersökning ett par veckor och hade nyss påbörjat den, då underrättelsen anlände

[1]) Geol. Föreningens i Sthlm förh. IV: 28.
[2]) Bull. U. S. Geol. Surv. N:o 64 (1890): 48, N:o 90 (1892): 22.

till Prof. CLEVE om att man funnit *helium* i cleveit. Då det emellertid af senare meddelanden [1]) framgick att den ur cleveit af RAMSAY erhållna gasen utgjordes af en blandning af helium och *argon*, fortsatte jag den påbörjade undersökningen i hopp att genom möjligen befintlig olikhet i utgångsmaterial och framställningsmetod erhålla en ifrån RAMSAYS åtminstone i någon mån afvikande produkt. Så visade sig också vara förhållandet, och de resultat till hvilka jag kommit skilja sig i ett vigtigt afseende så mycket från RAMSAYS, att jag ansett mig böra redan nu publicera dem, ehuru undersökningen ännu naturligtvis är långt ifrån afslutad.

För framställande af gasen gick jag till väga ungefär på samma sätt som vid en kväfvebestämning (enligt DUMAS), i det att det med kaliumbisulfat blandade mineralet inlades i ett förut med något mangankarbonat beskickadt rör och sedan luften blifvit fullständigt utdrifven, småningom upphettades till svag glödgning. Gasen som i början utvecklades särdeles lifligt uppsamlades öfver kalilut i vanlig nitrometer. Den mot slutet af operationen bildade gasen uppsamlades särskildt i ett litet glasrör och användes till spektralanalys, under det att bestämning af sp. vigt utfördes å det i nitrometern uppsamlade materialet.

Spektralundersökningen gaf det öfverraskande resultatet, att gasen bestod af helium, utan att någon inblandning af argon kunde upptäckas. Prof. THALÉN, som godhetsfullt verkstält den spektrometriska undersökningen, har lemnat ett preliminärt meddelande om följande linier och våglängder.

Våglängder.	Styrka.
6677	halfstark.
5875,9	stark. [2])
5048	halfstark.
5016	stark.
4922	halfstark.
4713,5	svagare.

[1]) BERTHELOT. Compt. Rend. LXX. 660.

[2]) Sannolikt omgifves denna starka heliumlinie af två ytterst svaga linier på hvardera sidan (THALÉN).

Alla dessa linier återfinnas enligt prof. DUNÉR i solspektrum.

Den bestämning af spec. vikten som utfördes å det öfriga materialet gaf till resultat 0,14 (luft = 1) eller, räknadt i förhållande till väte, ungefär 2,0. Detta resultat är dock föga tillförlitligt hufvudsakligen på grund af den använda apparatens otillfredsställande beskaffenhet och den ringa gaskvantitet som stod till mitt förfogande. Den är i alla händelser endast att anse såsom ett maximum, emedan blott den mot slutet utvecklade gasen blifvit spektroskopiskt pröfvad, och det är ingalunda omöjligt att den först afgående gasmängden kan innehålla argon, hvilket senare, om också blott till ringa mängd närvarande, måste utöfva en betydlig inverkan på sp. vigten, som derföre och på grund af ofvannämnda omständigheter möjligen är icke obetydligt lägre än angifna tal.

Så snart erforderliga apparater blifvit anskaffade ämnar jag fortsätta studiet af heliums fysiska egenskaper och noggrannare bestämma dess sp. vikt m. fl. konstanter. Af stort intresse är naturligtvis att undersöka huruvida helium förefinnes andra mineral än de af HILLEBRAND analyserade uraniniterna. En dylik undersökning är redan började å härvarande laboratorium och dess resultat skola framdeles publiceras.

Det är mig en angenäm plikt att här uttrycka min stora tacksamhet för alla de upplysningar och det praktiska bistånd, som laboratorn dr KNUT ÅNGSTRÖM gifvit mig vid anordnandet af den fysikaliska delen af föreliggande undersökning.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 210.)

Paris. *Muséum d'histoire naturelle.*
Bulletin. 1895: N:o 1. 8:o.
— *Société géologique de France.*
Bulletin. (3) T. 22 (1894): N:o 8—9. 8:o.
Philadelphia. *Geographical club.*
Bulletin. Vol. 1: N:o 3—4. 1894—95. 8:o.
— *Academy of natural sciences.*
Journal. (2) Vol. 10: P. 2. 1894. 4:o.
Salem. *American association for the advancement of science.*
Proceedings. Meeting 42 (1893). 8:o.
St. Petersburg. *Russisch-kaiserl. mineralogische Gesellschaft.*
Verhandlungen. (2) Bd 31 (1894). 8:o.
— *Physikalisches Central-Observatorium.*
Annalen. Jahrg. 1893: Th. 2. 4:o.
Repertorium für Meteorologie. Bd 17. 1894. 4:o.
Santiago. *Société scientifique du Chili.*
Actes. T. 4 (1894): Livr. 4. 8:o.
São Paulo. *Commissão geographica e geologica.*
Boletim. N:o 10. 1895. 8:o.
Stonyhurst. *Observatory.*
Results of meteorological and magnetical observations. 1894. 8:o.
Wien. *K. K. Zoologisch-botanische Gesellschaft.*
Verhandlungen. Bd 45 (1895): H. 1—2. 8:o.
— *K. K. Geologische Reichsanstalt.*
Verhandlungen. 1895: N:o 1—3. 8:o.
Zürich. *Naturforschende Gesellschaft.*
Vierteljahrsschrift. Jahrg. 39 (1894): H. 3—4.
Neujahrsblatt. 97 (1895). 4:o.

Af författarne:

HASSELBERG, B., Sur les observations spectroscopiques des nébuleuses faites à Mount Hamilton. Rome 1895. 4:o.

— Positions apparentes des taches solaires photographiées à Poulkovo par B. Hasselberg 1881—88 deduites par A. Bélopolsky et M. Morine. St. Petersb. 1894. 4:o.

LINDVALL, C. A., Hvar låg Agnefit? Sthlm 1895. 8:o.

NATHORST, A. G., Ett par glaciala »pseudorelikter». Lund 1895. 8:o.

TRYBOM, F., Lygnern jemte Sundsjön, Stensjön och St. Svansjön i Elfsborgs och Hallands län. Sthlm 1895. 8:o.

SIEDEK, R., Versuche über das magnetische Verhalten des Eisens bei verschiedener Inanspruchnahme desselben. Wien 1895. 8:o.

THOMSEN, J., Relation remarquable entre les poids atomiques des éléments chimiques. Poids atomiques rationnels. Khvn 1894. 8:o.

TISCHNER, A., Le phénomène fondamental du système solaire. Lpz 1895. 8:o.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 4.
Stockholm.

Sur le calcul direct des solutions périodiques dans le problème de trois corps.

Par GUSTAF KOBB.

[Communiquée le 10 avril 1895 par A. LINDSTEDT.]

Dans son célèbre ouvrage »Les méthodes nouvelles de la Mécanique Céleste» M. POINCARÉ a donné une méthode pour le calcul direct des solutions périodiques des équations de la Dynamique [1])

$$\frac{dx_\nu}{dt} = \frac{\partial F}{\partial y_\nu}; \quad \frac{dy_\nu}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial x_\nu} \quad \nu = 1, 2, \dots n \tag{1}$$

$$F = F_0 + \mu F_1 + \mu^2 F_2 + \dots$$

où F_0 ne depend que des x et F_1, F_2, etc. sont des fonctions périodiques des y avec la periode 2π. Il pose

$$\left.\begin{aligned} x_\nu &= x_\nu^0 + \mu x_\nu^1 + \mu^2 x_\nu^{(2)} + \mu^3 x_\nu^{(3)} + \dots \\ y_\nu &= y_\nu^0 + \mu y_\nu^1 + \mu^2 y_\nu^{(2)} + \mu^3 y_\nu^{(3)} + \dots \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

et détermine les coefficients des puissances de μ

$$x_\nu^{(k)} \quad y_\nu^{(k)}$$

comme des fonctions périodiques du t par un calcul de proche en proche. μ est un certain paramêtre très petit.

La méthode de M. POINCARÉ exige pourtant que le Hessien de F_0 par rapport aux x ne s'annulle pas pour

$$x_\nu = x_\nu^0 \qquad \nu = 1, 2, \dots n$$

[1]) Tome I pag. 120 et suivants.

Dans le problème des trois corps F_0 ne dépend que de deux des variables x savoir les deux grandes axes, de sorte que le Hessien est toujours nul, et, par conséquent, la méthode de M. POINCARÉ n'est plus appliquable. Je veux montrer, qu'en suivant la même marche que M. POINCARÉ dans sa démonstration de l'existence des solutions périodiques dans le problème de trois corps, [1]) on peut modifier la méthode de calcul de M. POINCARÉ de sorte qu'elle sera appliquable dans le problème de trois corps.

Étudions le cas général du problème de trois corps, où il y a quatre degrés de liberté. Pour $\mu = 0$ nos équations deviennent

$$\frac{dx_\nu}{dt} = 0\,; \quad \frac{dy_\nu}{dt} = -\frac{\partial F_0}{\partial x^0_\nu} = n_\nu \qquad \nu = 1, 2, 3, 4$$

de sorte que la solution générale sera

$$x_\nu = x^0_\nu \quad y_\nu = n_\nu t + \bar{\omega}_\nu$$

x^0_ν et $\bar{\omega}_\nu$ sont des constants arbitraires. On aura, ensuite,

$$n_3 = n_4 = 0$$

car F_0 ne dépend que de x_1 et x_2. Pour que la solution soit périodique il faut que, T étant la période,

$$n_1 T \text{ et } n_2 T$$

soient des multiples de 2π. Enfin on peut toujours par une substitution linéaire faire que

$$n_2 = 0$$

sans que les équations de mouvement cessent d'être canoniques. Enfin on peut choisir l'epoque $t = 0$ telle que

$$y_1 = 0$$

ainsi

$$y^0_1 = y^1_1 = y^{(2)}_1 = \dots \quad = 0 \quad t = 0 \tag{2_1}$$

et

$$\bar{\omega}_1 = 0.$$

---

[1]) Les méthodes nouvelles etc. Tome I pag. 138.

Substituons, maintenant, les séries (2) dans les équations (1); nous aurons d'abord

$$F = \Phi_0 + \mu\Phi_1 + \mu^2\Phi_2 + \ldots + \mu^k\Phi_k + \ldots$$

où

$$\Phi_0 = F_0\,; \quad \Phi_1 = F_1(x_\nu^0, y_\nu^0) - n_1 x_1^1 = F_1 + x_1^1\frac{\partial F_0}{\partial x_1^0} + x_2^1\frac{\partial F_0}{\partial x_2^0}$$

etc. ...

en général on aura

$$\Phi_k = \Theta_k - n_1 x_1^{(k)} = \Theta_k + x_1^{(k)}\frac{\partial F_0}{\partial x_1^0} + x_2^{(k)}\frac{\partial F_0}{\partial x_2^0}$$

et

$$\Theta_k = x_3^{(k-1)}\frac{\partial F_1}{\partial x_3^0} + x_4^{(k-1)}\frac{\partial F_1}{\partial x_4^0} + \sum_{\lambda=1}^{4} y_\lambda^{(k-1)}\frac{\partial F_1}{\partial y_\lambda^0} + \Omega_k \tag{3}$$

où Ω_k depend de $x_1^{(k-1)}$, $x_2^{(k-1)}$, $x_\nu^{(k-2)}$, $y_\nu^{(k-2)}$ etc. etc.

Nous avons

$$\frac{dx_\nu}{dx_\nu^0} = 1 \quad \frac{dy_\nu}{dy_\nu^0} = 1$$

de sorte qu'en comparant les coefficients des puissances de μ des deux membres de (1), on aura

$$\frac{dx_\nu^{(k)}}{dt} = \frac{\partial\Phi_k}{\partial y_\nu^0}\,; \quad \frac{dy_\nu^{(k)}}{dt} = -\frac{\partial\Phi_k}{\partial x_\nu^0} \qquad \nu = 1, 2, 3, 4 \tag{4}$$

$$k = 1,\ 2,\ 3\ \ldots \text{ etc.}$$

Posons d'abord $k = 1$ et considérons les équations en $x_\nu^{(1)}$ et $y_3^{(1)}$, $y_4^{(1)}$; ainsi

$$\frac{dx_\nu^1}{dt} = \frac{\partial\Phi_1}{dy_\nu^0} = \frac{\partial F_1}{\partial y_\nu^0}\,; \quad \frac{dy_3^{(1)}}{dt} = -\frac{\partial F_1}{\partial x_3^0}\,; \quad \frac{dy_4^{(1)}}{dt} = -\frac{\partial F_1}{\partial x_4^0} \tag{5}$$

$$\nu = 1, 2, 3, 4.$$

Dans les seconds membres il faut partout substituer les valeurs de x_ν et y_ν pour $\mu = 0$ savoir

$$x_1 = x_1^0,\ x_2 = x_2^0,\ x_3 = x_3^0,\ x_4 = x_4^0,\ y_1 = n_1 t,\ y_2 = \bar{\omega}_2,\ y_3 = \bar{\omega}_3,\ y_4 = \bar{\omega}_4$$

F_1 est une fontion périodique des y avec la periode 2π.

$$F_1 = \sum A \sin(m_1 y + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4 + h)$$

Après la substitution F_1 devient

$$F_1 = \sum A \sin(m_1 n_1 t + m_2 \bar{\omega}_2 + m_3 \bar{\omega}_3 + m_4 \bar{\omega}_4 + h)$$

c'est-à-dire une fonction périodique de t avec la période T. A et h dépendent des $x_1^0 \ldots x_4^0$. Pour que $x_1^1 \ldots x_4^1$ et $y_3^1 \ldots y_4^1$ soient des fonctions périodiques du temps, il faut et il suffit que les valeurs moyennes des seconds membres soient nulles. Soit R la valeur moyenne de F_1

$$[F_1] = R = \frac{1}{T}\int_0^T F_1 dt \tag{6}$$

on aura

$$\left[\frac{\partial F_1}{dy_1^0}\right] = 0 \left[\frac{\partial F_1}{dy_\nu^0}\right] = \frac{\partial R}{\partial \bar{\omega}_\nu}; \ \left[\frac{\partial F_1}{dx_3^0}\right] = \frac{\partial R}{\partial x_3^0}; \ \left[\frac{\partial F_1}{\partial x_4^0}\right] = \frac{\partial R}{\partial x_4^0} \tag{7}$$

$\nu = 2, 3, 4.$

Ainsi il faut que $x_3^0\, x_4^0\, \bar{\omega}_2\, \bar{\omega}_3\, \bar{\omega}_4$ soient choisies telles que

$$\frac{\partial R}{\partial x_3^0} = \frac{\partial R}{\partial x_4^0} = \frac{\partial R}{\partial \bar{\omega}_2} = \frac{\partial R}{\partial \bar{\omega}_3} = \frac{\partial R}{\partial \bar{\omega}_4} = 0 \tag{8}$$

Mais, cela est d'après M. POINCARÉ la condition nécessaire pour l'existence d'une solution périodique. Il a aussi montré qu'il existe des solution communes de ces équations. [1])

Les conditions (8) remplies, les solutions des équations (5) deviennent

$$x_\nu^1 = \xi_\nu^1(t) + C_\nu^1;\ y_3^1 = \eta_3^{(1)}(t) + k_3^1 \ \ y_4^1 = \eta_4^1(t) + k_4^1 \tag{9}$$

où les ξ et les η sont des fonctions périodiques du temps avec la periode T, qui s'annullent pour $t = 0$. Les C_ν^1 et $k_3^1\, k_4^1$ sont des constants d'intégration, que nous allons déterminer.

Considérons, maintenant, les deux équations, qui nous donneront y_1^1 et y_2^1.

[1]) Tome I, pag. 139.

$$\left.\begin{aligned}\frac{dy_1^1}{dt} &= -\frac{\partial\Phi_1}{\partial x_1^0} = -\frac{\partial F_1}{\partial x_1^0} - x_1^1\frac{\partial^2 F_0}{\partial x_1^{0\,2}} - x_2^1\frac{\partial^2 F_0}{\partial x_1^0\partial x_2^0}\\ \frac{dy_2^1}{dt} &= -\frac{\partial\Phi_1}{\partial x_2^0} = -\frac{\partial F_1}{\partial x_2^0} - x_1^1\frac{\partial^2 F_0}{\partial x_1^0\partial x_2^0} - x_2^1\frac{\partial^2 F_0}{\partial x_2^{0\,2}}\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Les seconds membres ne contiennent que $x_1^1\, x_2^1$ et $x_\nu^0\, y_\nu^0$. Ils sont donc des fonctions périodiques du temps. Pour que y_1^1 et y_2^1 soient aussi des fonctions périodiques du temps, il faut et il suffit que les valeurs moyennes des seconds membres soient nulles; ainsi

$$\left.\begin{aligned}-\left[\frac{\partial F_1}{\partial x_1^0}\right] - C_1^1\frac{\partial^2 F_0}{\partial x_1^{0\,2}} - C_2^1\frac{\partial^2 F_0}{\partial x_1^0\partial x_2^0} &= 0\\ -\left[\frac{\partial F_1}{\partial x_1^0}\right] - C_1^1\frac{\partial^2 F_0}{\partial x_1^0\partial x_2^0} - C_2^1\frac{\partial^2 F_0}{\partial x_2^{0\,2}} &= 0\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

$\left[\frac{\partial F_1}{\partial x_1^0}\right]$ et $\left[\frac{\partial F_1}{\partial x_2^0}\right]$ sont connues. Nous avons ainsi deux équations linéaires en C_1^1 et C_2^1 dont le déterminent est le Hessien de F_0 par rapport à x_1^0 et x_2^0. Mais ce Hessien n'est pas nul dans le problème de trois corps. Les équations (11) nous donnent, par conséquent, C_1^1 et C_2^1. Ensuite,

$$y_1^1 = \eta_1^{(1)}(t) + k_1^1 \quad y_2^1 = \eta_2^1(t) + k_2^1\,.$$

Les η sont des fonctions périodiques qui s'annullent avec t. Mais alors d'après (2_1)

$$k_1^1 = 0.$$

Passons maintenant au calcul des $x_\nu^{(2)}$ et $y_3^{(2)}\, y_4^{(2)}$. En faisant $k = 2$ dans (4) nous aurons

$$\frac{dx_\nu^{(2)}}{dt} = \frac{\partial\Phi_2}{\partial y_\nu^0} = \frac{\partial\Omega_2}{\partial y_\nu^0} + x_3^1\frac{\partial^2 F_1}{\partial x_3^0\partial y_\nu^0} + x_4^1\frac{\partial^2 F_1}{\partial x_4^0\partial y_\nu^0} + \sum_{\lambda=1}^{4} y_\lambda^1\frac{\partial^2 F_1}{\partial y_\lambda^0\partial y_\nu^0} \quad \Bigg|$$

$\nu = 1, 2, 3, 4.$

$$\left.\begin{aligned}\frac{dy_3^{(2)}}{dt}&=-\frac{\partial\Phi_2}{\partial x_3^0}=-\frac{\partial\Omega_2}{\partial x_3^0}-x_3^1\frac{\partial^2F_1}{\partial x_3^{0\,2}}-x_4^1\frac{\partial^2F_1}{\partial x_3^0\partial x_4^0}-\sum_{\lambda=1}^{4}y_\lambda^1\frac{\partial^2F_1}{\partial y_\lambda^0\partial x_3^0}\\ \frac{dy_4^{(2)}}{dt}&=-\frac{\partial\Theta_2}{\partial x_4^0}=-\frac{\partial\Omega_2}{\partial x_4^0}-x_3^1\frac{\partial^2F_1}{\partial x_3^0\partial x_4^0}-x_4^1\frac{\partial^2F_1}{\partial x_4^{0\,2}}-\sum_{\lambda=1}^{4}y_\lambda^1\frac{\partial^2F_1}{\partial y_\lambda^0\partial x_4^0}\end{aligned}\right\}\quad(12)$$

où Ω_2 ne contient que des quantités connues.

Les condions, que les valeurs moyennes des seconds membres soient nulles, deviennent ici d'après (6) et (7)

$$\left[\frac{\partial\Omega_2}{\partial y_1^0}\right]=0$$

$$\left.\begin{aligned}-\left[\frac{\partial\Omega_2}{\partial y_2^0}\right]&=C_3^1\frac{\partial^2R}{\partial x_3^0\partial\bar\omega_2}+C_4^1\frac{\partial^2R}{\partial x_4^0\partial\bar\omega_2}+\sum_{\lambda=2}^{4}k_\lambda^1\frac{\partial^2R}{\partial\bar\omega_\lambda\partial\bar\omega_2}\\ -\left[\frac{\partial\Omega_2}{\partial y_3^0}\right]&=C_3^1\frac{\partial^2R}{\partial x_3^0\partial\bar\omega_3}+C_4^1\frac{\partial^2R}{\partial x_4^0\partial\bar\omega_3}+\sum_{\lambda=2}^{4}k_\lambda^1\frac{\partial^2R}{\partial\bar\omega_\lambda\partial\bar\omega_3}\\ -\left[\frac{\partial\Omega_2}{\partial y_4^0}\right]&=C_3^1\frac{\partial^2R}{\partial x_3^0\partial\bar\omega_4}+C_4^1\frac{\partial^2R}{\partial x_4^0\partial\bar\omega_4}+\sum_{\lambda=2}^{4}k_\lambda^1\frac{\partial^2R}{\partial\bar\omega_\lambda\partial\bar\omega_4}\\ -\left[\frac{\partial\Omega_2}{\partial x_3^0}\right]&=C_3^1\frac{\partial^2R}{\partial x_3^{0\,2}}+C_4^1\frac{\partial^2R}{\partial x_4^0\partial x_3^0}+\sum_{\lambda=2}^{4}k_\lambda^1\frac{\partial^2R}{\partial\bar\omega_\lambda\partial x_3^0}\\ -\left[\frac{\partial\Omega_2}{\partial x_4^0}\right]&=C_3^1\frac{\partial^2R}{\partial x_3^0\partial x_4^0}+C_4^1\frac{\partial^2R}{\partial x_4^{0\,2}}+\sum_{\lambda=2}^{4}k_\lambda^1\frac{\partial^2R}{\partial\bar\omega_\lambda\partial x_4^0}\end{aligned}\right\}\quad(13)$$

Le déterminant de ces équations linéaires n'est autre chose que le Hessien de R par rapport à $x_3^0\,x_4^0\,\bar\omega_2\,\bar\omega_3\,\bar\omega_4$. Ce Hessien n'étant pas nul, nous pouvons déterminer $C_3^1\,C_4^1\,k_2^1\,k_3^1\,k_4^1$ de sorte que les valeurs moyennes des seconds membres des cinq dernières équations (12) sont nulles et, par conséquent, $x_2^{(2)}\,x_3^{(2)}\,x_4^{(2)}\,y_3^{(2)}\,y_4^{(2)}$ sont des fonctions périodiques du temps. Quant à $x_1^{(2)}$, en répétant le même raisonnement que M. POINCARÉ, on s'assure qu'elle est aussi une fonction périodique si $x_2^{(2)}$ est une fonction périodique, de sorte que l'équation

$$\left[\frac{\partial \Omega_2}{\partial y_1^0}\right] = 0$$

est une conséquence des autres. Ainsi

$$x_\nu^{(2)} = \xi_\nu^{(2)}(t) + C_\nu^{(2)}\,; \quad y_3^{(2)} = \eta_3^{(2)}(t) + k_3^{(2)}\,; \quad y_4^{(2)} = \eta_4^{(2)}(t) + k_4^{(2)}$$

où les ξ et les η sont des fonctions périodiques.

Ensuite,

$$\frac{dy_1^{(2)}}{dt} = -\frac{\partial \Theta_2}{\partial x_1^0} - x_1^{(2)} \frac{\partial^2 F_0}{\partial x_1^{0\,2}} - x_2^{(2)} \frac{\partial^2 F_0}{\partial x_1^0 \partial x_2^0}$$

$$\frac{dy_2^{(2)}}{dt} = -\frac{\partial \Theta_2}{\partial x_2^0} - x_1^{(2)} \frac{\partial^2 F_0}{\partial x_2^0 \partial x_1^0} - x_2^{(2)} \frac{\partial^2 F_0}{\partial x_2^{0\,2}}$$

où Θ_2 ne contient que des quantités connues. En annullant les valeurs moyennes des seconds membres, nous aurons deux équations linéaires en $C_1^{(2)}$ et $C_2^{(2)}$ dont le déterminant est le Hessien de F_0. Par conséquent, on peut déterminer $C_1^{(2)}$ et $C_2^{(2)}$, et on aura

$$y_1^{(2)} = \eta_1^{(2)}(t)\,; \quad y_2^{(2)} = \eta_2^{(2)}(t) + k_2^{(2)}\,.$$

Faisons, ensuite, $k = 3$ dans les equations (4). Nous aurons six équations analogues aux (12) pour le calcul de

$$x_\nu^{(3)} \quad y_3^{(3)} \quad y_4^{(3)}\,.$$

La condition, que les valeurs moyennes des seconds membres soient nulles, nous donne cinq équations linéaires de la forme (13), qui déterminent les constants

$$C_2^{(3)}\ C_3^{(4)},\ k_2^{(3)},\ k_3^{(3)},\ k_4^{(3)}$$

et dont le determinant est le Hessien de R par rapport à $x_3^0\, x_4^0\, \bar{\omega}_2\, \bar{\omega}_3\, \bar{\omega}_4$.

En procédant de la même manière, on voit qu'il est possible de calculer les coefficients des séries (2) de proche en proche. Il faut, séulement, que le Hessien de F_0 et le Hessien de R ne soient pas nulles. La première condition est toujours

remplie, quant à la seconde M. POINCARÉ a montré qu'il existe des valeurs initiales $x_3^0\, x_4^0\, \bar{\omega}_2\, \bar{\omega}_3\, \bar{\omega}_4$, telles que les équations (8) sont remplies et que le Hessien de R est différent de zéro et enfin que cela est une condition suffisante pour l'existence dans le problème de trois corps des solutions périodiques développables suivant des puissances entières de μ, qui convergent pour des valeurs pétites de μ.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1895. N:o 4.
Stockholm.

Några anmärkningar om differentialekvationen $y'' = Ay^3 + By^2 + Cy + D + (Ey + F)y'$ och dermed analoga ekvationer.

Av A. Edv. Fransén.

[Meddeladt den 10 April 1895 genom M. Falk.]

1. Den angivna ekvationen har nyligen varit föremål för funktionsteoretiska undersökningar av Picard[1]) och Mittag-Leffler.[2]) Med anledning derav torde följande anmärkningar om samma ekvation och dermed analoga ekvationer hava något intresse. Med »analoga ekvationer» menar jag närmast alla ekvationer av formen

$$y'' + R_n(y)y' + R_{2n+1}(y) = 0\,, \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

der R_n betecknar en hel rationel funktion av graden n. För $n = 1$ få vi den i titeln angivna ekvationen och för $n = 0$ den lineära differentialekvationen av andra ordningen. I vidsträcktare bemärkelse äro alla ekvationer av formen

$$y'' + R_n(y)y' + R_m(y) = 0 \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

analoga med den i titeln angivna ekvationen

$$y'' = Ay^3 + By^2 + Cy + D + (Ey + F)y' \quad \ldots \quad (3)$$

Men för tillfället är det nästan uteslutande formen (1), som intresserar mig. Ty huvudsaken i detta meddelande utgöres av

[1]) Journal de mathématiques pures et appliquées, série 4, t. 5, p. 281—287, år 1889.

[2]) Acta mathematica, t. 18, p. 233—245, år 1894.

ett integrabelt fall, som jag funnit genom att först enligt bekant metod övergå till en ekvation av första ordningen och sedan göra en substitution av enklaste slag. Dervid visar det sig, att denna integrationsmetod förutsätter, att $m = 2n + 1$, och dessutom, att mellan de $3(n+1)$ konstanta koefficienterna i R_n och R_{2n+1} bestå vissa relationer till ett antal av $2n$. Således finner jag anledning att inskränka mig till formen (1) och specielt för $n = 1$ till formen (3). Den senare ekvationen kan, åtminstone formelt, integreras enligt min metod, om de 6 koefficienterna A, B, C, D, E, F satisfiera de båda vilkoren

$$B = 3A\frac{F}{E}, \quad D = C\frac{F}{E} - 2A\frac{F^2}{E^2}, \quad \ldots\ldots (4)$$

varigenom B och D bestämmas i funktion av de 4 övriga.

2. Intresset för detta specialfall förhöjes derav, att det omfattar fallet

$$B = 0\,, \quad D = 0\,, \quad F = 0$$

och för övrigt alltid kan genom en lineär substitution reduceras till detta enkla fall, som ju karakteriseras derav, att varannan koefficient försvinner, började med den andra. En tillämpning av MITTAG-LEFFLERS undersökningar kan ske i två fall, nemligen då utom vilkoren (4) även ettdera av vilkoren

$$A = E^2\,, \quad A = -\frac{1}{9}E^2$$

är uppfyldt. Det intresse, som den allmänna formen (2) förtjenar såsom en generalisation av (3), förökas derigenom, att ett ryktbart och betydelsefullt astrofysikaliskt problem leder till en ekvation av denna form. Det är problemet om täthet, tryck och temperatur i en sferisk gasmassa, som befinner sig i stabil jemvikt under inverkan av gravitationen mellan smådelarne. Successivt har detta problem behandlats av en amerikan, J. HOMER LANE (1870), en tysk, A. RITTER i Aachen (1878—1881), en engelsman, lord KELVIN (1887), och en svensk, H. PETRINI (1892), utan att dock ännu vara slutgiltigt löst. Såsom

PETRINI visat, kommer man genom en enkel substitution fram till ekvationen [1])

$$y'' + (2\alpha - 1)y' + \alpha(\alpha - 1)y + y^m = 0,$$

der

$$\alpha = \frac{2}{m-1}, \quad m > 1.$$

Nu uppgives visserligen icke m såsom helt tal; men då integralfunktionen y skall bli noll för ett ändligt positivt värde på den oberoende variabeln, har man god anledning att tillse, om detta nollställe kan vara ett regulärt ställe, och finner lätt såsom nödvändigt vilkor härför, att m är heltal. Men i så fall ha vi ju en ekvation av formen (2), der

$$R_m(y) = y^m + \alpha(\alpha - 1)y$$

och

$$R_n(y) = R_0(y) = 2\alpha - 1.$$

Här kan min integrationsmetod icke användas, eftersom den är inskränkt till formen (1). Icke heller kan man genom MITTAG-LEFFLERS undersökningar komma till något positivt resultat, under antagande av $m = 2$ eller $m = 3$. Ty för $m = 2$ fås $\alpha = 2$ och således

$$y'' + 3y' + 2y + y^2 = 0.$$

Detta är ekvation (3), om man sätter

$$A = 0, \quad B = -1, \quad C = -2, \quad D = 0, \quad E = 0, \quad F = -3.$$

Men det är endast i MITTAG-LEFFLERS första fall,[2]) som både A och E få vara noll samtidigt, och der tillkommer vilkoret

$$BD = \frac{1}{4}C^2 - \frac{9}{625}F^4,$$

som här icke är uppfyldt. Om vi deremot försöka med $m = 3$, fås $\alpha = 1$ och således

$$y'' + y' + y^3 = 0.$$

[1]) K. V. A. Öfversigt, 1892, n:o 10, p. 562, då man låter $\lambda = -4$, $\varkappa = m$, $\eta = y$.

[2]) Acta mathematica, t. 18, p. 235—238.

Detta är ekvation (3), om man sätter

$$A = -1\,,\quad B = 0\,,\quad C = 0\,,\quad D = 0\,,\quad E = 0\,,\quad F = -1\,.$$

Men det är endast i MITTAG-LEFFLERS fjerde fall, [1]) som E får vara noll, då A icke är noll, och der tillkomma vilkoren

$$C = \frac{B^2}{3A} - \frac{2}{9}F^2\,,\quad D = \frac{B}{27}\left(23\frac{B^2}{A^2} - 2F^2\right),$$

av vilka det förra här icke är uppfyldt. Således måste vi nöja oss med det negativa resultatet, att den sökta funktionen icke för $m = 2$ eller $m = 3$ är »skenbart entydig», [2]) derför ännu mindre verkligt entydig eller av rationel karakter. I sammanhang härmed kan nämnas, att, såsom PETRINI påpekat, $m = 5$ är ett integrabelt fall, i vilket y^2 uttryckes rationelt genom en $\wp$-funktion.

3. Jag skall nu framställa min integrationsmetod. Låt oss betrakta en ganska allmän form för differentialekvationer av andra ordningen

$$y'' + \{y' + a\varphi(y) + b\}\,\varphi'(y) = 0\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

der φ betecknar en godtycklig funktionsform, a och b godtyckliga konstanter. Denna ekvation kan alltid integreras en gång. Ty då

$$y'' = y'\frac{dy'}{dy}\,,$$

har man en ekvation av första ordningen mellan y' och y. I denna äro variablerna icke skilda; men om man i stället för y inför en ny variabel u genom substitutionen

$$a\varphi(y) + b = y'\left(u - \frac{1}{2}\right), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

får man en ekvation mellan y' och u, i vilken variablerna kunna skiljas. Denna ekvation, som således kan omedelbart integreras, lyder

[1]) Acta mathematica, t. 18, p. 240—242.

[2]) Öfversättning av PICARDS term: »à apparence uniforme», som i Acta mathematica, t. 17, p. 298 förklaras och användes såsom motsättning till »réellement uniforme». Jfr Journal de math., loc. cit., p. 139, 278, 291. Att den sökta funktionen icke för $m > 3$ är entydig, följer av loc. cit., p. 278.

$$\frac{dy'}{y'} + \frac{u + \frac{1}{2}}{u^2 + a - \frac{1}{4}} du = 0 .$$

Integralekvationen får olika form, alltefter som

$$a \gtreqless \tfrac{1}{4} .$$

Vi beteckna

$$\psi = \psi(y) = a\varphi(y) + b$$

och införa, efter verkstäld integration, enligt (6)

$$u = \tfrac{1}{2} + \frac{\psi}{y'} .$$

Då fås:

$$1) \quad a = \tfrac{1}{4} .$$

$$y' = \frac{c_1}{u} e^{\frac{1}{2u}} .$$

$$\log\left(\tfrac{1}{2} y' + \psi\right) - \frac{\frac{1}{2} y'}{\frac{1}{2} y' + \psi} = \log c_1 .$$

$$2) \quad a < \tfrac{1}{4}, \quad a \neq 0 .$$

$$y' = c_1(2ru + 1)^{\frac{r-1}{2}} (2ru - 1)^{-\frac{r+1}{2}}, \quad r = \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4} - a}} .$$

$$\left(\overline{r-1}\, y' + 2r\psi\right)^{\frac{r+1}{2}} = c_1\left(\overline{r+1}\, y' + 2r\psi\right)^{\frac{r-1}{2}} .$$

$$3) \quad a > \tfrac{1}{4} .$$

$$y' = c_1(1 + 4s^2u^2)^{-\frac{1}{2}} e^{-s \operatorname{arctg} 2su}, \quad s = \frac{1}{2\sqrt{a - \frac{1}{4}}} .$$

$$\log(ay'^2 + \psi y' + \psi^2) + 2s \operatorname{arctg} s\left(1 + 2\frac{\psi}{y'}\right) = \log\{c_1^2(a - \tfrac{1}{4})\} .$$

Vid fallet 2) måste vi utesluta värdet $a = 0$, som strider mot (6). Vi få således ett fjerde fall:

$$4) \quad a = 0.$$

$$y' - b \log(y' + b) + \varphi(y) = c_1 .$$

4. För att kunna fortsätta integrationen antager jag, att $\psi(y)$ är en inversibel funktion. Men enligt (6) är

$$\psi(y) = a\varphi(y) + b = y'(u - \tfrac{1}{2}) .$$

Derför

$$y = \psi^{-1}\{y'(u - \tfrac{1}{2})\}\,, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

der ψ^{-1} betecknar den inversa funktionen till ψ. Insätt här y' enligt 1), 2) eller 3), så fås y såsom funktion av u och c_1. Derför

$$dx = \frac{dy}{y'} = \frac{1}{y'}\frac{\partial y}{\partial u}\,du = f(u,\; c_1)\,du$$

och

$$x = \int\left(\frac{1}{y'}\frac{\partial y}{\partial u}\right)du + c_2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Den allmänna integralen till (5) är den relation mellan x och y, innehållande konstanterna c_1 och c_2, som enligt (7) och (8) förmedlas genom jelpvariabeln u, sedan y' blivit ersatt med den funktion av u och c_1, som angives i 1), 2) eller 3). I fallet 4) få vi på analogt sätt

$$y = \varphi^{-1}\{b \log(y' + b) - y' + c_1\}$$

och

$$x = \int\left(\frac{1}{y'}\frac{\partial y}{\partial y'}\right)dy' + c_2,$$

der således y' sjelv ingår såsom jelpvariabel, motsvarande u i de föregående fallen.

5. Det är även möjligt att bestämma a och b så, att integrationen kan fortsättas. Då behöver således $\psi(y)$ eller $\varphi(y)$ icke nödvändigt vara inversibel. Det första och viktigaste fallet inträffar vid sådana a-värden, att man vid 2) i § 3 får en algebraisk ekvation mellan y' och ψ, således en ekvation av formen

$$(\sqrt{r-1}\,y' + 2r\psi)^{\mu} = c_0(\sqrt{r+1}\,y' + 2r\psi)^{\nu}\,, \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

der μ och ν äro hela tal, noll uteslutet. Vi låta (9) vara brakt till irreduktibel form, så att μ och ν icke hava någon gemensam heltalsfaktor, annan än ± 1. Vidare göra vi $\mu > 0$. Deremot kan $\nu \gtrless 0$. Då fås

$$\frac{\mu}{\nu} = \frac{r+1}{r-1}, \quad c_0 = c_1^{\frac{2\nu}{r-1}}.$$

Vi observera, att $r \neq 1$, eftersom $a \neq 0$. Egentligen är r dubbeltydig; men den kan utan inskränkning entydigt fixeras. Vidare kan r icke bli noll för något ändligt a-värde. Låt då $r > 0$, så måste ett av två fall inträffa: antingen $0 < r < 1$ och $\nu < 0$ eller $r > 1$ och $\nu > 0$. Man finner

$$r = \frac{\mu + \nu}{\mu - \nu}, \quad a = \tfrac{1}{4}\left(1 - \frac{1}{r^2}\right) = \frac{\mu\nu}{(\mu + \nu)^2}.$$

I förra fallet, då $\nu < 0$, $a < 0$, $r < 1$ blir (9) av graden

$$\mu - \nu = 3,\ 4,\ 5,\ 6, \ldots$$

I senare fallet, då $\nu > 0$, $a > 0$, $r > 1$ blir (9) av graden

$$\mu = 2,\ 3,\ 4,\ 5, \ldots$$

Det finnes således en oändlig mängd a-värden, belägna mellan $\frac{1}{4}$ och $-\infty$ (noll uteslutet), för vilka y' blir en algebraisk funktion av $\psi(y)$, innehållande c_0. Om vi teckna detta

$$y' = F(\psi\,,\, c_0)\,,$$

så fås

$$x = \int \frac{dy}{F(\psi\,,\, c_0)} + c_2\,.$$

Det andra fallet, då man genom lämpligt val av värden på a och b kan fullfölja integrationen till kvadratur, är $a = 0$, $b = 0$. Ty fallet 4) i § 3 ger för $b = 0$

$$y' = c_1 - \varphi(y).$$

Derför

$$x = \int \frac{dy}{c_1 - \varphi(y)} + c_2\,.$$

6. Den integrationsmetod, som sålunda blivit angiven för ekvationer av typen (5), med den inskränkning, att $\psi(y)$ skall vara inversibel eller a och b ha vissa uppgivna värden, skulle nu tillämpas på formen (2). Genom jemförelse mellan (2) och (5) få vi först såsom koefficient för y'

$$\varphi'(y) = R_n(y)\,.$$

Derför

$$\psi(y) = a\varphi(y) + b = R_{n+1}(y, a, b).$$

Således är $\psi(y)$ här en hel rationel funktion av graden $n+1$ och får anses vara inversibel, ehuru y icke kan uttryckas genom radikaler, då $n > 3$. Följaktligen få a och b väljas efter behag. Genom att fullfölja jemförelsen mellan (2) och (5) får man

$$R_m(y) = \varphi'(y)\psi(y) = R_n(y)R_{n+1}(y, a, b),$$

eller

$$R_m(y) = R_{2n+1}(y, a, b).$$

För att denna likhet skall bestå identiskt, måste, då a icke är noll, $m = 2n+1$, varken mer eller mindre; och om $m = 2n+1$, sönderfaller likheten i $2n+2$ algebraiska ekvationer mellan de givna koefficienterna i R_n och R_m. Men de godtyckliga konstanterna a och b, som även ingå i dessa ekvationer, kunna tydligen alltid bestämmas så, att två ekvationer satisfieras. Derför blir det nödvändiga antalet relationer mellan koefficienterna i R_n och R_m icke $2n+2$, utan endast $2n$. Formen (2) har då specialiserats till (1). Om vi deremot låta $a = 0$, få vi $\psi(y) = b$ och

$$R_m(y) = bR_n(y).$$

Derför $m = n$ och, sedan b valts på lämpligt sätt, n relationer mellan de $2(n+1)$ koefficienterna. För $a = 0$, $b = 0$ veta vi, att $\varphi(y)$ är godtycklig; således här R_n godtycklig, men $R_m = 0$.

7. För vissa ekvationer av typen (1) måste det inträffa, att a får den i § 5 angifna formen

$$a = \frac{\mu\nu}{(\mu+\nu)^2}, \qquad (10)$$

der μ är ett godtyckligt positivt heltal och ν ett positivt eller negativt heltal, som icke har någon heltalsfaktor gemensam med μ. Vi urskilja två olika fall:

I) $\nu > 0$.

Då måste

$$\mu > \nu \geqq 1, \quad a > 0, \quad r > 1.$$

Substituera i (9)

$$R = (\mu + \nu)\psi\,, \quad c' = c_0\left(\frac{\mu - \nu}{2}\right)^{\mu - \nu},$$

så fås

$$(\nu y' + R)^\mu = c'(\mu y' + R)^\nu \,. \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \quad (11)$$

II) $\nu < 0$.

Då måste

$$\mu > -\nu \geqq 1\,, \quad a < 0\,, \quad r < 1\,.$$

Substituera i (9)

$$R = (\mu + \nu)\psi\,, \quad c' = (-1)^\mu c_0\left(\frac{\mu - \nu}{2}\right)^{\mu - \nu}, \quad \varrho = \mu - \nu\,,$$

så fås

$$(\mu y' + R)^{\varrho - \mu}(\overline{\varrho - \mu}\, y' - R)^\mu = c' \,. \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \quad (12)$$

Eftersom R i båda fallen är (enligt § 6) en hel rationel funktion av y med gradtalet $n + 1$, så äro (11) och (12) irreduktibla algebraiska ekvationer, med avseende på y' och R av graden μ eller ϱ, med avseende på y av graden $\mu(n + 1)$ eller $\varrho(n + 1)$. De äro således specialfall av BRIOT et BOUQUETS differentialekvation.[1]) Genom att utveckla enligt binomialteoremet, ordna termerna och införa binomialkoefficienter med både positiva och negativa indices, de senare med värdet noll, få vi ur (11)

$$\sum_{\lambda=0}^{\mu} f_\lambda(y) y'^{\,\mu - \lambda} = 0\,, \;. \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \quad (11^*)$$

der

$$f_\lambda(y) = (\mu)_\lambda\, \nu^{\mu - \lambda} R^\lambda - c'(\nu)_{\lambda - \mu + \nu}\, \mu^{\mu - \lambda} R^{\lambda - \mu + \nu}\,.$$

Genom att utveckla och multiplicera få vi ur (12)

$$\sum_{\lambda=0}^{\varrho} g_\lambda(y)\, y'^{\,\varrho - \lambda} = c'\,, \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \;\; . \quad (12^*)$$

der

$$g_0(y) = \mu^{\varrho - \mu}(\varrho - \mu)^\mu\,,$$

[1]) BRIOT et BOUQUET, Théorie des fonctions elliptiques, Livre V, Ch. IV, Paris 1875.

$$g_1(y) = R[\mu^{\varrho-\mu-1}(\varrho-\mu)^{\mu+1} - \mu^{\varrho-\mu+1}(\varrho-\mu)^{\mu-1}],$$

. . . .

$$g_{\varrho-2}(y) = \mu(\varrho-\mu)\,R^{\varrho-2}\Big[(-1)^\mu \mu \frac{\varrho-\mu-1}{2} +$$

$$+ (-1)^{\mu-1}\mu(\varrho-\mu) + (-1)^{\mu-2}(\mu-1)\frac{\varrho-\mu}{2}\Big],$$

$$g_{\varrho-1}(y) = \mu(\varrho-\mu)\,R^{\varrho-1}[(-1)^\mu + (-1)^{\mu-1}] = 0,$$

$$g_\varrho(y) = (-1)^\mu R^\varrho.$$

8. Till dessa formler torde det vara lämpligt att foga några korta anmärkningar, som utgöra en omedelbar tillämpning av BRIOT et BOUQUETS undersökningar. I fallet I) kan integralfunktionen aldrig någonsin vara en dubbelperiodisk funktion. Ty om y vore en dubbelperiodisk funktion av x, skulle det visserligen mellan y och y' bestå en algebraisk ekvation av formen (11*); men i denna ekvation skulle identiskt [1])

$$f_{\mu-1}(y) = 0.$$

Men nu är

$$f_{\mu-1}(y) = \mu\nu R^{\nu-1}(R^{\mu-\nu} - c'),$$

och det är omöjligt att göra detta till noll genom bestämning av μ, ν, n, c' eller konstanterna i $R(y)$, eftersom det antages, att

$$\mu > \nu \geqq 1,$$

och $R(y)$ alltid innehåller y. En sådan slutledning kan icke göras i fallet II); ty i ekvationen (12*) ha vi just identiskt

$$g_{\varrho-1}(y) = 0.$$

Låt oss vidare tillse, om y i något fall kan vara en entydig funktion av x. Ett nödvändigt vilkor härför är, att den hela rationela funktionen $f_\lambda(y)$ eller $g_\lambda(y)$ icke är av högre grad än 2λ. [2]) Men nu är $f_\lambda(y)$ av graden $\lambda(n+1)$ och i allmänhet även $g_\lambda(y)$ av graden $\lambda(n+1)$. Således fordras för entydighet, att

$$\lambda(n+1) \leqq 2\lambda,$$

[1]) BRIOT et BOUQUET, loc. cit., n:o 181, p. 278.

[2]) BRIOT et BOUQUET, loc. cit., théorème I, p. 381.

eller

$$n \leqq 1 .$$

Det är således endast i formen (3), som vi ha att söka entydiga integraler, i det fall, som vi nu betrakta, då a har formen (10). Men vidare kan y icke vara entydig i fallet I), om (11*) är av högre grad än 3 med avseende på y'. Ty vore $\mu > 3$, skulle ju den entydiga integralfunktionen vara dubbelperiodisk,[1]) vilket strider mot det föregående. Ett nödvändigt vilkor för entydighet är således $\mu \leqq 3$, d. v. s. antingen $\mu = 3$, $\nu = 2$, $a = \frac{6}{25}$, $r = 5$, eller $\mu = 3$, $\nu = 1$, $a = \frac{3}{16}$, $r = 2$, eller $\mu = 2$, $\nu = 1$, $a = \frac{2}{9}$, $r = 3$. Och vore y entydig i dessa tre fall, skulle den antingen vara en rationel funktion eller en enkelperiodisk funktion,[2]) eftersom dubbel periodicitet även här är omöjlig. Det skall visa sig, att endast fallet $\mu = 2$ tillåter en entydig integral, och den är enkelperiodisk.

9. Den kalkyl, som i det föregående endast blivit antydd för det allmänna fallet (1), skall nu i detalj utföras för specialfallet (3), då $n = 1$. Enligt anvisningen i § 6 bestämma vi först

$$\varphi'(y) = R_1(y) = -(Ey + F) .$$

Derför

$$\psi(y) = a\varphi(y) + b = -a(\tfrac{1}{2} Ey^2 + Fy) + b .$$

Sedan skall

$$\varphi'(y)\, \psi(y) = R_3(y) = -(Ay^3 + By^2 + Cy + D) ,$$

således

$$(Ey + F)\left(\frac{a}{2} Ey^2 + Fay - b\right) + Ay^3 + By^2 + Cy + D = 0.$$

Detta blir en identitet, om

$$A = -\frac{a}{2} E^2 , \quad B = -\tfrac{3}{2} aEF , \quad C = bE - aF^2 , \quad D = bF .$$

Vore nu E noll, skulle även A och B vara noll, således (3) urarta till lineär ekvation. Då således E icke är noll, kunna vi bestämma a och b enligt den första och tredje ekvationen,

[1]) BRIOT et BOUQUET, loc. cit., n:o 258, p. 411.

[2]) BRIOT et BOUQUET, loc. cit. théorème II, p. 387.

varefter den andra och fjerde övergå till de redan angivna integrationsvilkoren (4). Nu är det ju så, att de ekvationer vi betrakta, således typen (2), icke ändra karakter vid lineära substitutioner i variablerna. Man bör derför lämpligen genom sådana substitutioner förenkla ekvationernas form. Men just derför, att ekvationens karakter icke ändras, kan man icke vänta någon förenkling i sak, t. ex. någon minskning av integrationsvilkorens antal, genom sådana substitutioner. Detta bekräftas här i fallet $n = 1$. Ty låt

$$x = \alpha t\,, \quad y = \beta z + \gamma\,, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

så fås en ny ekvation av samma slag som (3), nemligen

$$z'' = A'z^3 + B'z^2 + C'z + D' + (E'z + F')z'\,, \quad \ldots \quad (14)$$

der

$$A' = A\alpha^2\beta^2\,, \qquad E' = E\alpha\beta\,,$$
$$B' = (B + 3A\gamma)\,\alpha^2\beta\,, \qquad F' = (F + E\gamma)\alpha\,.$$
$$C' = (C + 2B\gamma + 3A\gamma^2)\,\alpha^2\,,$$
$$D' = (D + C\gamma + B\gamma^2 + A\gamma^3)\frac{\alpha^2}{\beta}\,,$$

Då varken α, β eller E kunna vara noll, är icke heller E' noll. Integrationsvilkoren för (14) bli

$$B' = 3A'\frac{F'}{E'}\,, \quad D' = C'\frac{F'}{E'} - 2A'\frac{F'^2}{E'^2}\,,$$

och vid insättning befinnes detta leda just till vilkoren (4), som således äro invarianta vid lineära substitutioner. Likaså befinnes a vara invariant, i det att

$$a = -2\frac{A'}{E'^2} = -2\frac{A}{E^2}\,.$$

Detta kunde man också förutse, eftersom integralen antager olika form för olika a-värden (enligt § 3). Men b är icke invariant. Den största möjliga förenkling i ekvationens form, som kan åstadkommas genom bestämning av γ, inträder, då man låter

$$\gamma = -\frac{F}{E} = -\frac{B}{3A}\,.$$

Ty då försvinna icke mindre än 3 koefficienter, nemligen B', D' och F', just på den grund, att relationerna (4) antagas bestå. Ekvation (14) reduceras derigenom till

$$z'' = A'z^3 + C'z + E'zz', \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (15)$$

der

$$A' = A\alpha^2\beta^2, \quad C' = \left(C - 3A\frac{F^2}{E^2}\right)\alpha^2, \quad E' = E\alpha\beta .$$

10. Vid bestämning av α och β ävensom vid integrationens utförande må man iakttaga de 4 olika fall, som angivits i § 3. I den förenklade ekvationen skriva vi y för z och x för t. Då fås:

$$1) \quad a = \tfrac{1}{4}.$$

$$A = -\tfrac{1}{8}E^2, \quad B = -\tfrac{3}{8}EF, \quad D = (C + \tfrac{1}{4}F^2)\frac{F}{E}.$$

$$-\frac{8}{\alpha E} = \beta = \frac{1}{E}\sqrt{8C + 3F^2}.$$

$$A' = -C' = E' = -8 .$$

$$y'' + 8y(y' + y^2 - 1) = 0 .$$

$$b = -1, \quad \psi(y) = y^2 - 1 .$$

Substituera

$$u = \frac{1}{2(1 + v)}, \quad c_1 = -\frac{c_0}{e},$$

så fås

$$y = \sqrt{1 + c_0 v e^v}, \quad x = c_2 - \tfrac{1}{4}\int\frac{dv}{\sqrt{1 + c_0 v e^v}} .$$

$$2) \quad a < \tfrac{1}{4}, \quad a \neq 0 .$$

$$\frac{E}{\alpha r A} = \beta = \sqrt{3\frac{F^2}{E^2} - \frac{C}{A}} .$$

$$A' = -C' = \frac{1}{r}E' = -\frac{8}{r^2 - 1} .$$

$$y'' + \frac{8}{r^2 - 1}y(ry' + y^2 - 1) = 0 .$$

$$b = -\frac{1}{r}, \quad \psi(y) = \frac{1}{r}(y^2 - 1) .$$

Substituera

$$r = \frac{\mu + \nu}{\mu - \nu}, \quad v = \frac{1}{\mu - \nu} \log \frac{2ru + 1}{2ru - 1}, \quad c_1 = 2(\mu - \nu)c_0,$$

så fås

$$y = \sqrt{1 + c_0(\mu e^{\nu v} - \nu e^{\mu v})}, \quad x = c_2 - \frac{\mu\nu}{2(\mu - \nu)} \int \frac{dv}{y}.$$

$$3) \quad a > \tfrac{1}{4}.$$

$$\frac{E}{\alpha s A} = \beta = \sqrt{3\frac{F^2}{E^2} - \frac{C}{A}}.$$

$$A' = -C' = \frac{1}{s} E' = -\frac{8}{s^2 + 1}.$$

$$y'' + \frac{8}{s^2 + 1} y(sy' + y^2 - 1) = 0.$$

$$b = -\frac{1}{s}, \quad \psi(y) = \frac{1}{s}(y^2 - 1).$$

$$y = \sqrt{1 + c_1 s(u - \tfrac{1}{2})(1 + 4s^2u^2)^{-\frac{1}{2}} e^{-s \operatorname{arctg} 2su}}.$$

Sedan fås x i funktion av u enligt (8).

$$4) \quad a = 0.$$

$$A = 0, \quad B = 0, \quad D = C\frac{F}{E}.$$

$$\alpha = \sqrt{-\frac{2}{C}}, \quad \beta = \frac{1}{E}\sqrt{-2C}.$$

$$A' = 0, \quad C' = E' = -2.$$

$$y'' + 2y(y' + 1) = 0.$$

$$b = 1, \quad \varphi(y) = y^2.$$

Substituera

$$c_0 = e^{-(1+c_1)}, \quad y' = c_0 e^u - 1,$$

så fås

$$y = \sqrt{u - c_0 e^u}, \quad x = c_2 - \tfrac{1}{2} \int \frac{du}{\sqrt{u - c_0 e^u}}$$

I alla fyra fallen måste vi observera de undantagsfall, då α eller β skulle bli noll eller oändliga. Vid 1), 2) och 3) antages $C' \neq 0$; vid 4) antages $C \neq 0$. Således ha vi två undantagsfall:

$$5)\quad a \neq 0\,,\quad C' = 0\,.$$

$$B = 3A\frac{F}{E}\,,\quad C = 3A\frac{F^2}{E^2}\,,\quad D = A\frac{F^3}{E^3}\,.$$

$$\alpha = 1\,,\quad \beta = \frac{E}{A}\,.$$

$$A' = E' = -\frac{2}{a}\,,\quad C' = 0\,.$$

$$y'' + \frac{2}{a}y(y' + y^2) = 0\,.$$

$$b = 0\,,\quad \psi(y) = y^2\,.$$

För $a = \frac{1}{4}$ substituera

$$u = \frac{1}{2(1 + 2v^2)}\,,\quad c_1 = -\frac{c_0^2}{2e}\,,$$

så fås

$$y = c_0 v e^{v^2}\,,\quad x = c_2 - \frac{1}{c_0}\int e^{-v^2} dv\,.$$

För $a < \frac{1}{4}$ substituera

$$r = \frac{\mu + \nu}{\mu - \nu}\,,\quad v = \frac{1}{\mu - \nu}\log\frac{2ru + 1}{2ru - 1}\,,\quad c_1 = 2r(\mu - \nu)c_0^2\,,$$

så fås

$$y = c_0\sqrt{\mu e^{\nu v} - \nu e^{\mu v}}\,,\quad x = c_2 - \frac{\mu\nu}{2(\mu + \nu)}\int\frac{dv}{y}\,.$$

För $a > \frac{1}{4}$ är

$$y = \sqrt{y'(u - \tfrac{1}{2})}\,,$$

der y' är den funktion av u, som angives i 3) av § 3. Sedan fås x i funktion av u enligt (8).

$$6)\quad a = 0\,,\quad C = 0\,.$$

$$A = 0\,,\quad B = 0\,,\quad C = 0\,,\quad D = 0\,.$$

$$y'' = (Ey + F)y'\,.$$

$$b = 0\,,\quad \varphi(y) = -\left(\tfrac{1}{2}Ey^2 + Fy\right).$$

Integralen är enligt § 5

$$x = c_2 + \int\frac{dy}{c_1 + Fy + \frac{1}{2}Ey^2}\,.$$

Således kan y uttryckas rationelt genom exponentialfunktionen.

11. Enligt MITTAG-LEFFLERS framställning i Acta mathematica, tome 18, p. 235—245, kan man urskilja sju fall, i vilka integralfunktionen till (3) är skenbart entydig, varvid det för övrigt visar sig, att den också är verkligt entydig och av rationel karakter. Låt oss tillse, om vilkoren (4) äro förenliga med vilkoren i något av dessa sju fall! I det första fallet (p. 235—238) ävensom i det fjerde (p. 240—242) är $E = 0$, vilket vid (4) är uteslutet (§ 9). I det tredje fallet (p. 239—240) förekomma två vilkor:

$$A = 0\,, \quad C = 4\frac{B^2}{E^2} + 2\frac{B}{E}F\,.$$

Detta överensstämmer med (4) endast i fallet

$$A = 0\,, \quad B = 0\,, \quad C = 0\,, \quad D = 0\,,$$

således fallet 6) i § 10. I det femte fallet (p. 242—245), (f') förekomma tre vilkor:

$$A = E^2\,, \quad B = 3EF\,, \quad D = (C - 2F^2)\frac{F}{E}\,.$$

Detta är jemt upp det specialfall av (4), som fås för $a = -2$, således $r = \frac{1}{3}$. I sjette och sjunde fallen (p. 242—245), (f'') och (f''') förekomma tre vilkor och deribland även $A = E^2$. Då nu (4) under detta antagande fullständigt sammanfaller med det femte fallet, kan ingen överensstämmelse finnas med det sjette eller sjunde. Ännu återstår det andra fallet (p. 238—239). Här förekomma endast två vilkor:

$$A = -\tfrac{1}{3}E^2\,, \quad B = -\tfrac{1}{3}EF\,.$$

Om det första införes i (4), fås det andra och dessutom ett tredje vilkor

$$D = (C + \tfrac{2}{9}F^2)\frac{F}{E}\,.$$

Mitt specialfall $a = \frac{2}{3}$, således $r = 3$, är följaktligen inneslutet i MITTAG-LEFFLERS andra fall. Resultatet av denna jemförelse blir, att integralen till den ekvation (3), vars koefficienter satisfiera vilkoren (4), är entydig endast i de tre fallen

$$a = 0\,, \; C = 0\,; \quad a = -2\,; \quad a = \tfrac{2}{3}\,.$$

De båda senare tillhöra 2) i § 3. Låt först $a = \frac{2}{9}$, så fås $r = 3$, derför enligt § 5 $\frac{\mu}{\nu} = 2$, således enligt § 7, fallet I) $\mu = 2$, $\nu = 1$, derför enligt (11)

$$(y' + R)^2 = c'(2y' + R)\,, \quad c' = \frac{c_0}{2}\,.$$

Den förenklade ekvationen är enligt 2) i § 10

$$y'' + y(3y' + y^2 - 1) = 0\,.$$

Då fås

$$y' = c\sqrt{R + c^2} - (R + c^2)\,, \quad c' = -c^2\,,$$

der

$$R = 3\psi(y) = y^2 - 1\,.$$

Substituera

$$y^2 + c^2 - 1 = (\eta + c)^2\,,$$

således

$$y^2 = \eta^2 + 2c\eta + 1\,,$$

så fås såsom första integral

$$\eta' = -\eta\sqrt{\eta^2 + 2c\eta + 1}\,.$$

Den oberoende variabeln ha vi förut betecknat med x. Men nu är det lämpligt att införa

$$x = t - t_0 - \log(c + 1)$$

och betrakta t_0 såsom den andra integrationskonstanten. Då fås genom integration

$$t - t_0 = -\int \frac{d\eta}{\eta\sqrt{\eta^2 + 2c\eta + 1}}\,,$$

eller

$$x + \log(c + 1) = \log\frac{1 + c\eta + \sqrt{\eta^2 + 2c\eta + 1}}{\eta}\,.$$

Derför

$$y = \sqrt{\eta^2 + 2c\eta + 1} = [(c + 1)e^x - c]\eta - 1\,,$$

d. v. s.

$$\eta = \frac{2(c + 1)e^x}{[(c+1)e^x - c]^2 - 1}$$

och

$$y = \frac{(c+1)e^x - (c-1)e^{-x}}{(c+1)e^x + (c-1)e^{-x} - 2c}.$$

Till samma resultat kommer man med mindre besvär enligt den metod, som angivits av MITTAG-LEFFLER för detta fall. Utbytande c mot $2c$ kunna vi teckna

$$y = \frac{(e^x + e^{-x}) + 2c(e^x - e^{-x})}{(e^x - e^{-x}) + 2c(e^x + e^{-x} - 2)}.$$

Det finnes två grupper av rörliga poler, svarande mot de båda integrationskonstanterna t_0 och c. Den första gruppen fås ur ekvationen $e^x = 1$, med serieutvecklingen [1])

$$y = \frac{1}{x} + c + (\tfrac{1}{3} - c^2)x + c(c^2 - \tfrac{1}{4})x^2 + (\tfrac{1}{3}c^2 - c^4 - \tfrac{1}{45})x^3 +$$
$$+ c(c^4 - \tfrac{5}{12}c^2 + \tfrac{1}{24})x^4 + \ldots.$$

Den andra gruppen fås ur ekvationen

$$e^x = \frac{c-1}{c+1},$$

med samma serieutveckling för $-y$ som förut för $+y$, om x utbytes mot $x - \log\frac{c-1}{c+1}$. I t-planet äro de båda grupperna

$$t = t_0 + \log(c+1)$$

och

$$t = t_0 + \log(c-1).$$

12. Låt sedan $a = -2$, så fås $r = \frac{1}{3}$, $\frac{\mu}{\nu} = -2$, således $\mu = 2$, $\nu = -1$ enligt II) i § 7. Derför enligt (12)

$$(2y' + R)(y' - R)^2 = c' = c_0(\tfrac{3}{2})^3.$$

Den förenklade differentialekvationen är

$$y'' - 9y(\tfrac{1}{3}y' + y^2 - 1) = 0$$

och

$$R = \psi(y) = 3(y^2 - 1).$$

Vid utveckling enligt (12*) fås

$$2y'^3 - 3Ry'^2 + R^3 = c'.$$

---

[1]) Konstanterna t_0 och c äro införda så, att denna utveckling antager enklaste möjliga form.

Låt

$$c' = 27\, c^3, \quad \alpha = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2},$$

så fås

$$2y'^3 - 3Ry'^2 + 27\left(\frac{R}{3} - c\right)\left(\frac{R}{3} - \alpha c\right)\left(\frac{R}{3} - \alpha^2 c\right) = 0,$$

eller

$$2y'^3 - 9(y-1)(y+1)y'^2 +$$
$$+ 27\,(y - \sqrt{1+c})\,(y + \sqrt{1+c})\,(y - \sqrt{1+\alpha c})\,(y + \sqrt{1+\alpha c})$$
$$(y - \sqrt{1+\alpha^2 c})(y + \sqrt{1+\alpha^2 c}) = 0,$$

en ekvation, som tillhör första typen av BRIOT et BOUQUETS tredje-grads-ekvation. [1]) Vid integrationens utförande är det väl enklare att använda den metod, som angivits av MITTAG-LEFFLER för detta fall. Man finner

$$y = -\tfrac{1}{3}\,\frac{\wp'(x - c_2\,;\ \tfrac{27}{4},\ g_3)}{\wp(x - c_2\,;\ \tfrac{27}{4},\ g_3) + \tfrac{27}{4}},$$

der g_3 är en viss funktion av c och således av den först införda konstanten c_1.

[1]) BRIOT et BOUQUET, loc. cit., n:o 250, formel (49).

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 4.
Stockholm.

Om olika sätt att beträffande en enkekassa för tjänstemän beräkna inverkan af delägares befordran till högre tjänstegrad.

Af G. Eneström.

[Meddeladt den 10 April 1895 genom D. G. Lindhagen.]

Oafsedt den förenkling i de försäkringstekniska operationerna, som användningen af den indirekta metoden inom teorien för enkekassor i öfrigt medför, synes genom denna metod äfven erbjudas en möjlighet att undvika särskilda beräkningar om inverkan af delägares utsikt till befordran. I fall man nämligen icke tager enkepensionsbeloppet till enhet, utan direkt uttrycker pensionsvärdena i kronor, så kommer i pensionsrättens kapitalvärde att ingå äfven värdet af den risk, kassan löper att på grund af en delägares befordran nödgas efter hans död till enkan utbetala högre pension, än som betingas af denne delägares nuvarande tjänstebefattning, och på detta sätt borde man ernå en ytterligare förenkling i de försäkringstekniska operationerna. Emellertid är den vinst, man sålunda skulle komma att göra, i själfva verket af mycket tvifvelaktigt värde. Det angifna förfaringssättet ökar nämligen ytterligare den osäkerhet i afseende på resultatets riktighet, som vidläder den indirekta metoden under dess hittills vanliga form,[1]) enär man

[1]) Jämför min uppsats *Om de statistiska förutsättningarna för giltigheten af den så kallade indirekta metoden inom teorien för enkekassor;* Öfversigt af vetenskapsakad. förhandl. 51, 1894, sid. 479—488.

lämnar öppet åt rent tillfälliga befordringsförhållanden att få inflytande på pensionsrättens kapitalvärde för olika åldrar. För att inse detta behöfver man blott tänka sig ett ämbetsverk, där tjänstemän af olika grader finnas, och där de högre funktionärerna för tillfället äro jämförelsevis unga. Tillämpar man här den indirekta metoden så, som jag nyss antydt, har man därmed nödgats i tysthet antaga, att enkorna efter de delägare, som aflida i mera framskriden ålder, icke skola erhålla de högre pensionsbeloppen, ett antagande, som tydligen är fullkomligt ogrundadt. De beräknade kapitalvärdena af pensionsrätten blifva till följd häraf alltför små för de högre lefnadsåldrarna, men något för stora för de lägre åldrarna. Också synas till och med de, som eljest utan betänkligheter användt den indirekta metoden, hafva tvekat att begagna sig af de särskilda fördelar, denna metod skenbart erbjuder i fråga om beräkningen af befordringarnas inverkan,[2]) och denna tvekan är enligt min åsikt fullt berättigad. Men under sådana förhållanden behöfves tydligen, till och med då den indirekta metoden användes, i fråga om enkekassor för tjänstemän där olika tjänstegrader med motsvarande enkepensionsbelopp finnas, en särskild beräkning af befordringarnas inverkan på förpliktelsernas kapitalvärde, och i denna uppsats skall jag redogöra för olika sätt, hvarpå nämda beräkning kan utföras.

Betecknar man med P_x kapitalvärdet af en kronas enkepension till förmån för en nu x-årig delägare i en enkekassa för tjänstemän, bland hvilka n olika tjänstegrader finnas, och

---

[2]) Lindelöf har i sina *Statistiska beräkningar angående finska civilstatens enke- och pupillkassa* (Acta societatis scientiarum fennicae 18, 1885, sid. 1—83) allsicke användt förfaringssättet att direkt uttrycka pensionsvärdena i penningar. Lindstedt har vid sin 1890 verkställda utredning af civilstatens enke- och pupillkassas ställning (se *Betänkande angående ordnande af pensionsväsendet för statens civile tjänsteinnehafvare, samt för deras enkor och barn, afgifvet af den för ändamålet af Kongl. Maj:t tillsatt komité*, Stockholm 1894, sid. 450—454) visserligen användt detta förfaringssätt, men blott såsom kontroll på den förut utförda beräkningen, och anmärker (anf. arb. sid. 453), att resultatet är betydligt osäkrare än det på annan väg funna.

antager man, att enkepensionen för den r-te tjänstegraden är $k^{(r)}$ kronor, så är kapitalvärdet af pensionsrätten för en x-årig delägare inom denna tjänstegrad $k^{(r)}P_x$, om ingen utsikt till befordran för honom förefinnes. Kan däremot befordran komma i fråga, är kapitalvärdet tydligen större än $k^{(r)}P_x$, och för att erhålla det riktiga värdet, ligger det nära till hands att i stället för $k^{(r)}$ insätta medelvärdet af de pensionsbelopp, enkan efter en nu lefvande x-årig delägare inom den r-te tjänstegraden möjligen kan erhålla, då mannen aflider; vid beräkningen af detta medelvärde måste naturligtvis på något sätt hänsyn tagas till sannolikheten för en delägare i graden r att kvarstå obefordrad till sin död och att uppnå graderna $r + 1$, $r + 2$, ..., n.

Innan vi gå att angifva sättet för det nämda medelvärdets beräknande, observera vi, att detsamma kan anses vara beroende af x, enär för delägare i olika åldrar utsikten till befordran bör vara olika stor; [1]) på grund häraf beteckna vi också medelvärdet med $x_x^{(r)}$. Antaga vi nu, att man genom en statistisk undersökning funnit, att bland m_x redan aflidna delägare, som vid x års ålder befunnit sig i r-te tjänstegraden, $m_x^{(r)}$ dött utan att hafva blifvit befordrade, $m_x^{(r+1)}$ uppnått $(r+1)$:sta tjänstegraden, $m_x^{(r+2)}$ $(r+2)$:dra tjänstegraden, o. s. v., samt $m_x^{(n)}$ högsta tjänstegraden, så borde man kunna sätta

$$x_x^{(r)} = \frac{1}{m_x}\left(m_x^{(r)}k^{(r)} + m_x^{(r+1)}k^{(r+1)} + \ldots + m_x^{(n)}k^{(n)}\right),$$

och det riktiga värdet af pensionsrätten för en nu x-årig delägare af r:te graden skulle följaktligen blifva

$$\frac{1}{m_x}\left(m_x^{(r)}k^{(r)} + m_x^{(r+1)}k^{(r+1)} + \ldots + m_x^{(n)}k^{(n)}\right)P_x .$$

Genom det nu angifna förfaringssättet blir emellertid pensionsrättens kapitalvärde i regeln något för lågt beräknadt. Det

[1]) Egentligen borde kanske tjänsteåldern mera än lefnadsåldern inverka på befordringsutsikten, men i tillämpningen är det lättare att göra denna utsikt beroende af lefnadsåldern, och båda metoderna torde i praktiken leda till ungefär samma resultat.

är nämligen klart, att de olika pensionsbeloppen här böra inverka icke blott i förhållande till antalet delägare, hvilkas enkor kunna erhålla dem, utan äfven i förhållande till pensionsrättens, utan afseende på befordran beräknade, kapitalvärde vid tidpunkten för delägarens död. Nu böra emellertid af lätt insedda skäl de högre pensionsbeloppen utgå företrädesvis till enkor efter delägare i mera framskriden ålder, för hvilka det nyss nämda kapitalvärdet i allmänhet är relativt högt i förhållande till själfva pensionsbeloppet, och däraf följer, att i regeln dessa högre pensionsbelopp vid beräkningen af $x_x^{(r)}$ inverkat mindre, än de egentligen borde göra. Man kunde visserligen undgå att göra sig skyldig till denna felaktighet genom att vid beräkningen af talen m taga hänsyn blott till de delägare, som efterlämnat enkor, men härigenom skulle man i själfva verket komma att begä ett fel i motsatt riktning; man hade nämligen då ej tagit i betraktande, att enkor i mera framskriden ålder ej äga utsikt att uppbära sina pensioner så länge som de öfriga, och att på grund häraf de högre pensionsbeloppen, hvilka i regeln tillfalla just sådana enkor, icke vid det nu ifrågavarande förfaringssättet bort få inverka fullt så mycket, som de gjort.

Naturligtvis skulle en förbättring af metoden komma till stånd, om man vid beräkningen af $x_x^{(r)}$ toge vederbörlig hänsyn till pensionsrättens kapitalvärde vid dödsfall i stället för själfva pensionsbeloppet, men härtill erfordras ytterligare uppgifter om delägarnes ålder vid dödstillfället, och redan vid det först angifna förfaringssättet ställas så stora anspråk på det statistiska materialet, att de mycket sällan torde kunna tillfredsställas. Ur praktisk synpunkt torde därför den nu omförmälda metoden icke vara af stor betydelse.

Vill man fortfarande fasthålla vid den tanken, att befordringarnas inverkan bör tagas i beräkning genom en korrektion af $k^{(r)}$, torde man alltså af statistiskt-praktiska skäl nödgas inskränka sig till att söka erhålla ett medelvärde af $x_x^{(r)}$ för hvarje särskild tjänstegrad, och betecknar man med $x^{(r)}$ medelvärdet för

r-te graden, bör man kunna sätta kapitalvärdet af kassans förbindelser till de nuvarande tjänstemännen inom denna grad tillnärmelsevis lika med $\varkappa^{(r)}\Sigma_x P_x$, där summationen afser samtliga de nu nämda tjänstemännen.

Taga vi då i betraktande, huru $\varkappa^{(r)}$ bör beräknas, kan det lätt förefalla, som om tillvägagåendet här borde vara detsamma som i föregående fall, blott med den skillnaden, att man tager hänsyn till *alla* tjänstemän hvilka en gång befunnit sig i r-te tjänstegraden och nu äro aflidna. Emellertid inser man vid närmare eftersinnande, att fordringarna på resultatets största möjliga noggrannhet bäst tillgodoses, om man söker ställa så till, att medelåldern vid inträde under observation är för de tjänstemän, hvilka tagas i betraktande vid beräkningen af $\varkappa^{(r)}$, ungefär lika med medelåldern för de befintliga tjänstemännen i r-te graden. För detta ändamål åter är det mindre lämpligt att gå till väga på samma sätt som vid beräkningen af $\varkappa_x^{(r)}$, utan man bör häldre förfara något annorlunda. Man väljer en tidpunkt, tillräckligt aflägsen för att alla då befintliga tjänstemän i r-te graden nu skola antingen vara aflidna eller, om de ännu lefva, hafva avancerat så långt, att någon vidare befordran ej bör kunna ifrågakomma. Man bestämmer, under antagande att *alla* tjänstemän efterlämna enkor, summan af enkepensionsbeloppen för dessa tjänstemän och dividerar denna summa med deras antal. Den sålunda erhållna kvoten kan anses såsom ett approximativt värde af $\varkappa^{(r)}$.

Ett annat sätt för bestämmande af $\varkappa^{(r)}$ har blifvit föreslaget af LINDELÖF i hans förut citerade utredning beträffande finska civilstatens enke- och pupillkassa.[4]) Sedan han först för hvarje tjänstegrad bestämt antalet pensionerade sterbhus, som under åren 1827—1879 tillkommit, har han antagit, dels att de nuvarande delägarnes sterbhus skola vara fördelade på olika tjänstegrader i samma proportion som de pensionerade sterbhusen bland dem, dels att fördelningen skall för de senare vara densamma som

[4]) LINDELÖF, anf. arb. sid. 38—40. Vid sina senare utredningar har LINDELÖF icke begagnat sig af pensionernas medelvärden.

för de under tiden 1827—1879 pensionerade sterbhusen. Känner man nu de närvarande tjänstemännens fördelning på olika tjänstegrader, är det lätt att beräkna, huru många bland dem skola kvarstå obefordrade till sin död, och huru många skola uppflyttas i högre tjänstegrad. Har man t. ex. funnit, att från de närvarande delägarne skola härflyta s_1 sterbhus i lägsta graden, under det att delägarne i denna grad nu äro d_1, så är tydligen sannolikheten att kvarstå obefordrad $\frac{s_1}{d_1}$ och sannolikheten att uppflyttas i högre tjänstegrad $\frac{d_1 - s_1}{d_1}$. Har man vidare funnit, att från de närvarande delägarne skola härflyta s_2 sterbhus i näst lägsta graden, under det att delägarne i nämda grad nu äro d_2, så är tydligen $d_2 + d_1 - s_1$ hela antalet närvarande delägare, som före sin död skola tillhöra näst lägsta graden; sannolikheten för en af dem att befinna sig i näst lägsta graden vid sin död är alltså $\frac{s_2}{d_2 + d_1 - s_1}$, och sannolikheten att han blir uppflyttad i högre grad, är $\frac{d_2 - s_2 + d_1 - s_1}{d_2 + d_1 - s_1}$. På samma sätt kan man tydligen förfara för alla följande tjänstegrader. Betecknar man nu med $r_1, r_2, \ldots, r_n$ sannolikheterna för delägare i första, andra, ..., n-te graderna att kvarstå i samma grad till sin död, och med $f_1, f_2, \ldots, f_n$ sannolikheterna för dem att uppflyttas till högre grad, så blir naturligtvis först och främst

$$\varkappa^{(n)} = k^{(n)},$$

enär någon uppflyttning i högre grad icke här kan ifrågakomma. För de öfriga graderna åter erhåller man ekvationerna

$$\varkappa^{(n-1)} = r_{n-1}\, k^{(n-1)} + f_{n-1}\, \varkappa^{(n)},$$
$$\varkappa^{(n-2)} = r_{n-2}\, k^{(n-2)} + f_{n-2}\, \varkappa^{(n-1)},$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\varkappa^{(1)} = r_1\, k^{(1)} + f_1\, \varkappa^{(2)},$$

ur hvilka ekvationer $\varkappa$-värdena sukcessivt kunna beräknas.

Såsom ofvan angafs, förutsätter detta förfaringssätt bland annat, att fördelningen efter tjänstegrader skall vara densamma

för pensionerade sterbhus som för samtliga sterbhus. Men detta antagande är i regeln ej alldeles riktigt. Då nämligen delägarnes medelälder bör vara högre inom de högre graderna än inom de lägre, och då med de högre lefnadsåldrarna är förbunden en större mortalitet samt i allmänhet äfven en större sannolikhet att efterlämna pensionsberättigade arfvingar, så följer däraf, att de högre pensionsbeloppen böra proportionsvis oftare förekomma bland pensionerade sterbhus än bland samtliga sterbhus, och detta åter bör verka därhän, att de beräknade befordringssannolikheterna blifva något för höga. Men om så är, bör äfven $\varkappa^{(r)}$ utfalla något för stort, om inga omständigheter finnas, som verka i motsatt riktning.

För att ådagalägga detta väljer jag ett enkelt exempel. Jag antager, att inom en enkekassa finnas två grader, af hvilka den första berättigar till 500 kronors, den andra till 1000 kronors enkepension, vidare att antalet tjänster i hvardera graden är 45, samt att ingen befordran från den lägre till den högre graden kan förekomma. Jag antager slutligen, att, på grund af den högre medelåldern för tjänstemännen i den högre graden, antalet årligen pensionerade sterbhus inom denna grad är 25 % större än inom den lägre, så att mot 40 nytillkomna pensionerade sterbhus i den lägre graden svara 50 sådana sterbhus i den högre graden. Då skulle enligt det angifna förfaringssättet sannolikheten för en tjänsteman i den lägre graden att blifva befordrad till den högre vara

$$\frac{45-40}{45}=\frac{1}{9},$$

ehuru den enligt antagandet är lika med noll, och medelpensionsbeloppet för den lägre graden vara

$$\frac{8}{9}500+\frac{1}{9}\cdot 1000=555{\cdot}56 \text{ kronor,}$$

ehuru det i själfva verket är blott 500 kronor. Det torde således vara klart, att, om man vill erhålla så exakt resultat som möjligt, denna metod endast efter en föregående undersökning bör användas. Kan en sadan undersökning ej verkställas, och

vill man begagna just det af LINDELÖF använda materialet, synes det mig vara bättre att gå tillväga så, att man helt enkelt bestämmer summan af alla pensionsbelopp, som blifvit beviljade under en viss tidrymd, och dividerar denna summa med antalet beviljade pensioner; befinnes kvoten vara A, så är

$$A\Sigma_x P_x,$$

där summationen afser *alla* delägare oberoende af tjänstegraden, ett approximativt värde på kassans förbindelser till de nuvarande tjänstemännen.

Mot detta sista förfaringssätt har LINDELÖF [5]) gjort den anmärkningen, att man genom detsamma måste erhålla alltför *lågt* värde på pensionsförbindelserna, emedan den omständigheten, att åldern och det däraf beroende pensionstalet P_x i allmänhet är större för delägare i de högre graderna än i de lägre, därvid icke blifvit beaktad. Denna anmärkning skulle visserligen vara fullt befogad, om man bestämde storheten A med ledning af uppgifterna om samtliga sterbhus eller om befintliga delägares rätt till olika pensionsbelopp för sina eventuella enkor, men synes mig icke i lika mån träffa det ofvan anförda tillvägagåendet. Det är väl sannt, att den af LINDELÖF framhållna omständigheten icke blifvit direkt beaktad, men samma orsak (den relativt höga lefnadsåldern och det däraf beroende relativt stora antalet nytillkommande *pensionerade sterbhus*), som åstadkommer de höga pensionstalen för de högra graderna, har på en omväg fått utöfva sitt inflytande på pensionsförbindelserna, just därigenom att man utgått från de pensionerade sterbhusen och icke från samtliga sterbhus. Snarare skulle man kunna säga, att uttrycket $A\Sigma_x P_x$ torde gifva något för *högt* värde på pensionsförbindelserna, emedan den omständigheten, att enkorna i de högre klasserna i allmänhet tillträda sina pensioner vid mera framskriden ålder och följaktligen blott få uppbära dem under relativt kort tid, icke blifvit beaktad. [6])

[5]) LINDELÖF, anf. arb. sid. 41.

[6]) Till stöd för sin åsikt har LINDELÖF visserligen anfört, att det ur uttrycket $A\Sigma_x P_x$ erhållna resultatet utfallit 4·4 % lägre, än det af honom på annan väg beräknade värdet af pensionsförbindelserna, men denna omständighet

För de hittills framställda metoderna ligger den tanken till grund, att man genom korrektion af första faktorn i uttrycket $k^{(r)}P_x$ bör taga hänsyn till befordringarnas inverkan på pensionsrättens kapitalvärde. Men man kan naturligtvis lika väl tänka sig, att denna inverkan vid beräkningen uppmärksammas genom lämplig korrektion af P_x. En sådan korrektion kan utföras på följande sätt. Först bestämmer man medelst tillgängliga uppgifter dels sannolikheterna för en x-årig tjänsteman i r:te graden att uppflyttas i graderna $r+1$, $r+2$, ..., n, dels medelålderstalen vid sådana uppflyttningar. Äro sannolikheterna i ordning $\alpha_r^{(r+1)}$, $\alpha_r^{(r+2)}$, ..., $\alpha_r^{(n)}$ och medelålderstalen i ordning t_{r+1}, t_{r+2} ..., t_n, samt antager man räntefoten vara p procent, så kan tydligen det korrigerade värdet P_x sättas under formen

$$P_x + \frac{\alpha_r^{(r+1)}}{(1+p)^{t_{r+1}-x}} \frac{k^{(r+1)} - k^{(r)}}{k^{(r)}} P_{t_{r+1}} + \ldots$$

$$+ \frac{\alpha_r^{(n)}}{(1+p)^{t_n-x}} \frac{k^{(n)} - k^{(n-1)}}{k^{(r)}} P_{t_n},$$

och genom multiplikation med $k^{(r)}$ samt summering med hänsyn till alla närvarande tjänstemän i r:te graden erhåller man kapitalvärdet af kassans förbindelser till dessa tjänstemän.

Mot denna metod synes mig ur teoretisk synpunkt ingen invändning af vikt vara att göra, men däremot kan här, liksom i fråga om sättet för korrigering af $\varkappa_x^{(r)}$, anmärkas, att metoden mycket sällan kan i praktiken komma till användning, [1]) enär

---

anser jag ej vara något afgörande skäl mot riktigheten af min uppfattning, enär LINDELÖF ursprungligen användt den metod för beräknande af $\varkappa^{(r)}$, för hvilken jag ofvan redogjort, och genom hvilken metod man mycket väl kan erhålla för högt värde för pensionsförbindelserna.

[1]) Enligt enskildt meddelande af prof. J. KARUP har denna metod 1863 blifvit begagnad vid en af S. BROWN och P. HARDY verkställd undersökning af »Military Fund» i Madras, dock så att därvid *alla* delägare antagits blifva befordrade, då de uppnått medelbefordringsåldern. Samma tanke ligger till grund för ett förfaringssätt, som 1881 användts vid en utredning beträffande svenska arméns enke- och pupillkassa (se *Betänkande och förslag angående ordnande af arméens enke- och pupillkassa, afgifvet af dertill i nåder förordnade komiterade* (Stockholm 1881; bil. G. sid. 46—47).

det måste erfordras ett mycket rikt statistiskt material för att med någon större grad af säkerhet kunna beräkna storheterna α och t för olika värden af x.

I det föregående hafva vi närmast tagit i betraktande de närvarande delägarne och sökt bestämma befordringarnas inverkan antingen för en enskild sådan delägare eller för särskilda grupper af dessa delägare eller för dem alla på en gång. Det är lätt att inse, hurusom de angifna förfaringssätten kunna, antingen omedelbart eller genom en obetydlig modifikation af den förberedande statistiska undersökningen, användas äfven i fråga om framdeles inträdande delägare, så snart man för hvarje grad känner det årliga antalet sådana äfvensom inträdesåldern, och jag anser därför obehöfligt att närmare utveckla, huru man för detta ändamål bör förfara. Jag öfvergår i stället till omnämnande af några metoder, där man icke tager i betraktande befordringarnas inverkan på kassans förbindelse till hvarje särskild delägare eller grupper af ofvan angifna art, utan söker lösa det föreliggande problemet på annat sätt.

Bland sådana metoder finnes en, hvilken vid första påseendet förefaller mycket tilldragande, och som därför också blifvit mycket använd. Den består helt enkelt däri, att man för en viss tidrymd undersöker, huru stort beloppet af de förbindelser varit, hvilka årligen i medeltal påförts kassan genom befordringar, och antager, att detta belopp skall allt framgent blifva lika stort, hvarigenom hela befordringarnas inverkan med hänsyn till nuvarande och hädanefter inträdande delägare tydligen kommer att representeras af en oändlig aftagande geometrisk serie.[8]) Beräkningen af förbindelsernas belopp utföras så, att man för hvarje befordran bestämmer motsvarande tillökning af enkepensionsbeloppet och multiplicerar detta med P_x, där x utmärker delägarens ålder vid befordringen. Enligt min åsikt bör emellertid denna metod med stor försiktighet användas, enär

[8]) Denna metod kan tydligen också användas, om man vill på en gång beräkna tillökningen i kassans förpliktelser genom befordringar och nyinträden. Jfr KARUP, *Die Finanzlage der Gothaischen Staatsdiener-Wittwen-Societät am 31. Desember 1890* (Dresden 1893), sid. 23—24, 140—141.

tillfälliga förhållanden både i fråga om befordringarnas antal och de befordrades lefnadsålder kunna väsentligen inverka på beräkningens resultat. Samma förbehåll gäller äfven för de modifikationer af metoden, hvilka under vissa omständigheter kunna komma till användning.

Ur rent metodisk synpunkt torde särskild uppmärksamhet böra fästas vid ett tillvägagående, där man genom uppdelning af den gifna enkekassan i n fingerade kassor kan helt och hållet bortse från den omständigheten, huruvida befordringar förekomma eller icke. Man kan därvid förfara så, att man behandlar hvarje grad såsom en särskild kassa, inom hvilken blott *ett* pensionsbelopp kan förekomma, samt betraktar hvarje befordran såsom förtidigt utträde ur en kassa och samtidigt inträde i en annan; inverkan af det förtidiga utträdet kan beräknas enligt något af de sätt, jag i en föregående uppsats angifvit.[9]) Förekomma verkliga utträden i förtid mycket ofta, men befordringar mera sällan, erbjuder denna metod onekligen vissa fördelar; emellertid kan mot densamma anmärkas, att delägareantalen i de olika fingerade kassorna i allmänhet blifva ganska små, och att därför det statistiska underlaget för utredningen lätt kan blifva ganska osäkert. Därför torde det i allmänhet vara fördelaktigare att välja de r fingerade enkekassorna så, att den första, med ett fixt pensionsbelopp $k^{(1)}$, omfattar alla delägare, den andra, med ett fixt pensionsbelopp $k^{(2)} - k^{(1)}$, omfattar alla delägare utom den lägsta tjänstegraden, o. s. v., så att den n-te kassan, med ett fixt pensionsbelopp $k^{(n)} - k^{(n-1)}$, omfattar blott den högsta graden. Hvar och en af dessa n kassor kan tydligen behandlas helt och hållet på samma sätt som en kassa med fixt pensionsbelopp, och man behöfver inga speciella uppgifter om föregående befordringar, utan blott om medelinträdesåldern för hvarje tjänstegrad.[10]) Å andra sidan kan detta sätt att gå

[9]) Se min uppsats *Om olika sätt att vid utredning af en enkekassas ställning beräkna inverkan af delägares förtidiga utträde ur kassan.* Öfversigt af vetenskapsakad. förhandl. 52, 1895, sid. 197—206.

[10]) Ett förfaringssätt, som i grunden öfverensstämmer med det ofvan angifna, har blifvit flere gånger begagnadt af LINDELÖF (se t. ex. hans *Statistiska under-*

tillväga visserligen blifva ganska besvärligt, särskildt om många olika tjänstegrader finnas.

Af det föregående framgår, att man på många olika sätt kan taga hänsyn till befordringarnas inverkan på en enkekassas pensionsförbindelser. Jämför man dessa sätt, finner man också, att de skilja sig från hvarandra icke blott i metodiskt afseende, utan äfven i fråga om det statistiska material, som för beräkningarna tages i anspråk. Under det att vissa förfaringssätt till väsentlig del grunda sig på förhållandena under den förflutna tiden i afseende på pensionerade sterbhus, aflidna delägare eller befordringar, så användas vid andra hufvudsakligen uppgifter om de närvarande delägarne. Med anledning häraf kan det mycket väl hända, att en metod, som i ett fall visat sig lämplig, i ett annat fall är mindre användbar, och någon särskild normalmetod lär därför i regeln icke kunna angifvas. Fastmer är det önskvärdt, att man, innan man bestämmer sig för en viss metod, skaffar sig närmare kännedom om det statistiska material, som står till buds, och undersöker, dels i hvad mån detta kan anses ofullständigt och otillförlitligt, dels i hvad mån det tilläfventyrs återspeglar förhållanden, hvilka numera icke längre äga rum. Sedan detta är gjordt, bör man utvälja ett förfaringssätt, där den ofullständiga, otillförlitliga eller föråldrade delen af det statistiska materialet inverkar så litet som möjligt på resultatet. Att däremot redan på förhand fastställa en viss metod och sedan blott föranstalta om insamlande af de uppgifter, som behöfvas för metodens tillämpning, synes mig icke blott vara ovetenskapligt, utan äfven lätt kunna åstadkomma vilseledande resultat. Skulle i ett särskildt fall en närmare undersökning af det statistiska materialet visa sig outförbar, bör man dock i alla händelser taga reda på, om under den föregående tiden några viktiga förändringar i afseende på antalet platser inom olika tjänstegrader vidtagits, och om så är fallet,

---

sökningar angående sjömannapensionsanstalten i Finland, Helsingfors 1893, sid. 38—39, samt hans uppsats *Sur la théorie des caisses de pension*, Acta Mathematica 18, 1894, sid. 93—95).

söka till ett minimum reducera de äldre anordningarnas inverkan på det statistiska materialet. I hvarje fall torde man böra undvika att grunda beräkningen på uppgifter från en alltför aflägsen tid.

Vid den nu utförda undersökningen har frågan uteslutande varit om befordringarnas inverkan på en enkekassas *förpliktelser*. Men det är tydligt, att man på alldeles samma sätt kan bestämma befordringarnas inverkan på de påräkneliga inkomsterna från delägarne. Utgöras kassans inkomster af årsafgifter, och erläggas dessa afgifter blott under tjänstetiden, så behöfver för öfrigt ingen särskild hänsyn tagas till befordringarnas inverkan, om man för hvarje år beräknar summan af afgifterna för samtliga tjänster.

Då jag i denna uppsats talat om befordran, har jag därmed alltid afsett uppflyttning ifrån en grad med bestämdt antal tjänster till en annan grad med ett likaledes bestämdt antal tjänster. Dock gälla de flesta bland de framställda metoderna äfven för sådana fall, då olika *löne*grader finnas, och då uppflyttning i högre lönegrad sker efter ett visst antal tjänsteår, oberoende af det närvarande antalet tjänstemän inom lönegraden. Å andra sidan kunna metoderna omedelbart, eller åtminstone med obetydliga, lätt funna modifikationer, användas för sådana kassor, som utbetala både enke- och barnpensioner.

Däremot har den utförda undersökningen tydligen icke någon betydelse för kassor, där afgifterna äro försäkringstekniskt beräknade på sådant sätt, att vid hvarje befordran den högre förpliktelsen fullt motväges genom särskilda befordringsafgifter eller högre årsafgifter.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1895. N:o 4.
Stockholm.

Berättelse om hvad sig tilldragit inom Kongl Vetenskaps-Akademien under året 1894—1895. Af Akademiens ständige Sekreterare afgifven på högtidsdagen den 31 Mars 1895.

Under det år som förflutit sedan Vetenskaps-Akademien från detta rum senast offentligen redogjorde för naturforskningens vigtigare framsteg och sin egen verksamhet i dess tjenst, har inom alla grenar af denna forskning ett rastlöst och framgångsrikt arbete fortgått. Att bland kulturländerna äfven vårt fädernesland i dessa sträfvanden tagit en aktningsbjudande del, framgår af de så väl till antal som innehåll betydande hithörande arbeten, som under året från Sverige utgått. Icke minst härom vittnande torde Akademiens egna skrifter vara, hvilka i senare tid utväxt till en omfattning, hvarom man för ett halfsekel tillbaka knappast torde hafva kunnat göra sig en föreställning.

Det upplysta och välvilliga hägn, hvaraf Akademien och henne underlydande institutioner af ålder varit i åtnjutande från Regeringens och Riksdagens sida, och hvilket varit ett väsentligt vilkor för denna hennes vidgade verksamhet i vetenskapens tjenst, har äfven under det sistförflutna året lika välvilligt kommit henne till del och påkallar uttalandet af hennes djupt kända tacksamhet.

Sålunda har Riksdagen på Kongl. Maj:ts derom gjorda framställningar på extra stat för innevarande år anvisat:

åt det Naturhistoriska Riksmuseets afdelning för arkegoniater och fossila växter till inköp och insamling af naturalier, till arbetsbiträden och andra utgifters bestridande 2,000 kronor;

åt Riksmuseets Etnografiska samling för dess vård, underhåll och förkofran 2,800 kronor;

till upprätthållande af en fullständigt ordnad väderlekstjenst vid Meteorologiska Centralanstalten 7,950 kronor;

till bestridande af kostnaderna för utgifvande i tryck af andra delen utaf Professor GYLDÉNS arbete om hufvudplaneternas absoluta elementer 3,000 kronor;

till fortsatt amortering af uppkommen brist i Riksmuseets expensanslag 1,000 kronor.

Dessutom har Kongl. Maj:t utaf under hand hafvande medel täckts anvisa ett belopp af 830 kronor för vissa lokala anordningar vid Riksmuseets Entomologiska afdelning.

På Akademiens underdåniga förord och på Kongl. Maj:ts framställning har Riksdagen derjemte beviljat 4,000 kronor för fortsatt utgifvande under år 1895 af tidskriften Acta mathematica.

Utaf statsanslaget för läroböckers och lärda verks utgifvande samt vetenskapliga resors utförande har Kongl. Maj:t på Akademiens underdåniga förord anvisat:

åt Professorn F. A. SMITT 1,300 kronor för utförande af en resa i iktyologiskt ändamål till Medelhafvet och åtskilliga utländska zoologiska museer; och

åt Geologen Friherre G. DE GEER 600 kronor för utgifvande af ett geologiskt arbete till belysande af Skandinaviens geografiska utveckling efter istidens ingång.

Om vetenskapliga resor, som blifvit utförda på uppdrag af Akademien och bekostade eller understödda utaf medel, som hon för sådant ändamål haft till förfogande, har Akademien mottagit och låtit sig föredragas följande berättelser:

af Regnellske stipendiaten Lektorn C. A. M. LINDMAN, som efter återkomsten från den nära tvååriga resa, hvilken han jemte Doktor G. A:SON MALME utfört för hufvudsakligen botaniskt

ändamål i södra Amerika, afgifvit fullständig berättelse öfver resans förlopp äfvensom föreskrifven redovisning för uppburna stipendiemedel;

af Docenten S. MURBECK, som inom Skåne undersökt spontana växthybriders biologiskt-fysiologiska egenskaper;

af Docenten H. MUNTHE, som anstält forskningar öfver Ancylushafvets utsträckning mot vester och dess höjdgräns derstädes;

af Medicine Kandidaten E. HOLMGREN, som i Stockholms skärgård fullföljt förut påbörjade undersökningar af Lepidopterlarvernas finare strukturförhållanden, af körtelinnevationer m. m.;

af Filos. Doktor A. Y. GREVILLIUS, som idkat biologiskt-växtfysiognomiska studier i Ångermanland;

af Filos. Doktor J. R. JUNGNER, som i Jemtland studerat bladtypernas föränderlighet på olika höjd öfver hafvet;

af Amanuensen G. GRÖNBERG, som vid Kristinebergs zoologiska station studerat hydropolyper och polypmedusor;

af Amanuens H. WALLENGREN, som vid Kristineberg fortsatt sina studier öfver hafsinfusorier samt anstält undersökningar på Syllidernas delningsförlopp;

af Amanuensen O. EKSTAM, som i vestra Jemtland undersökt fjellväxternas pollinering;

af studeranden J. G. ANDERSSON, som fortsatt sina föregående palæontologiska forskningar på Öland och utsträckt desamma till Östergötland, särskildt med afseende på de undersiluriska Ostracod-faunorna; samt

af Filos. Kandidaten O. M. FLODERUS, som under besök i Köpenhamn, Kiel, Hamburg, Ploen och Kristineberg anstält undersökningar af nordiska Ascidier.

Dessutom har Öfveringeniören S. A. ANDRÉE lemnat Akademien meddelanden om af honom utförda fortsatta ballonfärder och därunder anstälda vetenskapliga iakttagelser. Han har äfven för Akademien framlagt en utförlig och sakrikt grundad plan att medelst luftballon uppnå norra polen.

Under året har Akademien på Kongl. Maj:ts befallning haft att afgifva utlåtanden i åtskilliga allmänt administrativa ärenden,

för hvilka någon vetenskaplig utredning varit erforderlig. Förutom sådana i frågor rörande anslag af allmänna medel för vetenskapliga ändamål må här särskildt nämnas utlåtande med anledning af förnyad framställning från Franska regeringen om en internationel konvention rörande praktiska enheter för elektriciteten och ljuset, äfvensom utlåtande med anledning af en framställning från Nautisk-meteorologiska byrån m. fl. om anordnande vid nordliga kusten af Östersjön af ytterligare en vattenhöjdmätningsstation förutom der redan befintlig.

Offentliggörandet af Akademiens skrifter har under året fortgått i vanlig regelbunden ordning. Af Akademiens Handlingars nya följd har det 25:te bandet fullständigt från trycket utkommit, omfattande i två starka qvartvolymer 12 till en del mycket omfångsrika afhandlingar. Dessutom är det 26:te bandet i det aldra närmaste färdigtryckt, hvarjemte någon del af 27:de bandet äfven lemnat pressen. — Af Bihanget till Handlingarne har det 19:de bandet för år 1893, innehållande 19 större och mindre afhandlingar, fullständigt och äfven af 20:de bandet en betydlig del utkommit. — Af Öfversigten af Akademiens förhandlingar är den 51:sta årgången för 1894, innehållande 42 mindre afhandlingar, fullständigt utkommen och äfven början blifvit gjord med tryckningen af innevarande års Öfversigt. — Af arbetet »Meteorologiska iakttagelser i Sverige» har det 32:dra bandet, och af arbetet »Astronomiska iakttagelser och undersökningar på Stockholms Observatorium» ett andra häfte af 5:te bandet utkommit.

Vid Akademiens *Observatorium* har verksamheten företrädesvis varit egnad åt redaktionen af andra delen utaf det arbete om hufvudplaneternas absoluta elementer, hvilket med understöd af allmänna medel blifvit utfördt genom Akademiens Astronom, och hvaraf en första del redan för ett år sedan anmäldes vara från trycket utkommen. Tryckningen af denna andra del kommer att under den närmaste tiden påbörjas. — Observatoriets meridiancirkel har hufvudsakligen blifvit använd till tidsbestämningar, hvilka numera fått en för det allmänna större betydelse

derigenom att, på grund af framställningar dels från föreståndaren för Kongl. Flottans instrumentförråd i Karlskrona och dels från Kongl. Telegrafstyrelsen, regelmässiga tidsignaler numera afsändas så väl till Karlskrona som äfven till härvarande Centraltelegrafstation. — Med den astrofotografiska refraktorn har ett ej obetydligt antal afbildningar från stjernhimmeln erhållits, af hvilka de flesta blifvit tagna i afsigt att bestämma afstånden till vissa stjernor. — Under året har amuensbefattningen vid Observatorium fortfarande varit bestridd af Filos. Licentiaten V. CARLHEIM-GYLLENSKÖLD, och har derjemte Filos Kandidaten K. DICKMAN tjenstgjort såsom räknebiträde. I arbetena på Observatorium hafva dessutom tre elever vid Stockholms Högskola, Herrar S. LAGERGREN, H. VON ZEIPEL och H. PLEIJEL, deltagit med hufvudsakligt syfte att inhemta öfning i astronomiska observationers anställande.

Vid Akademiens *Fysiska Institution* hafva arbetena äfven under detta år hufvudsakligen varit egnade åt studiet af metallernas spectra i elektriska ljusbågen. Sålunda har undersökningen af Titans spectrum blifvit afslutad och deröfver en afhandling utarbetad och till Akademien för offentliggörande inlemnad, hvarjemte dylika undersökningar af metallerna Nickel, Kobolt och Mangan redan långt framskridit. — Under sistlidne sommar har Filos. Licentiaten S. FORSLING, med understöd från Edlundska donationen, vid institutionen, fortsatt sina förut påbörjade undersökningar öfver de sällsynta jordarternas spectra. — Institutionens instrumentsamling har under året blifvit förökad genom förvärfvandet af flere nya för pågående arbeten erforderliga apparater. Öfver hela den rikhaltiga samlingen uppgöres för närvarande en ny katalog efter ett mera rationelt och praktiskt system än den hittills varande. — De Thamiska föreläsningarne hafva under sistförflutna vintermånader blifvit af Akademiens Fysiker hållna i Akademiens hörsal, hvarvid behandlats valda delar af solens fysik.

Vid *Bergianska stiftelsens* trädgårdsskola har antalet elever under året varit 16. Undervisningen har omfattat den praktiska

hortikulturens olika grenar samt botanik, geografi, geologi, kemi, fysik, aritmetik, geometri, bokföring, trädgårdsritning och svenska skriföfningar. — Bland verkställda nyanläggningar i trädgårdens botaniska afdelning må nämnas gräfning af en större damm för odling af dikotyledona vatten- och sumpväxter samt anordnande genom bergsprängning och terrassering af ett område på halföns sydvestra sida för odling på fritt land af växter härstammande från sydligare luftstreck. — Stiftelsen har under året ihågkommits med talrika gåfvor. Samlingar af lefvande växter hafva lemnats af Deras Kongl. Högheter Arffurstarne GUSTAF ADOLF och WILHELM, Lektor E. ADLERZ, Amanuens F. AHLVENGREN, Rektor S. ALMQVIST, Docent G. ANDERSSON, Öfverkontrollör P. G. BORÉN, Adjunkt E. COLLINDER, Amanuens H. DAHLSTEDT, Artist A. EKBLOM, Professor F. ELFVING (från Finland), Kyrkoherde S. J. ENANDER, Konservator M. FOSLIE (från Norge), Kandidat A. FRYXELL, Trädgårdsmästare C. W. HARTMAN (från Mexico), Magister J. HENRIKSSON, Lektor C. H. JOHANSSON, vice Lektor O. E. KÖHLER, Professor G. LAGERHEIM (från Norge), Kollega N. G. W. LAGERSTEDT, Trädgårdsmästare N. H. LINDSTRÖM, Kollega E. LINNARSSON, Fru G. LJUNGBERG, Docent E. L. LJUNGSTRÖM, Kollega A. MAGNUSSON, Docent S. MURBECK, Rektor C. J. NEUMAN, Doktor C. F. O. NORDSTEDT, Direktor S. NYELAND (från Danmark), Adjunkt P. OLSSON, Direktör F. PETTERSSON, Kollega G. E. RINGIUS, Telegrafkommissarien F. SVANLUND, Rektor S. W. TENOW, Kyrkoherden A. TORSSANDER, Botaniska trädgården i Tübingen, Regementsläkaren H. O. WALDENSTRÖM, Professor N. WILLE (från Norge), Adjunkt A. P. WINSLOW och Studerandena G. och H. WITTROCK. Frön hafva erhållits af Lektor E. ADLERZ, Rådman C. H. BENCKERT, Öfverkontrollör P. G. BORÉN, Amanuens H. DAHLSTEDT, Fröken M. L. DANIELSSON, Kyrkoherde S. J. ENANDER, Kandidat A. FRYXELL, Herr G. INDEBETOU, Lektor C. H. JOHANSSON, Adjunkt K. JOHANSSON, Docent H. O. JUEL, Professor G. LAGERHEIM (från Norge), Fröken M. LEWIN, Kollega M. LUNDELL, Kollega A. MAGNUSSON, Baron F. von MUELLER (från Nya Holland),

Professor A. G. NATHORST, Doktor C. F. O. NORDSTEDT, Adjunkt P. OLSSON, Generalkonsul J. W. SMITT, Telegrafkommissarien F. SVANLUND, Kyrkoherde A. TORSSANDER, Regementsläkare H. O. WALDENSTRÖM och Adjunkt A. P. WINSLOW. Morfologiska föremål hafva lemnats af Herr G. INDEBETOU, Docent H. O. JUEL, Trädgårdsmästare F. LILJEVALL, Doktor REUTERMAN samt jägmästarne H. SAMZELIUS och TH. ÖRTENBLAD. — Såsom deltagare i det allmänna internationella fröbytet har trädgården utdelat frön till och mottagit frön från omkring 80 botaniska trädgårdar och likartade institutioner.

Akademiens *Bibliothek* har under förflutna året hållits tillgängligt enligt den förökade tjenstgöringsskyldighet, som under näst föregående år för detsamma stadgades, eller alla helgfria dagar kl. 12—3 e. m. Statistiken öfver bibliothekets begagnande utvisar, att under tillsammans 256 tjenstgöringsdagar de besökandes antal varit 2,147, att till begagnande framtagits 4,708 volymer, af hvilka 2,417 utlånats till hemlån, samt att 2,184 låntagna volymer blifvit återställda. Vid årets slut voro omkring 9,300 band och häften utlånade. Genom gåfvor, inköp och byten har boksamlingen tillväxt med 2,689 band och småskrifter. — Akademiens egna skrifter utdelas för närvarande till 832 institutioner och personer, af hvilka 264 inom och 568 utom landet.

Meteorologiska Centralanstaltens verksamhet har i fråga om de klimatiska arbetena fortgått efter hufvudsakligen samma plan som hittills, men i fråga om den dagliga väderlekstjensten har en ej obetydlig utvidgning kunnat ega rum genom det för ändamålet af Riksdagen anvisade extra anslaget af 7,900 kronor. De dagligen inkommande morgontelegrammen innehålla numera afton- och morgonobservationer öfver väderleken vid 13 inländska och 45 utländska stationer. Med stöd af dessa telegram upprättas dagligen tvänne öfversigtskartor, för morgon och afton, öfver väderleksförhållandena inom större delen af vår världsdel, af hvilka morgonkartan jemte en sammanfattning af väderleks-tillståndet och utsigter för det närmast följande dygnet offentliggöres inom hufvudstaden dels genom anslag å offentliga platser

och dels genom införande i de större dagliga tidningarne. Nämnda sammanfattning med utsigter öfversändes derjemte med telegraf till 15 kommuner i riket, till några bland dem dock endast under sommarmånaderna. En mera kortfattad sammanfattning af väderlekstillståndet jemte utsigter öfversändes till Styrelsen för statens jernvägstrafik, som låter anslå densamma å alla större jernvägsstationer, en anordning som äfven blifvit vidtagen å flere privata stationer, af hvilka de flesta erhålla sina uppgifter från närmaste statsstation. — I likhet med föregående år har äfven under det sistförflutna årets Juli—September månader en särskild väderlekstjenst varit vid Anstalten anordnad till jordbrukets gagn, och har Anstalten för detta ändamål under nämnda månader mottagit telegrafiska morgonmeddelanden från ytterligare 6 inländska och 1 utländsk station samt eftermiddagsmeddelanden från 17 inländska och 16 utländska stationer, på grund af hvilka meddelanden utfärdats särskildt för jordbruket afsedda väderleksutsigter beträffande nederbörd och nattfrost under påföljande dygn. Dessa eftermiddagsuppgifter hafva äfven blifvit vidare bekantgjorda genom offentliga anslag inom hufvudstaden samt genom Telegrafstyrelsens och Jernvägsstyrelsens försorg. — De till Anstalten ankommande morgontelegrammen hafva fortfarande till samma omfattning som förut publicerats i »Bulletin du Nord», en tidskrift som bekostas af de tre Skandinaviska Centralanstalterna gemensamt. — Statens meteorologiska stationer äro för närvarande 34 till antalet, hvarförutom observationer öfver nederbörd och temperatur med egna eller från Anstalten till låns bekomna instrumenter anställas å flera privatstationer. Fullständiga observationsserier hafva inlemnats af Läroverksrektorn P. R. BILLMANSON i Nora, Jägmästaren J. J. C. VON DÖBELN i Björkholm, Kapten TH. EKENMAN i Helmershus, Telegrafkommissarien G. A. LARSSON i Nässjö, från Ronneby helsobrunn, Gysinge bruk och Ulricehamns sanatorium, från Landtbruksakademiens experimentalfält vid Stockholm samt af Grefve N. STENBOCK på Gottenvik, och vidare från en station i Hallands och en i Upsala län, de två sistnämnda inrättade och under-

hållna på de respektive Hushållningssällskapens bekostnad. — Af de med skogsmedel bekostade försöksstationerna hafva iakttagelser öfver nederbörd, afdunstning och jordtemperatur fortfarande utförts. Äfven den utförligare nederbördsstationen vid Tegeludden nära Stockholm har fortfarande varit i oafbruten verksamhet. — Det system af stationer för iakttagelser öfver nederbörden och delvis öfver lufttemperaturen, som bekostas af Hushållningssällskapen i riket och hvilka observationer togo sin början år 1878, är ännu i fortsatt oförminskad verksamhet. Om till hithörande stationer läggas statens meteorologiska stationer, så väl de som lyda under Anstalten som under Nautisk-meteorologiska Byrån, samt de privata stationerna och skogsstationerna, vid hvilka alla nederbörden observeras efter en och samma plan, blir antalet nederbördsstationer i riket inalles 455, fördelade på rikets samtliga län, således 11 mindre än under förra året. Alla dessa stationer insända sina iakttagelser till Anstalten vid hvarje månads utgång. Desamma publiceras i en månatlig tidskrift med titel: »Månadsöfversigt af väderleken i Sverige», hvilken tidskrift redigeras af Amanuensen Dr. H. E. HAMBERG under Anstaltens inseende och uppehålles hufvudsakligen genom prenumeration af Hushållningssällskapen. Af denna tidskrift hafva 14 årgångar hittills utkommit. — Det af Anstalten för 14 år tillbaka öfvertagna system af iakttagelser öfver isförhållanden, åskväder och fenologiska företeelser har fortgätt efter oförändrad plan, och hafva till anstalten inkommit journaler från 62 observatörer öfver isläggning och islossning, från 60 öfver iakttagna åskväder och från 81 öfver periodiska företeelser inom växt- och djurvärlden. — Synoptiska tabeller hafva upprättats för hvarje dag af året 1893, upptagande nederbördens art och mängd, åskväder, dimma, dagg, rimfrost, luftens genomskinlighet, solrök, norrsken m. m. I dessa tabeller ingå samtliga stationer. — Under året hafva följande stationer blifvit besökta af Anstaltens Amanuens Dr. HAMBERG: Stensele, Piteå, Haparanda, Gellivare, Nora, Örebro, Askersund, Wisby, Kalmar och Karlshamn. — Anstalten har slutligen meddelat en mängd

upplysningar åt så väl in- som utländska myndigheter och enskilda personer.

Det *Naturhistoriska Riksmuseum* har fortfarande hållits tillgängligt för allmänheten alla Onsdagar och Lördagar kl. 12—2 och Söndagar kl. 1—3 på dagen. Tillträdet har såsom tillförene varit afgiftsfritt, undantagandes om Lördagarne, då en afgift af 25 öre för person erlagts. På särskild derom framställd begäran har Museum fått besökas äfven på andra tider, isynnerhet af skolungdom under lärares ledning och undervisning.

Riksmusei *Mineralogiska afdelning* har äfven under det förflutna året varit i tillfälle att rikta sin skandinaviska samling med åtskilliga nya mineralfynd, ehuru ej af sådan betydenhet som under föregående år, enär de gamla berömda mineralfyndorterna i Filipstads bergslag, vid Ytterby nära Waxholm, i trakten af Falun, Brevig i Norge m. fl. för tillfället äro föga gifvande. Sålunda har för Museum förvärfvats stuffer af columbit från Harholmen i trakten af Orust, synnerligen vackra paramorfoser af bergkristall efter stora kristaller af calcit från Taberg i Wermland, en af Doktor HAMBERG närmare undersökt förekomst af calcit i ovanliga kristaller från trakten af Wisby, några ovanligt vackra kristaller af grön apatit från Gellivara, beryll från Orust, åtskilliga af Bergskonduktör IGELSTRÖM upptäckta egendomliga ehuru ännu alltför ofullständigt undersökta arseniater och antimoniater från Sjögrufvan. Af utländska mineral hafva ej obetydliga sviter uppköpts dels af utländska mineralhandlare och dels af Herrar HAMBERG och FLINK. Bland dessa må här särskildt nämnas ett nytt thalliummineral, Lorandit, från Allchar i Macedonien. Bland andra till deras sammansättning eller i systematiskt hänseende märkliga mineral, som under året inköpts, må äfven nämnas Boteit, Cumengit, Kylindrit, Sulfoborit, Whewellit m. fl. — Intendenten för afdelningen har för fortsättning af undersökningen af askans sammansättning i bituminösa ämnen från våra kristalliniska och äldsta sedimentära bergarter låtit insamla bituminösa mineral från ett stort antal inhemska fyndorter, och pågår undersökningen af dessa

oansenliga men i geogenetiskt och möjligen äfven i tekniskt hänseende vigtiga mineral fortfarande på afdelningens laboratorium. — För några år sedan trodde sig en Fransk resande, Mr. RABOT, hafva i en hufvudsakligast af granat bestående sand från en elf i Finmarken funnit små, nästan mikroskopiska kristaller af diamant. Ett dylikt fynd hade haft en mycket stor betydelse för hela det nordeuropeiska urbergsområdets mineralogi. Det ifrågavarande fyndstället besöktes under en resa till Finmarken sistlidne sommar af afdelningens Assistent G. LINDSTRÖM, som derifrån hemförde rikliga profver af den sand, i hvilken diamanterna skulle hafva blifvit upptäckta. Sanden har efter hemkomsten pröfvats utan att det ringaste spår kunnat upptäckas af den dyrbara ädelstenen. — Meteoritsamlingen har under året ökats med meteoriter från Aleppo och Mac Kinney, Collen C:o, Texas. — Bland under året till afdelningen lemnade skänker må nämnas en vacker kristall af beryll från Orust, skänkt af Ingeniör P. WISTRAND, en rik samling af bergartsprof från Sydafrikas diamant- och guldförande formationer, förärad af Doktor E. HOLUB i Wien, asfaltprofver från Trinidad lemnade af Konsul C. SCHÖNER, en suit Beauxit från franska fyndorter, det numera vigtigaste råmaterialet för aluminium och lerjordsindustrien, skänkta jemte några andra märkliga mineral af Mr. LACROIX i Paris. — En samling af förnämligast inhemska mineral har blifvit från dublettförrådet öfverlemnad till Stockholms arbetareinstitut, hvarjemte från Musei samlingar undersökningsmaterial blifvit tillhandahållet flere inländska forskare.

Riksmusei *Botaniska afdelning* har under året vunnit betydlig förkofran såväl genom skänker som genom köp och byten. Akademien har till Afdelningen låtit öfverlemna de växtsamlingar, som Docenterne JUEL och MURBECK samt Doktorerne GREVILLIUS och JUNGNER, hvilka af Akademien åtnjutit reseunderstöd, enligt föreskrift aflemnat. Bland öfriga gåfvor må främst nämnas framlidne Lektor K. F. THEDENII' rika och värdefulla herbarium, som förärats Museum af Apothekaren C. G. H. THEDENIUS. Doktor G. TISELIUS har skänkt 1:sta fascikeln af sitt vackra

exsiccatverk »Potamogetones suecici exsiccati», Alger hafva erhållits af Doktor HOLUB i Wien och Fru WEBER VAN BOSSE i Amsterdam; svampar af Landtbruksinspektör A. LYTTKENS; lafvar af Doktor F. ARNOLD i München; fanerogamer af Lektor E. ADLERZ, Rektor S. ALMQVIST, Docent G. ANDERSSON, Professor D. ANISITS i Asuncion, Kyrkoherden O. G. BLOMBERG, Öfverkontrollör P. G. BORÉN, Kamrer C. H. BRANDEL, Grefve G. O. CRONHJELM, Kandidat B. F. CÖSTER, Amanuens H. DAHLSTEDT, Lektor K. F. DUSÉN, Kyrkoherden S. J. ENANDER, Kandidat G. FRÖDING, Hofkamrer H. HAFSTRÖM, Pastor O. HAGSTRÖM, Kassör G. HOFGREN, Professor E. HULTH i Frankfurt a. O., Docent H. P. JUEL, Lektor S. J. KARDELL, Doktor G. KÜKENTHAL, Baron F. VON MUELLER i Melbourne, Professor N. W. NETZEL, Student W. NORDENFELT, Adjunkt P. OLSSON, Apothekare J. PERSSON, Lektor C. O. VON PORAT, Häradshöfding C. O. SCHLYTER, Telegrafkommissarien F. SVANLUND, Farmaceut N. SVENSSON och Kyrkoherden A. TORSSANDER. Morfologiska föremål hafva skänkts af Herrar HEILBORN, KNUTSON och WALDAU (från Kamerun), Doktor HOLUB (från Syd-Afrika), Kamrer G. LINDBERG, Baron F. VON MUELLER, Friherre A. E. NORDENSKIÖLD och Friherre C. SKOGMAN. Bland de samlingar, som genom köp förvärfvats, må i främsta rummet nämnas framlidne Professor R. F. FRISTEDTS värderika herbarium.

Vidare må anföras exsiccatverken A. COLLIER: »Flora silesiaca exsiccata» III, H. DAHLSTEDT: »Herbarium Hieraciorum Scandinaviæ» VI—VII, E. M. HOLMES: »Algæ Britannicæ rariores exsiccatæ» VII, C. G. PRINGLE: »Herbarium mexicanum» 1893, A. REHMAN et E. WOLOSZCZAK: »Flora polonica exsiccata» II—III, och H. SIEGFRIED: »Potentillæ exsiccatæ» V. Genom köp hafva ytterligare förvärfvats skandinaviska lafvar af Doktor P. J. HELLBOM, svampar från Kamerun af Ingeniör P. DUSÉN, fanerogamer från Minnesota af Professor MAC MILLAN samt skandinaviska alger och fanerogamer af »Floras vänner» i Stockholm.

Genom byte hafva erhållits alger af universitetets i Köpenhamn botaniska museum, »Cryptogamæ exsiccatæ. I» af natur-

historiska hofmuseum i Wien, fanerogamer från extraeuropeiska länder af universitetets i Berlin botaniska museum, ungerska fanerogamer från National-museum i Budapest, norska fanerogamer af universitetets i Kristania botaniska museum, samt vestindiska fanerogamer af Professor I. URBAN i Berlin.

Delar af de skandinaviska, allmänna och Regnellska herbarierna hafva för bearbetning varit utlånade till specialister i Sverige, Norge, Danmark, Finland, Tyskland, Holland och Belgien. — Vetenskapliga undersökningar hafva vid afdelningen blifvit utförda, utom af Intendenten sjelf, af Rektor S. ALMQVIST, Docent G. ANDERSSON, Kamrer C. H. BRANDEL, Professor H. CONWENTZ från Danzig, Amanuenserne F. AHLVENGREN, H. DAHLSTEDT och O. EKSTAM, Licentiat A. J. GREVILLIUS, Hofkamrer O. H. HAFSTRÖM, Doktor P. J. HELLBOM, Jägmästare R. HERLIN från Finland, Student H. HESSELMAN, Adjunkt K. JOHANSSON, Doktor R. JUNGNER, Adjunkt T. O. B. KROK, Magister H. LINDBERG från Helsingfors, Lektor C. A. M. LINDMAN, Amanuens G. O. MALME, Doktor K. O. STENSTRÖM, Telegrafkommissarie F. SVANLUND och Kyrkoherde A. TORSSANDER.

Akademiens Regnellska stipendiater Lektor LINDMAN och Doktor MALME hafva återkommit från sin två års långa forskningsresa i Brasilien och Paraguay samt derifrån medfört särdeles vackra och rika samlingar af kryptogamer såväl som fanerogamer, hvilka för närvarande äro under ordnande. — Såsom Regnellsk Amanuens har sedan årets början Doktor G. O. MALME tjenstgjort.

Vid Riksmusei *Vertebrat-afdelning* har den skandinaviska fisksamlingen genomgått fullständig omordning, så att de till förevisning utställda exemplarens antal betydligt förminskats till vinnande af en lättare öfversigt af arterna, och de utgallrade fiskarne blifvit öfverflyttade till den magasinerade samlingen, hvarest de äro bättre skyddade mot ljusets inverkan. Vid denna anordning har den i hela museum rådande bristen på utrymme gjort sig ännu mera känbar än förut, och största delen af de sålunda magasinerade fiskarne har måst inrymmas å en vind,

der den skadliga inverkan af temperaturvexlingar tyvärr ej kan undvikas. Bland öfriga vid Afdelningen utförda arbeten må nämnas, att ett stort hvalskelett af Balænoptera borealis, inköpt från Norge och under förra året renprepareradt, blifvit i hvalmuseet inordnadt. Dessutom äro alla förberedelser gjorda för uppsättningen af ett annat lika stort hvalskelett, af Megaptera boops. — Afdelningen har under året varit med skänker ihågkommen af H. M. KONUNGEN, som täckts öfverlemna en till Honom förärad fogelsamling från Borneo. Den Afrikanske resanden Doktor HOLUB har skänkt en mycket stor samling af uppstoppade exemplar, skelettdelar och spritexemplar af vertebrater, från hans resor i södra Afrika. Jägmästaren E. NILSSON har öfverlemnat de vertebrater, hvilka han insamlat under en Grönlandsfärd. Kapten C. A. LARSEN har skänkt åtskilliga värdefulla skäldjur från antarktiska trakter. Af Sjökapten J. G. HÖGBERG har afdelningen mottagit en rik samling af vertebrater från hans resor under de senaste åren. Likaså har Sjökapten J. MEIJER öfverlemnat en ganska talrik fisksamling från skilda trakter af Atlanten. Dessutom har afdelningen att med tacksamhet erinra om gåfvor från Jägmästaren H. SAMZELIUS, Öfverkontrollör P. G. BORÉN, Herr C. WIKSTRÖM, Herr J. FISCHIER, Löjtnant A. CARLSSON, Baron G. C. CEDERSTRÖM och fogelhandlaren C. TIBERG.

Riksmusei *Etnografiska samlingar* hafva, såsom under flera föregående år, varit i två skilda lokaler fördelade, den ena delen förvarad och utställd i åbyggnaderna i qvarteret Grönlandet Södra, och den andra delen, den s. k. Vanadis-samlingen, inrymd i en förhyrd lägenhet 4 trappor upp i huset N:o 30 vid Kungsgatan. Åt båda dessa afdelningar har Professor G. RETZIUS, som är en af Inspectores för hithörande afdelning af Riksmuseum, egnat sin stora sakkunskap och ett det frikostigaste intresse. Den förra afdelningen har under årst riktats genom värdefulla gåfvor af Doktor E. HOLUB med 65 föremål från sydöstra Afrika, af Jägmästaren K. A. CARLSSON med 16 föremål från södra Afrika, af Kapten J. MEIJER, Kammarherre CEDER-

CRANTZ, Herr H. WAHLBERG m. fl. Hithörande samlingar hafva under året blifvit omordnade och derför ett antal glasskåp anskaffats, i hvilka de ömtåligaste föremålen blifvit till deras skyddande mot damm inflyttade. Omordnandet har egt rum i samråd med deruti särskildt sakkunniga personer. Derjemte har början gjorts till upprättande af en för de besökande afsedd katalog. — Den senare afdelningen har jemväl undergått flera omfattande förändringar i afseende på uppställning och vård. Sålunda hafva äfven här åtgärder blifvit vidtagna för skyddande af ömtåligare och dyrbarare föremål mot damm och besökandes vidrörande genom anskaffande af nya glasskåp och befintliga öppna skåps förseende med glasdörrar. Flera värdefulla föremål hafva under året tillkommit, bland hvilka må nämnas 44 föremål från Java, insamlade af Doktor JACOBS och öfverlemnade af H. M. KONUNGEN, 40 föremål från olika länder, förärade af Prins BERNADOTTE, 88 afgjutningar af föremål från Sydamerika, skänkta af Juveleraren P. TELGE i Berlin, modell af ett gammalt centralamerikanskt tempel, öfverlemnad af Doktor C. BOVALLIUS, samt vidare gåfvor af Herrar P. S. PETTERSSON från Chicago och Herr H. GOUGH.

Riksmusei *afdelning för lägre Evertebrater* har under det förflutna året riktats såväl genom gåfvor som genom inköp och byten. Kapten J. MEIJER, som upprepade gånger hemsändt samlingar hopbragta under vidsträckta resor, har ånyo visat sitt intresse för naturvetenskapen och Riksmuseum genom att till afdelningen öfverlemna en rikhaltig samling hafsdjur och genom löftet att äfven under nu pågående resa i aflägsna farvatten hafva afdelningen i åtanke. Kapten I. G. HÖGBERG, som under en flerårig resa besökt vidt skilda trakter af jorden, har äfvenledes öfverlemnat en värderik samling intressanta djurformer, förvarade i öfver 100 flaskor och rör. Doktor E. HOLUB har såsom gåfva öfverlemnat en mängd djur insamlade under hans resor i syd- och central-Afrika, bland hvilka finnas en del intressanta parasitmaskar. Genom Friherre A. E. NORDENSKIÖLD har afdelningen fått mottaga några värdefulla djur från de ant-

arktiska hafven, hemförda af Kapten L. I. LARSEN, bland hvilka märkes en praktfull Astrophyton, en Serolis m. m. Jägmästaren E. NILSSON har öfverlemnat en synnerligen rik samling evertebrerade djur, tagna under hans färder i de arktiska farvattnen vester om Grönland, en samling som för Museum är af stort värde, alldenstund den till största delen är hopbragt norr om Cap York och från hafvet utefter N. Amerikas ishafskust. Slutligen har afdelningen blifvit ihågkommen med gåfvor af Doktor A. GOËS, Docenten O. CARLGREN och Docenten L. A. JÄGERSKIÖLD, hvilken senare öfverlemnat den intressanta parasitmasken Gastrodiscus polymastos från Egypten i flera exemplar. — Genom inlösen har afdelningen förvärfvat ett högst egendomligt kräftdjur, Sarcotaces arcticus, som lefver parasitiskt innanför huden hos Molva byrkelange, och som omhändertagits af Konservator C. A. HANSON. Genom byte med Upsala universitets zoologiska museum samt med Professor R. KOEHLER i Lyon har erhållits dels ett antal nya korallartade djur hörande till slägtet Spongodes, dels en samling Echinodermer från Frankrikes kuster. — För vetenskapliga undersökningar hafva suiter af samlingarne utlånats till Professorerna W. LILLJEBORG, A. WIRÉN och D. BERGENDAL, Filos. Licentiaten L. JOHANSSON, Filos. Kandidaterne O. HOLM, TH. EKMAN, H. WALLENGREN, N. G. LINDGREN och M. FLODERUS, Herr A. D'AILLY samt till Doktorerne H. I. HANSEN och H. POSSELT, de båda senare tjenstgörande vid universitetets i Köpenhamn zoologiska museum.

Arbetet med ordnande af afdelningens samlingar har oafbrutet fortgått. Vetenskapliga undersökningar hafva vid afdelningen utförts, utom af Intendenten sjelf, af Docenten C. AURIVILLIUS, hvilken i egenskap af Beskowsk stipendiat arbetat med exotiska kräftdjur, Docenten O. CARLGREN, Doktor C. A. WESTERLUND, Studeranden E. G. WRETLIND och Herr A. D'AILLY.

Den zoologiska stationen *Kristineberg* i Bohuslän har under sistlidne sommar för vetenskapliga undersökningar och studier varit begagnad, förutom af föreståndaren sjelf, af Professorerne T. TULLBERG och D. BERGENDAL, Docenterne C. AURIVILLIUS

och O. CARLGREN, Filos. Kandidaterne H. WALLENGREN, K. WIMAN, G. HEDSTRÖM, N. LINDGREN, I. ARWIDSSON, G. A. FALKENSTRÖM, H. G. SIMMONS, M. FLODERUS, O. HOLMQVIST, ULLA ROTHSTEIN samt Amanuensen G. GRÖNBERG och Fröken A. PALMQVIST. Suiter af under sommaren insamlade föremål, preparerade efter moderna metoder, delvis behandlade med det nya ämnet Formol, hafva kommit Riksmuseum tillgodo, och arbetsmaterial har öfverlemnats till de zootomiska laboratorierna vid rikets högskolor. — På ansökan af föreståndaren har styrelsen för *Lars Hiertas minne* ställt en summa af 2,000 kronor till stationens förfogande för anordnande af undersökningar öfver hafsfaunans sammansättning under olika årstider, öfver temperaturens inflytande på en del vigtigare former, öfver tiderna för djurens könsmognad m. fl. biologiska frågor af stor betydelse för vetenskapen och för stationens framtida verksamhet.

Riksmusei *Entomologiska afdelning* har under året såsom gåfvor fått mottaga en samling Hemiptera från A. MONTANDON i Bukarest, några spindeldjur från museum i Hamburg, diverse Coleoptera från L. PERINGUEY i Capstaden, den för Sverige nya Tribalium ferrugineum af Kapten C. GRILL och Ephestia Kühniella af G. HOFGREN, en större samling Lepidoptera från Central-Amerika af W. SCHAUS i Oxford, Hemiptera och Cassidider af GADMAN och LALNIN i London, Rheumatobatus Bergrathi af Inspektor F. MEINERT i Köpenhamn, några sällsynta afrikanska fjärilarter af Mr. GROSE-SMITH i London, Forficula Lesnei från P. LESNE i Paris, ett par arter af slägtet Phanæus från R. OBERTHÜR i Rennes, en stor och synnerligen värdefull samling af afrikanska Lepidoptera och Coleoptera från »Museum für Naturkunde» i Berlin, samt af Lektor C. A. M. LINDMAN en större samling insekter af alla ordningar från södra Brasilien. Genom inköp hafva åt Afdelningen förvärfvats några sällsyntare Lepidoptera och Hymenoptera från norra Sverige insamlade af J. RUDOLPHI, Coleoptera från Kamerun af Herr FRANKENBERG, en samling Hesperider, Bombycider och Curculionider från Java, diverse Coleoptera från alla verldsdelar af Doktor O. STAUDINGER,

några högnordiska insekter från Konservator J. SPORRE SCHNEIDER i Tromsö, en samling Latyrider från Madagascar af A. SIKORA derstädes samt några palæarktiska fjärilar från naturaliehandlaren M. JENSEN i Köpenhamn. — Större eller mindre samlingar af insekter och spindeldjur hafva för vetenskaplig granskning och bearbetning utlemnats till följande forskare i in- och utlandet: Doktor K. M. HELLER i Dresden, Mr. L. B. PROUT i London, M. A. MONTANDON i Bukarest, Kandidat Y. SJÖSTEDT i Upsala, Kandidat HJ. BORG dersammastädes, Mr CH. GAHAN i London, Rev. W. W. FOWLER i Lincoln England, Mr. L, PERINGUEY i Capstaden, Doktor A. LENNA i Florens, Professor KRÆPELIN i Hamburg och Inspektör F. MEINERT i Köpenhamn. För studier hafva afdelningens samlingar dessutom på platsen anlitats af Landtbruksstyrelsens Entomolog Herr S. LAMPA, Doktor E. HAGLUND, hvilken senare är sysselsatt med bearbetningen af de Hemiptera, hvilka Kandidat SJÖSTEDT hemfört från Kamerun, vidare af Häradshöfding J. HULTGREN, Lektor C. O. VON PORAT, Kapten C. GRILL m. fl. — Genom ett af Kongl. Maj:t anvisadt anslag af 830 kronor har det blifvit möjligt att i fyra af afdelningens sex rum uppföra läktare för uppställande af insektskåp, hvarigenom det förut till ytterlighet begränsade utrymmet för samlingarne vunnit en högst behöflig tillökning.

Riksmusei *Palæontologiska afdelning* har under året fått emottaga följande skänker: af Doktor G. ANDERSSON fossila land- och sötvattensmollusker från qvartära lager i Skåne och Norrland, af Studeranden J. G. ANDERSSON en samling undersiluriska ostracoder, af Ingeniör A. KNÖS fossila däggdjursben från en grotta vid Mentone, af Friherre A. E. NORDENSKIÖLD fossil från Dalarnes silur, af Professor HJ. THÉEL åtskilliga postpliocena fossil från Fiskebäckskil samt tertiärfossil från Wien, af Professor WITTROCK fossilförande siluriska kalkstenar funna lösa i jorden vid Bergielund, och af Kandidat O. W. WENNERSTEN tvänne större stuffer från Wisby. Genom inköp hafva samlingar förvärfvats från Italien, England, Nordamerika, Spetsbergen, Östergötland och Öland, samt två särdeles dyrbara

exemplar af en Cyathaspid fisk från Gotlands mergelskifferlager. — För vetenskapliga arbeten hafva samlingarne begagnats af Studeranden J. G. ANDERSSON, Professor CONWENTZ från Danzig, Licentiat H. HEDSTRÖM, Doktor G. HOLM, Doktor JACHEL från Berlin, Akademiker FR. SCHMIDT från St. Petersburg samt Kandidat C. WIMAN. — De hufvudsakligaste arbetena inom afdelningen hafva, utom det vanliga inordnandet och preparerandet af inkomna förvärf, bestått i ordnande af Graptolitsamlingen, som utförts af Doktor G. HOLM, samt likaledes af de utländska trilobiterna och undersiluriska ostracoderna genom Studeranden J. G. ANDERSSON. Vidare har det ännu icke afslutade ordnandet af den betydande samlingen nordiska qvartära och postpliocena fossil, af hvilka en ansenlig mängd öfverlemnats från Museets Evertebrat-Afdelning, tagit mycken tid och arbete i anspråk. Samlingen af de öfversiluriska svenska trilobiterna, som under de senaste åren vunnit stor tillväxt, har jemväl omordnats. Äfven hafva de vackra försteningarne från Novaja Semljas juraformation, insamlade under Friherre NORDENSKIÖLDS expedition 1874, underkastats ny granskning och omordnande.

Riksmusei *Afdelning för Arkegoniater och fossila växter* har under året fått mottaga flera värdefulla gåfvor, bland hvilka i första rummet må framhållas framlidne Lektor K. F. THEDENII mossamling, skänkt af Apothekaren H. THEDENIUS. I samband härmed må nämnas, att afdelningen genom en frikostig penningegåfva af Kammarrådet S. BORGSTRÖM kunnat anställa Magister H. LINDBERG från Helsingfors såsom extra biträde i och för ett tidsenligt ordnande af det skandinaviska mossherbariet.

Af öfriga gåfvor må anföras en större samling växtfossil från Grönland hopbragt genom förmedling af Jägmästaren E. NILSSON vid expeditionen till Björlings och Kallstenii uppsökande; fossilt trä och några mossor från antarktiska kontinenten af Kapten C. A. LARSEN, några växtfossil från Frankrike af Professorn Grefve SOLMS-LAUBACH i Strassburg, devoniska växtfossil af Herr J. PIEDBOEUF i Düsseldorf, ancyluslera med växtfossil från Viborg i Finland af Docenten G. HOLM, fossila hasselnötter från

Ångermanland af Jägmästare TH. ÖRTENBLAD, sandslipadt trä från Gotska Sandön af Docenten G. ANDERSSON, kottar af cembratallen af Baron F. LINDER på Svartå i Finland, diverse gåfvor af Intendenterne för Riksmusei palæontologiska och botaniska afdelningar Professorerne G. LINDSTRÖM och V. WITTROCK. Vidare har afdelningen riktats med qvartärfossil från de norrländska elfdalsaflagringar, hvilka på uppdrag af Intendenten blifvit undersökta af Docenten G. ANDERSSON med understöd från Letterstedtska donationsfonden. Dessutom har Akademien låtit till afdelningen öfverlämna de samlingar af qvartära växtfossil, som blifvit hopbragta af Docenten H. MUNTHE under med understöd af Akademien utförda resor, och likaledes har Intendenten till Afdelningen öfverlemnat de samlingar af qvartära växter, som han hopbragt under en med statsanslag utförd resa till Tyskland, af hvilka särskildt må nämnas originalsamlingen till den nyupptäckta glacialfloran vid Deuben i Sachsen.

Genom inköp har förvärfvats dels en större samling mossor från nordliga Sverige och Norge, dels qvartära växtfossil från olika delar af landet, och dels tertiära växter och fossila spår från Italien. — För vetenskapliga studier hafva samlingarne anlitats af Kammarrådet S. BORGSTRÖM, Professor V. WITTROCK, Doktor HAGEN och Prosten KAURIN från Norge, Professor J. FELIX i Leipzig och Doktor G. STENZEL i Breslau. — För att lära känna slamningsmetoden af växtförande leror samt den af Docenten G. ANDERSSON uppfunna slamningsmetoden af torf hafva på afdelningen arbetat: Assisten E. HENNING, Adjunkt K. JOHANSSON från Visby, Agronom G. E. STANGELAND från Norge, Forstmästare R. HERLIN och Magister H. LINDBERG från Finland, samt Doktor G. J. TANFILJEW från Petersburg.

De medel, som Akademien på grund af donationer under året haft till förfogande för främjande af vetenskapliga studier och forskningar, hafva i öfverensstämmelse med donatorernas ädla afsigter blifvit på följande sätt använda.

Årsräntan af den donation, som af H. M. Konung OSCAR II och några enskilda personer blifvit Akademien anförtrodd för anordnande af astronomiska föreläsningar i hufvudstaden, har öfverlemnats åt Akademiens Astronom, som fortfarande under året hållit dylika föreläsningar vid Stockholms Högskola.

Den *Letterstedtska* donationens ränta, som ännu under det förflutna året utgjort 9,000 kronor, har blifvit använd i enlighet med af donator lemnade föreskrifter. Sålunda har Letterstedtska resestipendiet, hvilket Akademien denna gång varit i tur att bortgifva för tekniska eller ingeniörsstudier, blifvit tilldeladt Ingeniören C. O. LILJEGREN med uppgift att i England, Tyskland och Frankrike samt, om tiden så medgifver, jemväl Nordamerikas förenta stater studera skeppsbyggeri och sjöångmaskinsteknik. — Det Letterstedtska priset för förtjenstfulla originalarbeten och vigtiga upptäckter har tillerkänts Professorn A. G. NATHORST för hans under sistlidet år utgifna arbete: »Sveriges geologi». — Det Letterstedtska priset för förtjenstfull öfversättning till svenska språket har Akademien låtit fördela i två lika pris, af hvilka det ena öfverlemnats åt Litteratören ALFRED JENSEN för hans under senare åren utgifna öfversättningar i bunden form från slaviska språken, hvaraf under sistlidet år utkommit ett öfversättningsarbete med titel: »Ur Böhmens moderna diktning», och det andra priset åt Lektorn JOHAN BERGMAN för hans öfversättning från latin af PRUDENTII kristna hymner. — De Letterstedtska räntemedlen för maktpåliggande undersökningar hafva blifvit ställda till förfogande af Doktor S. ARRHENIUS för jemförande studier öfver det inflytande, som höga tryck utöfva på i medicinskt och tekniskt hänseende vigtiga bakteriers lifsfunktioner samt på åtskilliga ferments verksamhet och på förloppet af så kallade katalytiska processer. — Utaf donationens årsränta hafva föreskrifna andelar blifvit öfverlemnade till Domkapitlet i Linköping för utdelande af belöningar åt förtjenta folkskollärare inom detta stift, till Pastorsembetet i Wallerstads församling af samma stift för utdelande af premier i församlingens folkskola, för bildande af ett sockenbibliotek m. m.,

äfvensom till Direktionen för Serafimer-Lasarettet i Stockholm för nödlidande sjuke resandes vård derstädes.

Letterstedtska Föreningens fonder, som äro ställda under Akademiens förvaltning, utgjorde vid 1894 års slut en sammanlagd summa af 664,735 kr. 31 öre, hvarförutom vid samma tid fanns en disponibel räntebehållning af 17,109 kr. 94 öre, som sedermera blifvit till Föreningens styrelse öfverlemnad.

Årsräntan af *Wallmarkska* donationen har Akademien låtit fördela i två lika lotter att såsom understöd tilldelas dels Fysiske Laboratorn vid Upsala universitet K. ÅNGSTRÖM för fortsatta undersökningar öfver det strålande värmet, och dels Professorn P. G. ROSÉN för utförande af pendeliakttagelser å åtskilliga orter inom landet.

Den *Edlundska* belöningen har Akademien låtit lika fördela mellan Lektorn vid Chalmerska slöjdskolan i Göteborg H. G. SÖDERBAUM och Docenten P. W. ABENIUS för deras vackra inlägg i den kemiska vetenskapen genom upptäckten af formoiner och tetraketoner, studiet af deras reaktionsförhållanden och uppvisande af tautomera omlagringar inom formoinmolekylen.

Den *Fernerska* belöningen har tilldelats Professorn P. G. ROSÉN för hans i Akademiens Handlingar införda afhandling: »Telegraphische Längenbestimmungen zwischen Lund, Göteborg, Hernö und Torneå».

Den *Flormanska* belöningen har tillerkänts Medicine Kandidaten O. A. ANDERSSON för hans under året utgifna arbete: »Zur Kenntniss der Morphologíe der Schutzdrüse».

Den *Lindbomska* belöningen har Akademien denna gång icke funnit tillräcklig anledning att bortgifva, utan kommer årets ränta å donationskapitalet att användas till dettas förökande.

Det *Beskowska* stipendiet har tilldelats Docenten O. CARLGREN med uppgift att vid Riksmusei afdelning för lägre Evertebrater fortsätta och afsluta förut påbörjadt bearbetande af museets samling af af Nordiska Actinier äfvensom eventuelt af de exotiska formerna inom samma djurgrupp.

Scheelefondens räntemedel hafva anvisats åt Filos. Licentiaten N. A. LANGLET såsom bidrag för fortsatta undersökningar om Azthinföreningar.

Af *Regnells zoologiska gåfvomedel* har Akademien anvisat följande understöd:

till Professor HJ. THÉELS förfogande 500 kronor för upprätthållande af den vetenskapliga verksamheten vid Kristinebergs zoologiska station;

till Professor CHR. AURIVILLII förfogande 500 kronor för användande af vetenskapligt biträde vid Riksmusei Entomologiska afdelning;

åt Docenten CARL AURIVILLIUS 300 kronor för idkande af studier öfver hafsmolluskernas utveckling och tillväxtförändringar;

åt Läroverkskollega W. E. ENGHOLM 400 kronor för att vid Riksmuseum bearbeta den af honom hopbragta samling foglar från sjön Tåkern i Östergötland; och

åt Filos. Kandidaten S. BENGTZON 270 kronor för att vid Riksmuseum studera och bearbeta dess samling af Braconider.

För utförande af resor inom landet i ändamål att undersöka dess naturförhållanden har Akademien anvisat följande understöd:

åt Filos. Licentiaten F. E. AHLFVENGREN 200 kronor för växtfysiognomiska undersökningar i Jemtlands fjelltrakter;

åt Docenten J. F. HEDLUND 175 kronor för att i södra och vestra Sverige fortsätta och afsluta sina studier öfver landets odlade träd och buskar;

åt Filos. Doktorn J. ERIKSSON 175 kronor för studier på Gotland, Öland och i östra Skåne af xerofila växters biologi och anatomi;

åt Amanuensen G. O. MALME 100 kronor för biologiska lichenstudier i sydvestra Södermanland och östra Östergötland;

åt Docenten G. ANDERSSON 200 kronor för att inom Dalelfvens och möjligen äfven Klarelfvens floddal undersöka qvartäraflagringar med särskild hänsyn till deras fossil;

åt Docenten H. MUNTHE 150 kronor för undersökningar öfver sänkta strand- och supramarina aflagringar på Gotland;

åt Kandidaten O. HOLMQVIST 150 kronor för att vid Kristinebergs zoologiska station undersöka anatomien af fiskarnes respirationsorgan äfvensom sidoliniens byggnad; och

åt Amanuensen G. GRÖNBERG 150 kronor för att vid Kristineberg fortsätta påbörjade studier öfver Sveriges hybrider.

Statsanslaget till instrumentmakeriernas uppmuntran har Akademien låtit lika fördela mellan mathematiska och fysiska instrumentmakarne P. M. SÖRENSEN och G. SÖRENSEN.

Den minnespenning, som Akademien till denna sin högtidsdag låtit prägla, är egnad åt minnet af hennes framlidne ledamot, Presidenten i Kongl. Kommers-Kollegium Friherre CARL DAVID SKOGMAN.

Genom döden har Akademien bland sina svenska och norska ledamöter förlorat Öfverläkaren vid Lungegårdshospitalet i Bergen Doktor DANIEL CORNELIUS DANIELSEN, samt bland sina utländska ledamöter Professorn i kemi vid universitetet i Genève JEAN CHARLES MARIGNAC, Professorn i statskunskap vid universitetet i Leipzig WILHELM ROSCHER, Professorn i fysik vid universitetet i Berlin HERMAN LUDVIG FERDINAND VON HELMHOLTZ, Professorn i botanik vid universitetet i Jena NATHAN PRINGSHEIM och Ryske Mathematikern och Akademikern PAFNUTIJ TSCHEBYSCHEW.

Med sitt samfund har Akademien deremot såsom nya ledamöter förenat, inom landet Professorn i syfilidologi vid Karolinska Mediko-kirurgiska Institutet ERNST LUDVIG WILHELM ÖDMANSSON och Fabriksdisponenten ROBERT ALMSTRÖM; samt i utlandet Professorn i fysik vid Johns Hopkins universitet i Baltimore HENRY ROWLAND, Professorn i medicinsk klinik vid universitetet i Helsingfors JOHAN WILHELM RUNEBERG, Professorn i organisk kemi vid universitetet i Paris CHARLES FRIEDEL, Professorn i statistik vid Collège de France i Paris PIERRE EMIL LEVASSEUR, Professorn i botanik vid universitetet i Strassburg Grefve HERMANN SOLMS-LAUBACH, och Professorn i fysiologi och histologi vid universitetet i Breslau RUDOLF PETER HEINRICH HEIDENHAIN.

Stockholm 1895. Kungl. Boktryckeriet.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 52. 1895. № 5.

Onsdagen den 8 Maj.

INNEHÅLL:

Tillkännagafs, att Akademiens utländska ledamöter: Professorn vid universitetet i New Haven (Nordamerika) JAMES DWIGHT DANA, och Professorn vid universitetet i Leipzig CARL FRIEDRICH WILHELM LUDWIG med döden afgått.

Med anledning af från Kongl. Ecklesiastik Departementet erhållen remiss å en genom härvarande Nederländske Minister framförd inbjudning till deltagande från Sveriges sida i en zoologisk kongress i Leyden afgåfvo Herrar SMITT och THÉEL infordradt utlåtande, som af Akademien godkändes.

På tillstyrkan af komiterade antogos följande afhandlingar till införande i Bihanget till Akademiens Handlingar: 1:o) »Discomyceten-Studien» af Docenten K. STARBÄCK, 2:o) »Ueber amito-

tische Kerntheilung im Keimbläschen des Igeleies», af Filos. Kandidaten M. FLODERUS, 3:o) »Iakttagelser under en ballongfärd den 29 November 1894» af Öfveringeniör S. A. ANDRÉE.

Herr KLASON meddelade resultaten af sina undersökningar öfver platinaföreningars konstitution och öfverlemnade följande derom handlande uppsatser: 1:o) »Ueber die Constitution der Platinverbindungen»;* 2:o) »Ueber die Platinammoniakdipyridinverbindungen»; * 3:o) »Beiträge zur Kenntniss der Platinaethylsulfidverbindungen».*

Hr MITTAG-LEFFLER meddelade en uppsats af eleven vid Stockholms Högskola S. WIGERT med titel: »Remarques sur le nombre des nombres premiers inférieurs à une quantité donnée».*

Sekreteraren öfverlemnade för offentliggörande följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Ueber die Gattung Gerardia Lac. Duth.» af Docenten O. CARLGREN; * 2:o) »Triazolföreningar, framstälda af aldehyder och dicyanfenylhydrazin. II» af Filos. Licentiaten P. J. HOLMQVIST.*

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

Stockholm. *Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Sveriges officiela statistik. 1 häft. 4:o.
— *Kongl. Biblioteket.*
Handlingar. 17 (1894). 8:o.
Lund. *K. Fysiografiska sällskapet.*
Handlingar. N. F. Bd 5 (1893/94). 4:o.
Baltimore. *Johns Hopkins university.*
Circulars. Vol. 14 (1895): N:o 116—118. 4:o.
Basel. *Naturforschende Gesellschaft.*
Verhandlungen. Bd 10: H. 3. 1895. 8:o.
Batavia. *Magnetical and meteorological observatory.*
Observations. Vol. 16 (1893). 4:o.
Rainfall in the East Indian archipelago. Year 15 (1893). 8:o.
Berlin. *K. Preussische geologische Landesanstalt.*
Jahrbuch. Bd 14 (1893). 8:o.
Bruxelles. *Société Belge de microscopie.*
Annales. T. 18: Fasc. 2; 19: 1. 1894, 95. 8:o.
Bulletin. Année 21 (1894/95): N:o 1—6. 8:o.

(Forts. å sid. 300.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 5.
Stockholm.

Ueber die Constitution der Platinverbindungen.

Von PETER KLASON.

[Mitgetheilt den 8. Mai 1895.]

Gelegentlich der Entdeckung des grünen Platinammoniaksalzes durch MAGNUS (1828) äusserte BERZELIUS [1]) die Vermuthung dass jenes ein »basisches Doppelsalz» wäre. Aber schon in der dritten Auflage seines Lehrbuches (1833) finden wir eine andere Meinung von ihm ausgesprochen, wonach die Metallammoniake Verbindungen des Metallsalzes mit Ammoniak waren, Verbindungen welche BERZELIUS zum Unterschied von den Ammoniumsalzen Ammoniaksalze nannte. Diesem Gedanken gab C. CLAUS [2]) später (1854) eine bestimmtere Form, wenn er sagte, dass Ammoniaksalze (Metallammoniaken) zur Unterschied von Ammoniumsalze das Ammoniak an das Metall »gepaart» haben.

Andere wieder betrachteten die Metallammoniake als Ammoniumsalze, worin das Metall Wasserstoff in Ammonium substituirt hatte. GRAHAM [3]) soll sich zuerst (1840) in diesem Sinne ausgesprochen haben.

Als nun Platintetraammoniakverbindungen durch die Untersuchungen von GROS und von REISET entdeckt wurden und dabei alle Merkmale der wahren Ammoniumsalze zeigten, wurden sie von BERZELIUS als zugleich Amide und Ammoniumsalze auf-

[1]) BERZELIUS, Jahr.-Ber. 1829 s. 161.
[2]) Beiträge zur Chemie der Platinmetalle. Dorpat 1854.
[3]) Elements of Chemistry. Vergl. JÖRGENSEN, Journ. pr. Chemie 1886, 489.

gefasst, ein Gedanke welchen er in der Weise zum Ausdruck brachte, dass er z. B. das Chlorid als Salmiak, worin das Ammonium mit Platinamid verbunden oder »gepaart» war, erklärt, und demnach ihm der Formel $(NH_2)_2Pt + 2NH_4Cl$ zuertheilt.

Von den Anhängern der Substitutionstheorie oder den »Metaleptikern», wie BERZELIUS sie nannte, äusserte sich zuerst HOFMANN [1]) (1851) so, dass die Platintetraammoniake vielleicht Ammoniumsalze waren, worin Wasserstoff so wohl durch Metall wie durch Ammonium ersetzt war. Dem Chlorid sollte nach dieser Anschauung die Formel $Pt(NH_2(NH_4)Cl)_2$ zukommen. Da diese Formel in unitarischer Sprache genau dasselbe ausdrückte wie BERZELIUS' Formel in dualisticher, weil sie dieselben näheren Radikalen oder Constituenten nämlich Amid und Ammonium angaben, so blieb eine kurze Zeit zwischen den beiden Schulen keine Meinungsverschiedenheit in der Sache, nur in der Form. Mittlerweile trat CLAUS [2]) (1852) gegen die Annahme eines Ammoniums als Vertreter des Wasserstoffs in Ammonium selbst auf und verfocht die Meinung, dass auch in den Metallammoniaksalzen sämmtliche Ammoniakmoleküle inaktiv an das Metall gepaart waren. WELTZIEN und SCHIFF wieder versuchten die von HOFMANN nur als Vermuthung geäusserte Meinung auch auf die noch höheren Cobaltammoniakbasen anzuwenden.

Um in dieser Verwirrung wieder Ordnung herbeizuführen brachte BOEDECKER [3]) in Erinnerung, dass die Möglichkeit auch vorlag, dass »das Metall in dem substituirende Ammonium sitzen konnte. Ebenso wie wir in den Platindiammoniaken ein Platammonium, $Pt(NH_3)_2$, haben, liegt in den Tetraammoniaken ein Ammoniumplatammonium, $Pt(NH_3NH_3)_2$, vor», dessen Chlorid also $Pt(NH_3NH_3Cl)_2$ wäre. Er zeigte weiter, dass diese Anschauung sich auch auf den höheren Metallammoniaken wie auch auf den Cyandoppelsalzen angewendet werden konnte, wo natürlich Triammonium, Tricyan vorlagen. Da diese Anschauung

[1]) Phil. Trans. 2, 357.

[2]) Journ. pr. Ch. 63, 80.

[3]) Ammoniak- und Ammoniumverb., Göttingen 1862; Ann. Chem. Pharm. 123, 56.

auch als Entwickelung der von GERHARDT [1]) aufgestellte Meinung, dass die Metallammoniake polymere Ammoniake waren, gelten konnte und sie zu dem sich nicht gegen den im Bälde hervortretende Atomwerth des Platins, wie es in den Verbindungen $Pt\,Cl_2$, $Pt\,Cl_4$, PtO und PtO_2 gegeben war, verstoss, war zu erwarten, dass sie ziemlich allgemeinen Beifall finden sollte. Dies war auch in der That der Fall aber erst nachdem BLOMSTRAND [2]) der Gedanke laut der in der Zwichenzeit enstandenen Strukturtheorie näher entwickelt und namentlich nachdem JÖRGENSEN [3]) (1886) gezeigt hatte, dass die Existenz von Platintetrapyridinverbindungen die Formel $Pt(NH_2\,(NH_4)\,Cl)_2$ unmöglich macht und dass die von BLOMSTRAND gegebene Constitution »die einzige war, welche mit ihrem ganzen Verhalten übereinstimmt».[4])

BLOMSTRAND nahm also ebenso wie BOEDECKER nicht nur ein Diammonium sondern auch ein Tri- ja sogar ein Tetraammonium an. Die Glieder waren nach Art der homologen Serien an einander »gepaart» dazu durch eine eigenthümliche Kraft des schwach positiven Metalles veranlasst. In derselben Weise nahm er in gewissen Doppelsalzen drei Nitrosyl, drei Chloratome, vier Cyan an, welche in derselben Weise an einander »gepaart» waren.

In angegebener Weise war es nun ermöglicht eine grosse Menge Verbindungen systematisch zusammenzustellen. Das ganze war freilich nur ein artifizielles System, welches dringend die Erhärtung durch eingehende Experimentaluntersuchungen forderte. Solche allein konnten es beleben, entwicklungsfähig machen. CLEVE [4]) und namentlich JÖRGENSEN [5]) haben sich diese Auf-

---

[1]) Ann. Chem. Pharm. 1850, 307.

[2]) Chemie d. Jetztzeit 1869, s. 280. Vergl. auch CLEVE: Ammoniakalische Platinverbindungen: Nova acta soc. scient. Ups. 1866, s. 115.

BLOMSTRAND stützt sich dabei freilich auf BERZELIUS, dessen »Formel, $Pt(NH_2NH_4Cl)_2$, mit Anwendung des Gesetzes der Sättigungscapacität offenbar $Pt(NH_3NH_3Cl)_2$ geschrieben werden muss.» BERZELIUS schrieb aber immer $(NH_2)_2\,Pt + 2NH_4\,Cl$. Diese Formel wurde zuerst von OTTO 1849 in seinem Lehrbuch der Chemie (2 Aufl. B. 2, s. 1338) in die von B. citirte Formel $Pt(NH_2NH_4Cl)_2$ verändert.

[3]) Journ. pr. Ch. 1886, 493.

[4]) Vet. Akad. Handl. Bd. 10, 1872.

[5]) Journ. pr. Ch. 1886 und mehrere and. Abhandlungen.

gabe vorgesetzt. Es lässt sich aber nicht läugnen, dass sie dabei *a priori* setzten was eigentlich *a posteriori* folgen sollte nämlich die zwei- resp. vierwerthigkeit des Platins. Das ist es eben was bewiesen werden soll und nicht als selbstverständlich dahingestellt werden kann. Wir haben ja doch nicht nur Platinchlorür, $Pt Cl_2$, und Platinchlorid, $Pt Cl_4$, sondern auch Wasserstoffplatinchlorür, $H_2 Pt Cl_4$, und Wasserstoffplatinchlorid, $H_2 Pt Cl_6$, und es ist schon deswegen klar, dass die leitenden Prinzipien zur Aufstellung des Atomwerthes, welche speziell beim Kohlenstoff schliesslich einen so einfachen Ausdruck fanden, wo eben Verbindungen von den zwei letzt erwähnten Typen vermisst werden, nicht hier maasgebend sein können. Man darf nicht vergessen dass erst eine sehr eingehende Kenntniss von zahlreichen Kohlenstoffverbindungen zur Aufstellung des Atomwerthes von diesem Elemente führte. Wie konnte man hoffen durch ein bequemeres Verfahren bei den übrigen Elementen sicher zum Ziele kommen?

Der Atomwerth eines Elementes ist doch schliesslich dasselbe wie sein ganzes chemisches Bindungsvermögen. Dass die von Jörgensen beobachteten Thatsachen bei den gemischten Platinammoniakpyridinverbindungen nur schwierig mit der von ihm vertheidigten Anschauung vereinbar sind, hat Werner[1]) in letzter Zeit gezeigt. Dieses neben anderen Thatsachen, welche nicht im Einklang mit obenstehenden Formeln sind, hat neben mehreren Umständen Werner veranlasst eine ganz neue Grundanschauung vorzulegen, wonach die Metallverbindungen überhaupt in der Art aufgebaut sind, dass rings um das Metall und in den Richtungen der Octaëderachsen bis zu sechs Molekülen (Ammoniak, Wasser etc.) resp. einwerthige Reste liegen können. Für die eigentlichen Salze liegen die positiven oder negativen Jonen ausserhalb dieser Sphäre und deren Anzahl ist gleich der Differenz der Valenz des Metallatoms und den einwerthigen Gruppen der ersten Sphäre. Vor allem hat aber Werner experimentell gezeigt dass die Platindiammoniakchlorüre obwohl sie nach Jör-

[1]) Zeitschrift anorg. Chemie 3. 267.

GENSEN Ammoniumsalze sind, nicht wie JÖRGENSEN behauptet hat sich als »quaternäre Ammoniumsalze» verhalten.

Mir scheint es nun, dass wenn man zu einer fester als bis jetzt begründeten Auffassung der Metallammoniakverbindungen gelangen will, es vor allem nöthig ist, dass für ein typisches hierhöriges Metall z. B. Platin sichere Beweise geliefert werden, dass in seinen höheren Ammoniakverbindungen wirklich Stickstoff an Stickstoff gebunden ist oder nicht. Diese Aufgabe hatte ich mir vorgesetzt schon vor dem Erscheinen des Aufsatzes von WERNER, habe sie aber dann liegen lassen. Da ich aber Thatsachen von wahrscheinlich theoretisch bedeutender Tragweite gefunden habe, habe ich sie wieder aufgenommen.

Zwar hat JÖRGENSEN versucht Beweise für die erste Auffassung der Platinammoniakverbindungen zu geben. WERNER hat aber gezeigt dass die von JÖRGENSEN vorgebrachten Thatsachen eben so gut für seine Auffassung sprechen, wenn man eine stereometrische Isomerie mitnehmen will, wogegen ja a priori nichts vorzubringen sein kann. Mittlerweile ist, so viel ich sehen kann, von WERNER noch keine Thatsache wenigstens bei den Platinverbindungen vorgebracht, welche die Auffassung von JÖRGENSEN ganz unmöglich macht und das muss doch schliesslich geschehen, falls eine definitive Entscheidung zur Stande kommen soll.

Nach der von JÖRGENSEN vertheidigten Anschauung giebt es nur ein Platinmonoammoniakchlorür:

$$Pt \begin{matrix} NH_3\,Cl \\ Cl \end{matrix} ;$$

zwei Platindiammoniakchlorüre:

$$1.\quad Pt \begin{matrix} NH_3\,NH_3\,Cl \\ Cl \end{matrix} ;$$

$$2.\quad Pt \begin{matrix} NH_3\,Cl \\ NH_3\,Cl \end{matrix} ;$$

ein Platintriammoniakchlorür:

$$Pt \begin{matrix} NH_3\,NH_3\,Cl \\ NH_3\,Cl \end{matrix} ..$$

Wie ich in dem experimentellen Theil zeigen will, giebt es aber thatsächlich wenigstens zwei Platintriammoniakchlorüre und in den Monoammoniaken kann auch Ammoniak zwei verschiedene Stellungen einnehmen. Die erwähnte Auffassung von JÖRGENSEN kann daher wenigstens für den Platinverbindungen nicht richtig sein.

Es kann nun bei Platin nichts anders erwartet werden als bei den übrigen Elementen, nämlich dass sämtliche seine Verbindungen Wiederholungen von wenigen Typen sind. Es kann nur die Frage sein, welche Platinverbindungen als typische gelten sollen? Wenn nun Platinchlorür, $PtCl_2$, und Platinchlorid, $PtCl_4$, sich der erwähnte Thatsache gemäss als zu eng erwiesen haben, so muss man zu Wasserstoffplatinchlorür, H_2PtCl_4, und Wasserstoffplatinchlorid, H_2PtCl_6, greifen. Hierin liegt nichts neues. Platin gehört ja sogar im System zu den achtwerthigen Elementen. Mehrere Verfasser[1]) haben auch für spezielle Fälle Formeln benutzt, welche sich auf die Achtwerthigkeit des Platins stützen, aber durchgeführt liegt diese Anschauung nicht vor, noch weniger entsprechende Experimentaluntersuchungen.

In der That können sämmtliche bekannte Platinverbindungen aus folgenden Typen entwickelt werden, wobei die erste Gruppe *Platoso-*, die zweite *Plato-*, die dritte *Platin-*verbindungen wenigstens vorläufig genannt werden können:

I.	II.	III.
Platosochlorür.	Wasserstoffplatochlorür.[2])	Wasserstoffplatinchlorür.
$PtCl_2$	$HPtCl_3$	H_2PtCl_4
Platosochlorid.	Wasserstoffplatochlorid.	Wasserstoffplatinchlorid.
$PtCl_4$	$HPtCl_5$	H_2PtCl_6

---

[1]) Vergleich MICHAËLIS: Handbuch der anorg. Ch. 1889.

[2]) Diese Verbindung $HPtCl_3 + 2H_2O$ entsteht nach L. F. NILSON (Chlorosalze des Platins: Acta Soc. scient. Ups. 1877, s. 46) beim Verdunsten des Wasserstoffplatinchlorürs in Vacuum. MICHAËLIS (loc. cit.) sieht hierin ein basisches Wasserstoffplatinchlorür, $H_2PtOHCl_3 + H_2O$, was a priori wenigstens keine Wahrscheinlichkeit hat.

Die entsprechenden Hydrate wären:

$Pt(OH)_2$ = Platosohydrat.

$(HO)_2 Pt(OH)_2$ = Hydroxyloplatosohydrat.

$H Pt(OH)_3$ = Wasserstoffplatonit, Platinigesäure.

$H(HO)_2 Pt(OH)_3$ = Wasserstoffhydroxyloplatonit, Hydroxyloplatinigesäure.

$H_2 Pt(OH)_4$ = Wasserstoffplatinat, Platinsäure.

$H_2 (HO)_2 Pt(OH)_4$ = Wasserstoffhydroxyloplatinat, Hydroxyloplatinsäure.

Ich habe in der Einleitung die Entwickelung der Ansichten über die Platinammoniakverbindungen dargestellt. In Strukturformeln bekommen sie folgenden Ausdruck:

a) Platindiammoniakchlorür:

$(NH_3)_2 Pt Cl_2$ (BERZELIUS, CLAUS);

$Pt(NH_3 Cl)_2$ (GRAHAM).

b) Platintetraammoniakchlorür:

$Pt(NH_2 (NH_4) Cl)_2$ (BERZELIUS, HOFMANN);

$(NH_3)_2 Pt Cl_2$ (CLAUS);

$Pt(NH_3 NH_3 Cl)_2$ (BOEDECKER, BLOMSTRAND, CLEVE, JÖRGENSEN).

Es giebt aber noch eine Möglichkeit die Sache bei den Tetraammoniaken strukturchemisch zu entwickeln. Man könnte sich darin den Platammonium von GRAHAM und HOFMANN, welcher mit Ammoniak nach den Ansichten von CLAUS »gepaart» wäre, denken. Sie wäre eine Combination der beiden Grundanschauungen über den Diammoniaken. Eine solche Auffassung war schon für CLAUS (a. a. o.) (1852) nicht fremd. Er acceptirte sie aber nicht. Sie führt zu folgender Strukturformel: $(NH_3)_2 Pt(NH_3 Cl)_2$, welche somit eine Anhydroverbindung von Ammoniumplatinhydratammoniumchlorür, $(NH_4)_2 Pt(OH)_2 (NH_3 Cl)_2$, wäre.

Meine Untersuchungen haben mich zur Wahrscheinlichkeit von eben dieser Auffassung geführt und weiter zu folgenden Formeln der wichtigsten Platinammoniakverbindungen, welche demnach als Derivate der Platinige- resp. Platinsäure aufzufassen sind.

$(NH_3)_2 Pt Cl_2$ = Ammoniakplatinchlorür (REISET's zweite chlorid);
$NH_3 Pt Cl NH_3 Cl$ = Ammoniakplatochloramminchlorür (PEYRONE's chlorid);
$(NH_3)_2 Pt(NH_3 Cl)_2$ = Ammoniakplatinamminchlorür (REISET's erste chlorid);
$H Pt Cl_2 NH_3 Cl$ = Wasserstoffplatodichloramminchlorür (Säure von COSSA); [1])
$H Pt Cl \begin{matrix} NH_3 Cl \\ H_2 O Cl \end{matrix}$ = Wasserstoffplatochloraminaquochlorür (Säure von mir dargestellt);
$(NH_3)_2 (Cl NH_3)_2 Pt(NH_3 Cl)_2$ = Ammoniakchloramminoplatinamminchlorid (Salz von DRECHSEL). [2])

Es ist eine auffallende Analogie zwischen Platinammoniak- und Schwefelsauerstoffverbindungen wie aus folgender Zusammenstellung hervorgeht, wobei a Ammoniak bedeutet:

$S H_2$	$Pt Cl_2$
$\left(S \begin{matrix} OH \\ H \end{matrix}\right)$	$\left(Pt \begin{matrix} a Cl \\ Cl \end{matrix}\right)$
$(S(OH)_2)$	$(Pt(a Cl)_2)$
$O SH_2$	$a Pt Cl_2$
$O S \begin{matrix} OH \\ H \end{matrix}$	$a Pt \begin{matrix} a Cl \\ Cl \end{matrix}$
$O S(OH)_2$	$a Pt(a Cl)_2$
$O_2 S H_2$	$a_2 Pt Cl_2$
$O_2 S \begin{matrix} OH \\ H \end{matrix}$	$a_2 Pt \begin{matrix} a Cl \\ Cl \end{matrix}$
$O_2 S(OH)_2$	$a_2 Pt(a Cl)_2$.

In das System können alle bekannten Platinverbindungen in ungezwungener Weise eingesetzt werden. Ich will dieses an folgenden Körpern zeigen, deren Auffassung Schwierigkeiten geboten hat.

---

[1]) Ber. Ber. 1890, 2503 vergl. auch WERNER (loc. cit. s. 280) wo ein hiergehöriges Pyridinsalz von ANDERSON erwähnt wird.

[2]) Journ. pr. Ch. 1882, s. 277.

Das von CLEVE [1]) dargestellte *Diplatosemidiamminanhydrochlorid*, $\begin{matrix} \text{Cl Pt NH}_3\text{ . NH}_3 \\ \Vert \\ \text{Cl Pt NH}_3\text{ . NH}_3 \end{matrix} \Big> \text{O}$, ist offenbar *Ammoniakplatoanhydroamminchlorür:*

$$\begin{matrix} \text{NH}_3\text{ Pt} \diagdown \\ \text{NH}_3\text{ Pt} \diagup \end{matrix} \text{O} \begin{matrix} -\text{NH}_3\text{ Cl} \\ -\text{NH}_3\text{ Cl} \end{matrix} .$$

Die ebenfalls von CLEVE [1]) dargestellte *Diplatinidiamminverbindung*, welche durch Einwirkung von Ammoniak auf Ammoniakjodoplatinamminnitrat entsteht, ist offenbar *Ammoniakjodimidoplatinanhydroamminnitrat*, $(NH_3)_2$. J NH Pt NH_3 NO_3, welches durch Salpetersäure in *Ammoniakjodoamidoplatinnitrataminnitrat*, $(NH_3)_2$. J NH_2 Pt NO_3 NH_3 NO_4, übergeht.

Das von E. VON MEYER [1]) näher untersuchte *Tetrachlorknallplatin* wäre *Wasserstoffchloroamidoplatinanhydrosäure*, H_2 Cl NH_2 Pt $O(OH)_2$.

Die von SÖDERBAUM [2]) entdeckten isomeren *Platooxalsäuren* wurden von ihm in folgender Weise geschrieben:

$$1.\quad \text{Pt} \begin{matrix} \text{O CO CO O CO CO O H} \\ \text{O H} \end{matrix} ;$$

$$2.\quad \text{Pt} \begin{matrix} \text{O CO CO O H} \\ \text{O CO CO O H} \end{matrix} .$$

WERNER (loc. cit.) fasst ihre Constitution stereometrisch:

$$1.\quad \begin{matrix} \text{H}_2\text{ O} \\ \text{H}_2\text{ O} \end{matrix} \text{ Pt } \begin{matrix} \text{O CO CO OH} \\ \text{O CO CO OH} \end{matrix} ;$$

$$2.\quad \begin{matrix} \text{HO CO CO O} \\ \text{H}_2\text{ O} \end{matrix} \text{ Pt } \begin{matrix} \text{H}_2\text{ O} \\ \text{O CO CO OH} \end{matrix} .$$

Diese Auffassung wird aber hinfällig, da wie SÖDERBAUM [3]) gezeigt hat, die Isomerie auch ohne das Krystallwasser besteht. Nach obenstehender Auffassung wären sie Derivate der Platinsäure, aus welcher sie auch direkt dargestellt worden sind, nämlich *Wasserstoffplatinoxalsäureanhydrid*, $H_2\,Pt\begin{pmatrix} \text{O CO} \\ \text{O CO} \end{pmatrix}_2$ und eine

[1]) Vergl. MICHAËLIS: Handbuch d. Anorg. Ch. IV Abth.

[2]) Ber. Ber. 19, 203.

[3]) Zeitschrift anorg. Ch. 1894 s. 45.

polymere Form davon. Dass die eine Modification eine polymere Form der andere ausmacht ist eine Auffassung, welche SÖDERBAUM nicht fremd gewesen ist, da das ganze Verhalten der Verbindungen sehr dafür spricht.

G. WALLIN[1]) hat neulich eine Verbindung zwischen Glycocoll und Platin dargestellt, welche von ihm *Platoglycin* genannt worden ist und dessen Formel er in folgender Weise schreibt: $(H\,O\,CO\,CH_2\,NH)_2\,Pt$. Wenn diese Verbindung aetherificirt wird, kann sie als Aeter nicht existiren ohne dabei 2 mol. Chlorwasserstoff aufzunehmen, während das Platoglycin gegen Basen indifferent ist, aber leicht 2 mol. Chlorwasserstoff aufnimnt. Das ganze Verhalten dieser Verbindungen findet in folgenden Formeln seinen Ausdruck. Das chlorwasserstoffsaure Platoglycin ist *Glycinplatinchlorür*, $(H\,O\,CO\,CH_2\,NH_2)_2\,Pt\,Cl_2$, welches durch Alkohol in *Aethylglycinplatinchlorür*, $(C_2\,H_5\,O\,CO\,CH_2\,NH_2)_2\,Pt\,Cl_2$, übergeht. Das Platoglycin selbst wieder ist *Glycinplatinanhydrid*,

$$\begin{matrix} -\,CO\,CH_2\,NH_2 \\ -\,CO\,CH_2\,NH_2 \end{matrix}\!\!>\!Pt\!<\!\!\begin{matrix} O\,- \\ O\,- \end{matrix}\,.$$

Das von ZEISE[2]) und BIRNBAUM[3]) untersuchte *Aethylenplatinchlorür* ist offenbar *Platosoaethylenochlorid*, $C_2\,H_4\,Pt\,Cl_2$, welches mit Salzsäure *Wasserstoffaethylenoplatochlorid*, $H\,C_2\,H_4\,Pt\,Cl_3$, giebt, welches durch Ammoniak in *Ammoniakaethylenoplatochlorid*, $NH_3\,C_2\,H_4\,Pt\,Cl_2$, übergeführt wird.

Ebenso das von FOERSTER und MYLIUS[4]) in der letzten Zeit näher untersuchte *Kohlenoxydplatinchlorid* von SCHÜTZENBERGER, welches auch durch Salzsäure in *Wasserstoffkohlenoxydoplatochlorid*, $H\,CO\,Pt\,Cl_3$, übergeht, welches seinerseits in *Pyridinkohlenoxydoplatochlorid*, $C_5\,H_5\,NC_2\,H_4\,Pt\,Cl_2$, übergeführt werden konnte.

Dass das durch Metall ersetzbare Wasserstoff der Platinsäure direkt an dem Metalle sitzt, ist offenbar, da ja die Platinsäure-

[1]) Öfversigt af Vet. Akad. Förh. 1892 s. 21.
[2]) Berz. Jahr. Ber. 1827 s. 131.
[3]) Ann. Chem. Pharm. 145, 69.
[4]) Ber. Ber. 24, 2434, 3751.

Salzen direkt aus Wasserstoffplatinchlorid dargestellt werden. Das best bekannte von diesen Salzen, *Calciumchloroplatinat* $2CaO, Pt_2O_3Cl_2 + 7H_2O$ ist offenbar *Calciumchlorooxyplatinat*,

$$\begin{matrix} Ca\,Cl\,Pt \\ Ca\,Cl\,Pt \end{matrix} > O \begin{matrix} -(OH)_4 \\ -(OH_4) \end{matrix}.$$

Die oben gegebenen Formeln der Platinammoniakverbindungen sind Ausdrücke thatsächlich bestehender Isomerieverhältnisse, und sind in so fern von jeder theoretischen Auffassung unabhängig. Will man sie weiter entwickeln, muss man von der Ebene in den Raum gehen, wie WERNER gethan hat. Es fragt sich nun in wiefern die Thatsachen sich leicht und natürlich grade in die von ihm angenommene Octaëderform des Platinatoms einzwingen lassen.

Es ist zuerst klar, dass wenn man überhaupt in eine geometrische Anschauung übergehen will, solche Isomerien vorliegen müssen, welche nicht in anderer Weise klargelegt werden können, WERNER behauptet nun, dass geometrische Isomerie vorliegt:

1:o) in den beiden *Platooxalsäuren*,

2:o) in den beiden *Platodipyridindiammoniakchlorüren*,

3:o) in den beiden *Platodiammoniakchlorüren*.

Das in dem ersten Fall keine geometrische Isomerie vor Handen ist habe ich schon erwähnt und ist von SÖDERBAUM (loc. cit.) nachgewiesen.

Die Entwicklung von WERNER im zweiten Fall gründet sich auf die von JÖRGENSEN (loc. cit.) beobachtete Thatsaché, dass Ammoniakplatinchlorür mit Pyridin eine und dieselbe Verbindung giebt, wie Pyridinplatinchlorür mit Ammoniak. Diese Thatsache und einige analoge Fälle, wo Pyridin durch andere Ammin-basen ersetzt war, suchte JÖRGENSEN durch die Annahme zu erklären, dass die Ammoniakmoleküle kreutzweise in Complex auftreten. Diesen an und für sich wenig wahrscheinliche Verlauf der Dinge erklärt aber WERNER durch den Nachweis, dass die von JÖRGENSEN gefundenen Thatsachen eine klare Folgung seiner stereometrischen Anschauung sei, denn beide Verbindungen haben eine und dieselbe Formel:

$$Cl\left\{\begin{matrix} C_5H_5N \\ NH_3 \end{matrix}\right. Pt \left.\begin{matrix} NH_3 \\ C_5H_5N \end{matrix}\right\} Cl$$

je nachdem sie aus:

$$\begin{matrix} C_5H_5N \\ Cl \end{matrix} Pt \begin{matrix} Cl \\ C_5H_5N \end{matrix} + 2NH_3$$

oder aus:

$$\begin{matrix} NH_3 \\ Cl \end{matrix} Pt \begin{matrix} Cl \\ NH_3 \end{matrix} + 2C_5H_5N$$

dargestellt worden sind. Ebenso müssen die mit den erwähnten Diamminverbindungen geometrisch isomeren:

$$\begin{matrix} Cl \\ Cl \end{matrix} Pt \begin{matrix} NH_3 \\ NH_3 \end{matrix} \text{ und } \begin{matrix} Cl \\ Cl \end{matrix} Pt \begin{matrix} C_5H_5N \\ C_5H_5N \end{matrix}$$

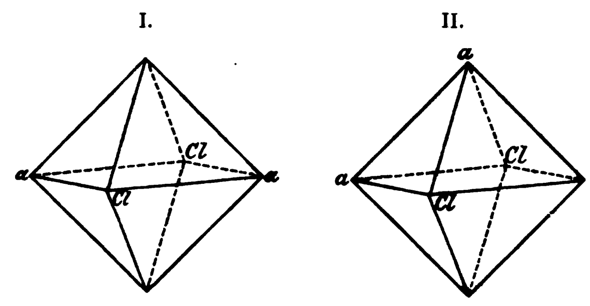
eine und dieselbe mit obenstehender Tetraminverbindung isomere:

$$Cl\left\{\begin{matrix} C_5H_5N \\ C_5H_5N \end{matrix}\right. Pt \left.\begin{matrix} NH_3 \\ NH_3 \end{matrix}\right\} Cl$$

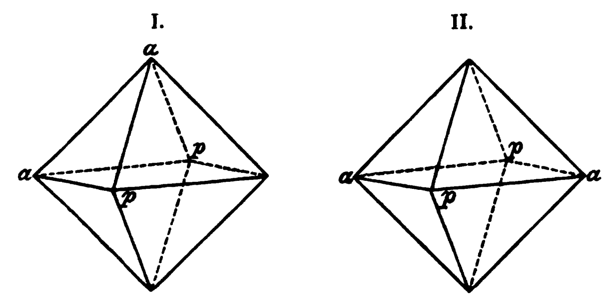
geben, was auch JÖRGENSEN festgestellt hatte.

Nun verhalten sich die Thatsachen im Grunde nicht so, wie JÖRGENSEN gefunden hat, dass nämlich Ammoniakplatinchlorür mit Pyridin eine und dieselbe Verbindung giebt, wie Pyridinplatinchlorür mit Ammoniak. Es verhält sich in der That gerade entgegengesetzt. Sie geben zwei verschiedene und jeder für sich wohl karakterisirten Verbindungen, nur muss man dann bei niedriger Temperatur arbeiten, weil bei höherer die erste Form in die zweite übergeht.

Die Auseinandersetzung von WERNER ist somit nicht mit den Thatsachen übereinstimmend. Man konnte sich freilich denken, dass die an Platin liegenden Molekülen und Atomen nicht nur in einem sondern in allen drei Hauptschnitten liegen. Es wären dann fünf Platindiamminchlorüre möglich, nämlich zwei mit diagonaler Stellung der Chloratome und drei mit Kantenstellung derselben. Die zwei Verbindungen mit diagonaler Stellung der Chloratome wären:



Den Thatsachen gemäss sollte die erste Form dem Pyridinplatinchlorür, die zweite dem in genau derselben Weise dargestellten Ammoniakplatinchlorur angehören. Mit Pyridin sollte die letzte Verbindung dann ein Platindiammindipyridinchlorür von der Form I geben, welche sich dann in die Form II umlagern würde:



Diese zweite Form spaltet nun sowohl Ammoniakplatinchlorür wie Pyridinplatinchlorür ab. Das in dieser Weise entstandene labile Ammoniakplatinchlorür würde sich dann wieder in die erst erwähnte stabile Form umlagern. Man kann sich weiter leicht überzeugen, dass die Sache noch grössere Schwierigkeiten hätte, wenn man annehmen wollte, dass Ammoniakplatinchlorür die Chloratome in Kantenstellung hätte.

Es liegt auf der Hand, dass die Sache sich viel einfacher erklären lässt, wenn man annehmen wollte, dass Ammoniakplatinchlorür und Pyridinplatinchlorür genau denselben geometrischen Bau (I) hätte, dass aber die daraus entstandene Platindiammindipyridinchlorür in der einen Form die Chloratome an Ammoniak, in der zweiten Form an Pyridin gebunden hätten. Dann ist aber die Isomerie keine geometrische.

WERNER bemerkt, dass die geometrische Isomerie des Ammoniakplatinchlorürs und Ammoniakplatochloramminchlorürs daraus deutlich hervorgeht, dass in beiden Verbindungen die Chloratome keine Jonen sind und in Folge davon beide direkt an Platin sitzen. Es ist auch eine allgemeine Annahme, welche schon sehr früh gemacht wurde, dass wenn ein Chloratom in den Metallammoniakverbindungen direkt an Metall sitzt, es nicht oder nur allmählig von Silbernitrat gefällt wird, auch kein Doppelsalz mit Kaliumplatinchlorür giebt und kein Chlorwasserstoff mit conc. Schwefelsäure entwickelt. Nun haben WERNER und MIOLATI[1]) gefunden dass während das aeqvivalente elektrische Leitungsvermögen des Platintetraammoniakchlorür etwa dasselbe wie dasjenige des Salmiakes ist, die Platindiammoniakchlorüre ein sehr viel niedrigeres Leitungsvermögen haben. Die meiner Meinung nach einzige völlig berechtigte Folgerung hieraus wäre, dass Platintetraammoniakchlorür chemisch dem Salmiak völlig an die Seite gestellt werden kann, was aber nicht der Fall sein kann mit den Platindiammoniakchlorüren. Ob WERNER und MIOLATI mit Recht sagen können, dass die Platindiammoniakchlorüre *keine* Elektrolyte sind, lasse ich dahin gestellt. Das Leitungsvermögen haben sie gefunden zu etwa 1,2—19 % von demjenigen des Salmiaks bei gleicher Verdünnung. Wenn man nun deswegen sagen wollte, dass sie keine Elektrolyte, keine Salze seien, so wäre das dasselbe, wie zu sagen, dass Quecksilberchlorid kein Elektrolyt, kein Salz sei, dass Essigsäure und die übrigen fetten Säuren, deren Leitungsvermögen ja sogar nur etwa 0,4 % von demjenigen der Salzsäure ist, keine Elektrolyte, keine wahren Säuren seien. Darauf kann gewiss kein Chemiker eingehen. Wenn ich WERNER und MIOLATI recht verstanden habe, hegen sie die Ansicht, dass nur diejenigen Körper als Elektrolyte aufzufassen sind, bei denen die elektrolytische Dissociation in Lösung vollständig oder nahezu vollständig ist. Zu dieser Annahme haben wir heute aber gar keine Veranlassung.

---

[1]) Zeitschrift f. Phys. Chemie 12, 35.

Die Ursache eines niedrigen Leitungsvermögens ist ja, wie ARRHENIUS gezeigt hat, eine geringe electrolytische Dissociation. Diese hängt, wie OSTWALD wieder nachgewiesen hat, sehr von den Substituenten ab. Ich gebe gern zu, dass es a priori wahrscheinlicher wäre, dass ein Körper mit der Formel $NH_3 Pt Cl NH_3 Cl$ ein grösseres Leitungsvermögen besitzen sollte als einer mit der Formel $(NH_3)_2 Pt Cl_2$. Wenn wir aber bedenken, dass die erste Verbindung eine substituirte Salmiak ist, dessen Substituent, $NH_3 Pt Cl$, die elektrolytische Dissociation wahrscheinlich erniedrigt, die zweite aber Platinchlorür, dessen Addend, $(NH_3)_2$, wahrscheinlich die elektrolytische Dissociation erhöht, so finden sich eigentlich gar keine Vergleichspunkte. Man kann, meiner Meinung nach, keine bestimmte Behauptung machen. Die Constitution muss erst festgestellt werden.

Gegen die geometrische Isomerie der beiden Platindiammoniakchlorüre spricht, dass sie sich so grundverschieden gegen Alkylsulfhydrate verhalten. Wenn man ein Chloratom gegen Thioaethyl ersetzt, so wird in PEYRONE's Chlorid das zweite Chloratom ionisirt, in REISET's zweitem Chlorid aber nicht. Wenn beide Chloratome gegen Thioaethyl ersetzt werden, bleibt im ersten Fall höchstens ein Mol. Ammoniak noch zurück. Im zweiten Fall bleiben aber alle beide Ammoniakmoleküle in dem Derivat stehen. Schliesslich ist in den entsprechenden Platinaethylsulfinverbindungen die eine Form entschieden ein Elektrolyt, die andere nicht oder kaum.

Es wäre allerdings dennoch eine Möglichkeit, dass die beiden Platindiammoniakchlorüre geometrisch isomer wären. Um diese Isomerie zur Anschauung zu bringen muss nothwendiger Weise ein Modell gewählt werden. WERNER hat zu Gunsten des Octaëders die Valenzlehre aufgegeben und kann dennoch nicht erklären, was er damit erklären wollte: das Krystallwasser, worauf man beim Durchsehen der Platinverbindungen Beispiele in Menge findet. Ich wähle daher lieber die doppelte hexagonale Pyramide oder das Rhomboëder. Man hätte dann sechs unter sich ähnliche Angriffspunkte und zwei davon verschiedene, was

der jetzigen Erfahrung wenigstens nicht wiederspricht. Die gegenseitige Lage der sechs ähnlichen Angriffspunkte könnte dann durch Benutzen einer reguliären sechseckigen Figur zur Anschauung gebracht werden. Denken wir uns dann die schon angedeutete Umlagerung von Ammoniakplatinpyridinchlorür in Pyridinplatinamminchlorür.

pCl
a a =
pCl

p
a Cl
Cl a
p

so ist leicht einzusehen, dass diese Umlagerung nicht bei nur einem Ammoniak und einem Pyridin vor sich gehen kann, ohne dass dieselbe Umlagerung auch bei den zwei anderen Gruppen vor sich geht, oder mit anderen Worten: die gemischten Tetraminverbindungen, welche aus Ammoniakplatin- und Ammoniakplataminverbindungen entstehen, können nicht in einander übergehen, was die Erfahrung auch bestätigt.

Man konnte nun in Uebereinstimmung hiermit annehmen, dass Ammoniakplatochloramminchlorür in zwei tautomeren Formen existirt:

I.
a
a
Cl
Cl

II.
a Cl
a
Cl

und ebenso Ammoniakplatinchlorür:

I.
Cl
a a
Cl

II.
a
Cl a
Cl

von welchen I. die krystallisirte Form vorstellen sollte, welche in Lösung theilweise in Form II. übergeht. Man könnte so eine geometrische Erklärung finden für die von WERNER und

MIOLATI gefundene allmähliche Steigerung des Leitungsvermögens, ein Verhältniss, welches auch bei den entsprechenden Platindiaethylsulfidverbindungen wiederkehrt. Unter geeigneten Bedingungen kann, wie schon erwähnt wurde, in Ammoniakplatochlorammінchlorür ein Chloratom durch Thioaethyl, $S\,C_2\,H_5$, ersetzt werden, wodurch ein sehr leichtlösliches Salz, welches auch auf ganz andere Weise erhalten werden kann, entsteht. Dieses giebt nun mit Kaliumplatinchlorür eine mit MAGNUS' grünem Salz analoge Verbindung, das Chlor wird auch augenblichlich von Silbernitrat gefällt, verhält sich mithin genau wie Platintetraammoniakchlorür. Entweder muss man annehmen, dass durch die Substitution von Chlor durch Thioaethyl der chemische Charakter (das elektrische Leitungsvermögen) verändert wird, oder es geht dabei Form I. in Form II. über.

Ich meinestheils lege kein besonderes Gewicht auf diese Erklärungsversuche. Sie können zu nichts Anderem dienen als zur Anleitung bei Experimentaluntersuchungen.

In den folgenden Abhandlungen werde ich einen Theil der experimentellen Grundlagen für die hier entwickelte Auffassung der Platinverbindungen niederlegen.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 282.)

Cambridge. *Philosophical society.*
Proceedings. Vol. 8: P. 4. 1895. 8:o.

Calcutta. *Geological survey of India.*
Records. Vol. 28 (1895): P. 1. 8:o.

Chambésy. *Herbier Boissier*
Bulletin. T. 3 (1895): N:o 2—3. 8:o.

Erfurt. *K. Akademie gemeinnütziger Wissenschaften.*
Jahrbücher. N. F. H. 21. 1895. 8:o.

Firenze. *R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento.*
Pubblicazioni. 8:o.
Sezione di filosofia e filologia. 22. 1889.
» » medicina e chirurgica. 11—12. 1889.
» » scienze fisiche e naturali. 15—16. 1889.

Genova. *Società Ligustica di scienze naturali e geografiche.*
Atti. Vol. 6: N:o 1. 1895. 8:o.

Göttingen. *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*
Nachrichten. Philol.-hist. Kl. 1895: H. 1. 8:o.

Harlem. *Société hollandaise des sciences.*
Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. 29(1895): L. 1. 8:o.

— *Fondation de P. Teyler van der Hulst.*
Archives du Musée Teyler. (2) Vol. 4: P. 3. 1894. 8:o.
Verhandelingen rakende den natuurlijken en geopenbaarden godsdienst. N. S. D. 15. 1895. 8:o.

Helsingfors. *Statistiska centralbyrån.*
Statistisk årsbok för Finland. Årg. 16 (1895). 8:o.

Houghton. *Michigan mining school.*
Catalogue. 1892—94. 8:o.

Ithaca. *Cornell university.*
Library bulletin. Vol. 3: N:o 8. 1895. 8:o.

Kiel. *Ministerialkommission zur Untersuchung der deutschen Meere.*
Ergebnisse der Beobachtungsstationen an den deutschen Küsten. Jahrg. 1893. tv.-fol.

Kjöbenhavn. *Naturhistorisk Forening.*
Videnskabelige Meddelelser. (5) Aarg. 6 (1894). 8:o.

Kristiania. *Departementet for det Indre.*
Temperaturmaalinger i Lofoten. 1891—92. 1894. 4:o.

Leipzig. *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Phil.-hist. Cl. Bd 15: N:o 2. 1895. 8:o.
» Math.-phys. Cl. Bd 21: N:o 6. 1895. 8:o.
Berichte. Phil.-hist. Cl. 1894: 2. 8:o.
» Math.-phys. Cl. 1894: 3. 8:o.

(Forts. å sid. 306.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 5.
Stockholm.

Ueber Platindiammoniakdipyridinverbindungen.

Von Peter Klason.

(Mitgetheilt den 8 Mai 1895.)

Nach Jörgensen [1]) entsteht beim Behandeln von Ammoniakplatochloramminchlorür, $NH_3\,Pt\,Cl\,NH_3\,Cl$, mit Pyridin und von Pyridinplatochlorpyridinchlorür mit Ammoniak eine und dieselbe gemischte Ammoniakpyridinverbindung. Diese gemischte Ammoniakpyridinverbindung giebt beim Kochen mit Säuren Ammoniakpyridinplatinchlorür $NH_3\,C_5\,H_5\,N\,Pt\,Cl_2$. Wurde in derselben Weise Ammoniakplatinchlorür, $(NH_3)_2\,Pt\,Cl_2$, mit Pyridin behandelt und Pyridinplatinchlorür mit Ammoniak behandelt, so entstand wider Erwarten eine und dieselbe gemischte Ammoniakpyridinverbindung, welche isomer mit der oben erwähnten war, und welche durch Kochen mit Säuren sowohl in Ammoniakplatinchlorür wie in Pyridinplatinchlorür überging. Jörgensen erklärt diese Thatsachen in folgender Weise. »Vereinigt sich Platosemidiamminchlorid, $Pt\begin{array}{l}\diagup a\,a\,Cl \\ \diagdown Cl\end{array}$, mit 2 Mol. subst. Ammoniak, 2s, so bildet sich $Pt\begin{array}{l}\diagup a\,a\,Cl \\ \diagdown s\,s\,Cl\end{array}$; nimmt das Salz $Pt\begin{array}{l}\diagup s\,s\,Cl \\ \diagdown Cl\end{array}$ 2 Mol. ammoniak auf, so entsteht $Pt\begin{array}{l}\diagup s\,s\,Cl \\ \diagdown a\,a\,Cl\end{array}$, folglich dieselbe Verbindung. Verliert letztere 2 Mol. Ammin, so geschieht es, indem aus Pt $\begin{array}{l} s\ \boxed{s}\ Cl \\ \boxed{a}\ a\ Cl\end{array}$ die zwei eingeklammerten oder die zwei nicht einge-

[1]) Journ. pr. Ch. 1886, s. 50 1.

klammerten Ammine weggehen. Es entsteht somit immer eine Verbindung, $Pt\Big\langle\begin{matrix} a\,Cl \\ s\,Cl \end{matrix}$, die Zwei verschiedene Ammine enthält.

Nimmt Platosamminclorid, $Pt\Big\langle\begin{matrix} a\,Cl \\ a\,Cl \end{matrix}$, 2s auf, so entsteht, indem die eintretenden Ammine den Platz der weggegangenen einnehmen, die Verbindung $Pt\Big\langle\begin{matrix} a\ \boxed{s}\ Cl \\ \boxed{s}\ a\ Cl \end{matrix}$; nimmt umgekehrt, $Pt\begin{matrix} s\,Cl \\ s\,Cl \end{matrix}$, 2a auf, so bilden sich in gleicher Weise das Salz $Pt\begin{matrix} s\ \boxed{a}\ Cl \\ \boxed{a}\ s\ Cl \end{matrix}$ mit dem vorigen identisch. Verliert eine solche Verbindung 2 Mol. Ammin, so geschieht es wieder so, dass die zwei eingeklammerten oder die zwei nicht eingeklammerten Ammine weggehen.»

Jörgensen nimmt somit eine Nothhypotese zu Hülfe, dass nämlich beim Uebergang einer Tetramin- in eine Diamminverbindung immer zwei Diamine kreuzweise austreten. Werner, [1]) welcher, wie mir scheint mit Recht, die Schwäche dieser Annahme hervorhebt, holt in den von Jörgensen gefundenen Thatsachen seine beste Stütze dafür, dass man hier stereochemisch-isomere Verbindungen vor sich hat, wie ich in voriger Abhandlung erwähnt habe.

Eine nahe liegende Vermuthung, welche von den genannten Verfassern nicht in Betrachtung gezogen ist, wäre, dass bei diesen Reaktionen Umlagerungen stattfinden können. Wäre dass der Fall, so könnte man vielleicht erwarten, dass wenn die Reaktion bei niedriger Temperatur verläuft, das Resultat anders werden würde. Das Experiment hat in der That diese Erwartung durchaus bestätigt.

Lässt man Pyridin auf Ammoniakplatinchlorür bei niedriger Temperatur (etwa 5°) mehrere Tage unter Zuhülfenahme eines Schüttelapparates einwirken und concentrirt darauf die Lösung

[1]) Zeitschrift Anorg. Chemie 3, 267.

im Vacuum, so krystallisirt allmählich beim Zusatz von Alkohol ein weisses Salz in kurzen mikroscopischen, flachen Nadeln aus. Dieses Salz ist *Ammoniakplatinpyridinchlorür*, $(NH_3)_2 Pt(C_5 H_5 N Cl)_2 + H_2 O$.

Das Salz verlor beim Erhitzen bis 108°, 3,73 % an Gewicht: ber. 3,78 % Wasser.

Bei 108°.		Ber.	Gef.
Pt	195	42,58	42,81.
Cl_2	71	15,50	15,30.

Das Salz hat somit genau dieselbe Zusammensetzung wie das von JÖRGENSEN dargestellte, aber es ist doch nicht damit identisch. Es ist erstens viel leichter löslich in Wasser (von dem isomeren Salz löst sich 1 Th. in 11,4 Th. Wasser von etwa 18°). Es krystallisirt nur langsam und unvollständig aus, wenn die concentrirte Lösung mit Alkohol versetzt wird, während das isomere sogleich herausfällt.

Wenn man wieder Pyridinplatinchlorür in genau derselben eben erwähnten Weise (niedrige Temperatur) behandelt, so erhält man das von JÖRGENSEN aus beiden Verbindungen dargestellte *Pyridinplatinamminchlorür* $(C_5 H_5 N)_2 Pt(NH_3 Cl)_2 + H_2 O$ mit genau den von ihm beschriebenen Eigenschaften.

Ammoniakplatinpyridinchlorür giebt:

1. Mit *Kaliumplatinchlorür:* allmählich auskrystallisirende Körner von unregelmässigem Umfang. Dieses Salz ist *Ammoniakplatinpyridinplatinchlorür* $(NH_3)_2 Pt(C_5 H_5 N)_2 Pt Cl_4$ (Pt gef. 54,01 % ber. 53,86 %).

2. Mit *Wasserstoffplatinchlorid:* sogleich ein gelbes krystallinisches Pulver.

3. Mit *Bromwasserstoffsäure:* einen körnigen Niederschlag.

4. Mit *Jodkalium* in der Kälte: gelbe Krystallkörner.

Pyridinplatinamminchlorur dagegen giebt:

1. Mit *Kaliumplatinchlorür:* feine lange verfilzte Nadeln aus Pyridinplatinaminplatinchlorür, $(C_5 H_5 N)_2 Pt(NH_3)_2 Pt Cl_4$, bestehend.

2. Mit *Wasserstoffplatinchlorid:* blassgelbe, farrenkrautähnliche Krystallaggregate.

3. Mit *Bromwasserstoffsäure:* weisse besenförmig angeordnete Nadeln.

4. Mit *Jodkalium* in der Kälte: weisse Nadeln, welche nicht Krystallaggregate bilden.

Die beiden Salze sind somit durchgängig von einander sehr verschieden. Durch die erwähnten Reaktionen war es auch leicht zu zeigen, dass das erhaltene Ammoniakplatinpyridinchlorür kaum von Spuren der isomeren Verbindung verunreinigt war. Bei 100° in trockenem Zustande geht es leicht und vollständig in das isomere über, und wenn man die wässrige Lösung auf dem Wasserbad erwärmt, kann man mit den erwähnten Reagentien den allmählich eintretenden Uebergang in das isomere Salz sehr schön verfolgen. Die vollständige Umwandlung geht jedoch nicht gar zu leicht von Statten. In der Regel habe ich daher auch etwas von dem Salz erhalten, wenn Ammoniakplatinchlorür mit wäserigem Pyridin in gelinder Wärme behandelt wurde. Es blieb dabei in der Mutterlauge beim Zusatz von Alkohol und konnte mit Kaliumplatinchlorür leicht als solches erkannt werden. Ich habe sogar das Salz in dieser Weise wenn auch in unreiner Form zuerst dargestellt.

Ammoniakplatinpyridinchlorür kann somit leicht in Pyridinplatinamminchlorür umgelagert werden, aber nicht umgekehrt. Ob die umgekehrte Umlagerung in wässriger Lösung vielleicht doch spurenweise vor sich geht, lasse ich dahingestellt, dass sie aber bei Anwesenheit von Salzsäure in der Wärme stattfindet, folgt aus dem Versuch von Jörgensen. Er erhielt dabei nämlich ein Gemisch von Pyridinplatinchlorür und Ammoniakplatinchlorür, die erste Verbindung in etwas grösserer Menge. Ich kann dies völlig bestätigen (Jörgensen erhielt ein Gemisch mit 49,53—50,06 % Platin, ich erhielt 51,12 % Platin).

Ob nun ähnliche Umlagerungen in den von Jörgensen erwähnten analogen Fällen, wo Pyridin gegen andere Amminbasen ersetzt war, constatirt werden können, wäre gewiss von Interesse

zu erfahren, für die Theorie hat es aber keine Bedeutung. Ich werde bei Gelegenheit zeigen, dass es Fälle giebt, wo eine ähnliche Umlagerung unzweifelhaft vor sich geht, ohne dass man, auch wenn die Reaktion bei niedriger Temperatur verläuft, die labile Form erhalten kann.

Die obenstehenden Versuche lehren, dass *wenn man die Constitution der Metallammoniake erforschen will, man mit sehr sanfter Hand eingreifen muss und ungeachtet dessen nicht sicher ist nicht irre geführt zu werden.*

Ich habe auch Ammoniakplatochloramminchlorür mit Pyridin und Pyridinplatochlorpyridinchlorür mit Ammoniak in der Kälte behandelt, habe aber noch kein sicheres Resultat bekommen können.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 300.)

London. *Lords commissioners of H. M. Treasury.*
The voyage of H. M. S. Challenger. A summary of the scientific results. P. 1—2. 1895. 4:o.
— *British association for the advancement of science.*
Report. Meeting 64 (1894). 8:o.
— *Entomological society.*
Transactions. 1894. 8:o.
— *Geological society.*
Quarterly journal. Vol. 51 (1895): P. 2. 8:o.
Geological literature added to the library. Year 1894: 2. 8:o.
— *R. Microscopical society.*
Journal. 1895: P. 2. 8:o.
— *Royal society.*
Proceedings. Vol. 57 (1895): N:o 343–344. 8:o.
— *Zoological society.*
Transactions. Vol. 13: P. 10. 1895. 4:o.
Proceedings. 1894: P. 4. 8:o.
Mexico. *Sociedad científica »Antonio Alzate».*
Memorias y revista. T. 8 (1894/95): N:o 1–2. 8:o.
Moscou. *Société imp. des naturalistes.*
Bulletin. 1894: N:o 4. 8:o.
München. *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Sitzungsberichte. Philos.-philol. u. hist Cl. 1894: H. 3. 8:o.
New York. *Lenox library.*
Annual report. 25 (1894). 8:o.
San Salvador. *Observatorio astronómico y meteorológico.*
1895. 4:o.
St. Petersburg. *Académie Imp. des sciences.*
Mémoires. (7) T. 42: N:o 12; (8) T. 1: N:o 1–8. 1894. 4:o.
Bulletin. (5) T. 2 (1895): N:o 2. 4:o.
— *Institut imp. de médecine expérimentale.*
Archives des sciences biologiques. T. 3: N:o 4. 1895. 4:o.
Stettin. *Entomologischer Verein.*
Stettiner entomologische Zeitung. Jahrg. 55 (1894): N:o 7–9. 8:o.
Sydney. *Geological survey of New South Wales.*
Memoirs. Palæontology. N:o 8. 1895. 4:o.
— *Linnean society of New South Wales.*
Proceedings. (2) Vol. 9: P. 3–4. 1894. 8:o.
— *Observatory.*
Results of rain, river, and evaporation observations made in New South Wales during 1893. 8:o.

(Forts. å sid. 348.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 5.
Stockholm.

Beiträge zur Kenntniss der Platinaethylsulfidverbindungen.

Von PETER KLASON.

[Mitgeteilt den 8 Mai 1895.]

Die Verbindung zwischen Platinchlorür (1 Mol.) und Aethylsulfid (2 Mol.) existirt in zwei isomeren Formen wie BLOMSTRAND [1]) vor einigen Jahren gezeigt hat. Er nimmt an, dass die zuerst durch Einwirkung von Aethylsulfid auf Kaliumplatinchlorürlösung entstehende Verbindung (α-Form) in ihrem Bau mit PEYRONE's Base übereinstimmt, also der Verbindung welcher unter ähnlichen Umständen bei Einwirkung von Ammoniak oder Ammoniakbasen auf Kaliumplatinchlorür entsteht. Die andere Form (β-Form) wurde erhalten mittelst derselben Methode, wodurch PEYRONE's Chlorid in REISET's zweites Chlorid übergeführt wird, also durch Schütteln der Verbindung mit Aethylsulfid und Wasser, aus welcher Lösung die β-Verbindung an der Luft sich allmählich ausschied. BLOMSTRAND giebt den Schmelzpunkt des α-Chlorids zu 81°, des β-Chlorids zu 106° an.

Da ich für später zu erwähnende Untersuchungen diese Verbindungen und zwar in ganz reiner Form brauchte, habe ich zunächst die α-Verbindung dargestellt. Hierbei stiess ich aber auf ganz unerwartete Schwierigkeiten. Sei es, dass ich die Verbindung bei niedriger oder bei höherer Temperatur darstellte,

[1]) Journ. pr. Ch. 1888, s. 352.

sie hatte keinen scharfen Schmelzpunkt und dieser variirte noch dazu erheblich. Ich schüttelte nun das Präparat wiederholt mit kaltem Alkohol und bestimmte jedesmal die in Lösung übergegangene Menge und machte zugleich Schmelzpunktbestimmungen des Rückstandes. Die Löslichkeit des Rückstandes nahm dabei ab, der Schmelzpunkt aber nahm zu, bis er den Schmelzpunkt der β-Verbindung erreichte. Eine krystallografische Untersuchung zeigte aber, dass keine β- sondern α-Verbindung vorlag, was darauf hindeuten würde, dass die beiden Isomeren denselben Schmelzpunkt haben. Das ist auch in der That der Fall und BLOMSTRANDS α-Verbindung war sehr mit β-Chlorid verunreinigt (etwa 20 %).

Als allein zweckmässiges Lösungsmittel bei dieser Trennung habe ich conc. Aldehyd oder ein Gemisch von etwa gleichen Volumina von reinem Aldehyd und Alkohol gefunden. Wenn man das bei gewöhnlicher Temperatur getrocknete und pulverisirte Rohmaterial (1 Th.) mit etwa 2 Th. Aldehydgemisch bei gelinder Wärme digerirt, so bleibt die α-Verbindung in nahezu reiner Form zurück, während ein Gemisch der α- und β-Verbindung in Lösung geht. Nach dem Verdunsten des Lösungsmittels bei gewöhnlicher Temperatur kann die β-Verbindung durch Schütteln mit Silbersulfat und Wasser in wasserlösliches Sulfat übergeführt werden, während die α-Verbindung dabei nur spurenweise angegriffen wird. Zweckmässiger wird aber das Gemisch auf reine β-Verbindung verarbeitet. Zu diesem Zweck versetzt man es mit der berechneten Menge Aethylsulfid, und darauf mit Wasser von etwa 80° zu und schüttelt, wobei das ganze schnell in Lösung geht. Die Lösung wird bei gewöhnlicher Temperatur verdunstet, wobei allmählich die β-Verbindung nahezu rein auskrystallisirt. Durch Aethylsulfid allein ohne Wasser kann die α-Verbindung nicht oder wenigstens nur theilweise in β-Verbindung übergeführt werden.

Beide Formen sind bei etwa 60° leicht löslich in Aldehydalkohol und beim Erkalten krystallisirt der grösste Theil wieder aus. In ganz trockener Form sind beide Formen zwar beständig

bis der Schmelzpunkt 108° erreicht ist, aber in Lösung fangen sie bei viel niedriger Temperatur an in einander überzugehen. Man darf daher bei Lösungen eine Temperatur von etwa 60° kaum überschreiten. Hieraus erklärt sich auch der gleiche Schmelzpunkt beider Verbindungen. Es ist nicht der wahre Schmelzpunkt welcher vorliegt, sondern die Temperatur, bei welcher sie in trockener Form in einander übergehen.

Wenn man eine alkoholische Lösung der reinen α-Verbindung mit alkoholischer Silbernitratlösung verzetzt, so bleibt die Lösung einige Zeit ganz klar, trübt sich dann, worauf allmählich das Chlorsilber herausfällt. Wird die β-Verbindung in derselben Weise behandelt, so geht die Umsetzung anscheinend beinahe ebenso schnell vor sich, als wenn Silbernitrat zu Kochsalzlösung gesetzt wird. In dieser Weise kann die geringste Menge β-Verbindung neben der α-Form nachgeweisen werden.

Wenn man eine alkoholische Lösung des α-Chlorids mit Silbernitrat in der Kälte umsetzt und das Filtrat durch Kochsalz in Chlorid verwandelt, so erhält man nur oder beinahe nur β-Chlorid. Auch wenn man dabei nur die Hälfte der berechneten Menge von Silbernitrat verwendet, so wird die α-Form vollständig in β-Form verwandelt. Es muss demnach ein Nitratchlorid existiren. Auch wenn man α-Chlorid durch Silbersulfat in der Kälte in Sulfat überführt, wozu sehr lange Zeit nöthig ist, und das Sulfat wieder in Chlorid verwandelt, erhält man nur β-Form. Nitrat und Sulfat existiren also nur in β-Form.

BLOMSTRAND meint dass das Bromid und Jodid, welche nur in einer Form existiren, auch der β-Form angehören. Das dürfte aber nicht der Fall sein. Er stellte diese Verbindungen aus dem Sulfat dar. Direkter und bequemer erhält man sie aus den Chloriden, wenn man dazu Lösungen von Bromkalium resp. Jodkalium zusetzt. Eine Umsetzung tritt dabei vollständig oder nahezu vollständig ein. Nach dem Umkrystallisiren fand ich den Schmelzpunkt beider Bromide bei 124°, BLOMSTRAND giebt 118° an. In ihrer alkoholischer Lösung entstand mit Silbernitrat fast sofort eine schwache Trübung, welche sich dann allmählich ver-

stärkte. Werden die beiden Bromide in der Kälte durch Chlorsilber in Chloride übergeführt, so erhält man in beiden Fällen beinahe reines α-Chlorid, was leicht durch Silbernitrat in erwähnter Weise gezeigt werden kann. Das Bromid (und Jodid) gehört somit der α-Reihe an. Diese Thatsachen stimmen auch mit den krystallografischen Untersuchungen von WEIBULL [1]) überein. Sie sind nämlich isomorph mit dem α-Chlorid. Man kann somit beliebig α- in β-Form und umgekehrt verwandeln.

Die leichte Umwandlung der einen Form in die andere machte eine Mol. gewichtsbestimmung erwünscht, welcher nach RAOULTS Methode unter Benutzung von Eisessig als Lösungsmittel ausgeführt wurde. Die α-Form gab dabei:

Gewicht des Lösungsmittel	25,727	gr.
» der Substans	1,0341	»
Depression	0°,34	»

Mol. gew. 461; ber. 448.

Die β-Form gab Zahlen die allerdings zeigten, dass keine polymere Form vorlag. Sie müssen indessen doch durch neue Bestimmungen bestätigt werden.

Der bedeutende Unterschied in der Geschwindigkeit, womit die beide Formen sich mit Silbernitrat umsetzen, machte eine Bestimmung des electrischen Leitungsvermögens der beiden Formen erwünscht.

Die Bromiden waren direkt aus den Chloriden durch Zusatz von Bromkalium in alkoholischer Lösung erhalten und einmal aus Aldehydgemisch umkrystallisirt. Mein verehrter Freund, Prof. S. ARRHENIUS, hat gütigst die Untersuchungen vorgenommen und darüber Folgendes mitgetheilt:

»Da die beiden Bromide auch bei geringen Zusätzen von Wasser zu einer alkoholischen Lösung ausfielen, so wurden, der Vergleichbarkeit halber, die Leitfähigkeiten von alkoholischen Lösungen bestimmt. Von den Chloriden wurden ausserdem durch Zusatz von gleich grossen Mengen Wasser 50-procentige alkoholische Lösungen bereitet, welche auf ihre Leitfähigkeit untersucht

[1]) Zeitschrift für Krystallographie 1888, s. 116.

wurden. Die Messungen wurden bei 18° C. nach KOHLRAUSCHS Methode angeführt. Folgende Zahlen wurden gefunden.

α-Chlorid 0,149 gr. in 50 cc. Alkohol (97 %) gab gleich nach der Lösung das mol. Leitvermögen $98,8 \cdot 10^{-10}$, nach 4 Tagen $250,10^{-10}$. Dieselbe Lösung mit gleich viel Wasser verdünnt ergab $\mu = 266.10^{-10}$.

β-Chlorid 0,1098 gr. in 50 cc. Alkohol gab $\mu = 817.10^{-10}$, nach 4 Tagen $\mu = 1630.10^{-10}$, mit gleich viel Wasser verdünnt $\mu = 3480.10^{-10}$.

α-Bromid 0,1233 gr. in 50 cc. Alkohol gab $\mu = 200.10^{-10}$ nach 4 Tagen $\mu = 703.10^{-10}$.

β-Bromid gab die Ziffern $\mu = 114.10^{-10}$ nach 4 Tagen 397.10^{-10}.

Eigenthümlich ist das für alle vier Salze beobachtete starke Ansteigen der Leitfähigkeit mit der Zeit, welches auf eine sehr langsam vor sich gehende Umlagerung nach der Auflösung deutet. Da nun weiter die anfangs bei dem α-Chlorid und bei den Bromiden beobachtete Leitfähigkeit nur einen geringen Bruchtheil von der (in den Ziffern abgezogenen) Leitfähigkeit des Lösungsmittels ($2,49.10^{-10}$) beträgt, so kann es sehr wohl als möglich, oder sogar als wahrscheinlich angesehen werden, dass diese Körper bei der Auflösung vollkommene Nichtleiter sind. Dasselbe gilt auch für das α-Chlorid in 50-procentischer alkoholischer Lösung, welche unmittelbar nach der Bereitung untersucht wurde.

Anders sind die Verhältnisse beim β-Chlorid, welches sich auch gleich nach der Bereitung als ein Leiter erweist. Am meisten bedeutungsvoll ist die Ziffer für 50-procentige alkoholische Lösung, welche gleich nach der Bereitung ein molekulares Leitungsvermögen aufweist, das etwa 11 Procent des molekularen Leitungsvermögens von Chlorkalium unter denselben Umständen beträgt. Obgleich also das β-Chlorid bedeutend schlechter als die Alkalisalze leitet, ist dasselbe doch entschieden als ein Leiter zu bezeichnen.»

Lässt man auf die α-Form welche der Theorie nach Aethylsulfidplatochloraethylsulfinchlorur, $(C_2H_5)_2$ S Pt Cl$(C_2H_5)_2$ S Cl,

darstellt, in Chloroform gelöst, trockenes Ammoniakgas einwirken, so verschwindet die gelbe Farbe allmählich und das Ganze gesteht nach und nach zu einer Krystallmasse eines in Nadeln krystallisirenden Salzes.[1]) Wenn man das Gemisch nach dem Sättigen

---

[1]) LÖNDAHL (Lunds Univ. Årsskrift, Tom. XXVII) hat das Platinaethylsulfidtriammoniakchlorür in derselben Weise wie ich dargestellt, hat aber darin kein Krystallwasser gefunden; weiter hat er es als in Chloroform ziemlich schwerlöslich gefunden, während ich es als darin unlöslich fand. Wenn er die wässrige Lösung des Salzes mit Jodkalium versetzte, war der grösste Theil des entstandenen Niederschlages in Chloroform löslich und bestand aus Platinaethylsulfidammoniakjodür, $Pt\,C_4\,H_{10}\,S\,NH_3\,I_2$. Wenn er nun von β-Form ausging, so erhielt er ebenfalls ein in Chloroform lösliches gemischtes Jodür, welches sich mit dem Vorigen als (optisch) isomer zeigte.

Als ich diese Reaktionen zuerst machte, bekam ich, wenn auch in geringer Menge, beim Extraktion der Jodide mit Chloroform in beiden Fällen Körper, welche in Chloroform übergingen. Die so erhaltene Jodide wurden von Docent HAMBERG krystallographisch untersucht. Er fand sie aber identisch und hat über seine Untersuchung folgendes mitgetheilt:

Fig. 1.

»Rothe Krystallen. Krystallsystem monosymmetrich.

$$a:b:c = 1{,}472:1:0{,}990.$$
$$\beta = 89°\ 34^1/_2'.$$

Beobachtete Ebenen: a = (100) $\infty\bar{P}\infty$, c = (001) 0 P, l = (110) ∞P, d = (101) — $\bar{P}\infty$, e = ($\bar{1}$01) $\bar{P}\infty$, r = (011) $\breve{P}\infty$.

Die Krystallen waren nach der b-Axel ausgezogen, oftmals mehr oder weniger tafelförmige nach a (Fig. 1) oder c (Fig. 2).

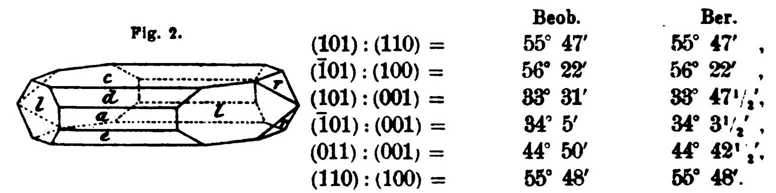


Fig. 2.

	Beob.	Ber.
(101):(110) =	55° 47′	55° 47′ ,
($\bar{1}$01):(100) =	56° 22′	56° 22′ ,
(101):(001) =	33° 31′	33° 47$^1/_2$′,
($\bar{1}$01):(001) =	34° 5′	34° 3$^1/_2$′ ,
(011):(001) =	44° 50′	44° 42$^1/_2$′,
(110):(100) =	55° 48′	55° 48′.

Ich führte nun die Jodiden durch Chlorsilber in Chloriden über und es zeigte sich nun bei näherer Untersuchung, dass die Chlorüre kein Ammoniak enthielten. Die Jodüre waren beide Platindiaethylsulfinjodide. Beim Nachsehen fand ich dann auch, dass obenstehende Messungen von HAMBERG sehr nahe mit denjenigen, welche WEIBULL (loc. cit.) für Platindiaethylsulfinjodid erhalten hatte, übereinstimmten. WEIBULL giebt $a:b:c = 1{,}4714:1:0{,}9885$; $\beta = 89°\ 43'$ an. Wenn ich dagegen das Ammoniak Zeit zur vollständigen Einwirkung gab, bekam ich kein in Chloroform lösliches Jodür, wo dieses nicht der Fall war, blieb, wie aus dem Gesagten hervorgeht, unverändertes Platinaethylsulfidchlorür in dem Reaktionsprodukt zurück. Eine gemischte Aetylsulfidammoniakverbindung war mir nicht möglich zu erhalten.

mit Ammoniakgas 12 St. sich selbst überlässt und es dann noch nach Ammoniak riecht, ist kein Substanz mehr in der Lösung. Das Chloroform wird nun abgesaugt und man lässt das schneeweisse Salz an der Luft liegen, bis das Chloroform verdunstet ist. Es ist nun genau nach der empirischen Formel $Pt(NH_3)_3 (C_2H_5)_2 S Cl_2 + H_2O$ zusammengesetzt.

Analyse:

		Ber.	Gef.
Pt	195	45,88	46,00 pCt.
C_4	48	11,30	11,25
H_{21}	21	4,94	4,97
S	32	7,53	7,58
N_3	42	9,88	9,80
Cl_2	71	16,71	16,92
O	16	3.76	
	425	100,00.	

Das Salz verliert nicht sein Krystallwasser beim Stehen über Phorphorsäureanhydrid. In trockner Luft hält es sich völlig unverändert, in gewöhnlicher scheint allmählig eine Zersetzung einzutreten, wobei es nach Aethylsulfid riecht. Es löst sich sehr leicht in Wasser und kann daraus wieder durch Alkohol und nachherigen Zusatz von Aether gefällt werden. Wird es in Wasser gelöst mit Jodkalium versetz, so geht es unter Entwicklung von Ammoniak und Aethylsulfid in Ammoniakplatinjodür über und zwar bei niedriger sowohl wie bei höherer Temperatur. Mit conc. Salzsäure erwärmt geht es vollständig in Ammoniakplatinchlorür über. Das Salz gibt mit Bromwasserstoffsäure allmählich auskrystallisirende, sternförmig verbundene, gelbliche, flache, zugespitze Nadeln. Mit Kaliumplatinchlorür entstehen allmählich auskrystallisirende Nadeln, dann grosse Blätter. Wird es in

Das von LÖNDAHL neben das gemischte Jodür erhaltene reine Amminjodür giebt er als das Jodür des PEYRONE'schen Basis an, erwähnt aber keine Gründe dafür. Ich kann auch diese Beobachtung nicht bestätigen. Es lag in beiden Fällen Jodüre des REISET's zweiten Basis vor. Diese wurden durch Chlorsilber in Chlorüren übergeführt, welche als Ammoniakplatinchlorüre durch ihr Verhalten zu Chlor und zu Aethylsulfhydrat (ich werde diese Reaktion später erwähnen) leicht erkenntlich waren.

trockener Form auf 108° erhitzt, so verliert es etwa 27 % seines Gewichtes. Der Rückstand besteht aus Ammoniakplatinchlorür und dem von CLEVE dargestellten Platintriammoniakchlorür.

Wenn man nun Ammoniak auf das β-Chlorid, welches wahrscheinlich Aethylsulfidplatinchlorür, $(C_4 H_{10} S)_2 Pt Cl_2$ ist, in genau derselben Weise einwirken lässt, so sind die Erscheinungen wesentlich dieselben, nur verläuft die Reaktion schneller. Das vom Chloroform abgesaugte und an der Luft getrocknete Salz hat auch dieselbe Zusammensetzung, $Pt C_4 H_{10} S 3NH_3 Cl_2 + H_2 O$ und kann im Aeusseren kaum von dem vorigen unterschieden werden.

Analyse:

		Ber.	Gef.
Pt	195	45,88	45,59 pCt.
C_4	48	11,30	11,58
H_{21}	21	4,94	4,87
N_3	42	9,88	9,81.

Zu Jodkalium und zu Salzsäure verhält es sich genau in derselben Weise wie das schon erwähnte Salz. Dass es aber damit nicht identisch ist, geht zur Genüge aus folgenden Reaktionen hervor. Mit Bromwasserstoffsäure giebt es allmählich hervortretende Körner, mit Kaliumplatinchlorür kleine Bündel von farrenkrautähnlichen Kryställchen. In trockener Form bei 100° im Vacuum erhitzt, verliert es etwa 25 % seines Gewichts. Im Rückstande befindet sich Ammoniakplatinchlorür und ein Platintriammoniakchlorür, welches isomer ist mit dem schon erwähnten zuerst von CLEVE dargestellten Salz. Ich werde demnächst diese zwei Platintriammoniakchlorüre, welche für die Theorie wichtig sind, ausführlich behandeln.

Man kan nun den Verlauf der Reaktionen nach den früher entwickelten Grundanschauungen in Formeln zur Anschauung bringen sowohl unter Annahme einer strukturchemischen Verschiedenheit zwischen dem α- und dem β-Chlorid wie auch unter Annahme einer nur geometrischen. Im letzten Fall wäre auch die Verschiedenheit zwischen den Platintriammoniakchlorüren nur eine geometrische. Ist das Elektrische Leitungsvermögen der Ver-

bindungen aber ein verschiedenes, so können wir kaum eine nur geometrische Isomerie vor uns haben.

Wenn man α- oder β-Chlorür in alkoholischer Lösung mit Aethylsulfhydrat versetzt und das Ganze bei gewöhnlicher Temperatur stehen lässt, so bildet sich allmählich ein gelblicher, schleimiger Niederschlag, welcher nach dem Trocknen bei gewöhnlicher Temperatur beim Erhitzen auf 108° etwa 5 % Aethylsulfid verliert und in Platinmercaptid übergeht. Das Aethylsulfid geht somit grösstentheils weg, wenn das Chlor gegen Thioaethyl vertaucht wird.

Lässt man dagegen Phenylsulfhydrat auf die Chloride unter den erwähnten Umständen reagiren, so wird die Lösung zuerst prachtvoll goldgelb. Allmählich bildet sich ein Niederschlag von mikroskopischen Nadeln. Die so gebildete Verbindung ist im Anfange in Alkohol löslich. Sie repräsentirt *Aethylsulfidplatothiophenyl*, $C_4 H_{10} S Pt(S C_6 H_5)_2$. Sie kann aber nicht in trockene Form ohne Verlust von etwa 3—4 % Aethylsulfid gebracht werden, welches fortwährend aber langsam weggeht, bis nur etwa 8—9 % zurückbleiben. Das Präparat wird dabei theilweise in Alkohol unlöslich. Bei 108° geht alles Aethylsulfid weg und reines Platosothiophenyl bleibt zurück.

Aethylsulfidplatothioaethylchlorür, $(C_2 H_5)_2 S Pt S C_2 H_5 Cl$.

Bei den oben genannten Versuchen wurden beide Chloratome durch den Thioalkylcomplex ersetzt. Lässt man die Reaction in Chloroformlösung vor sich gehen, so wird nur das eine Chloratom ersetzt, aber das ist schon genügend, um das eine Molekül Aethylsulfid zum Entweichen zu veranlassen. Die Reaction verläuft ganz gleich bei beiden Formen, nur etwas schneller bei der β-Form. Sobald das Aethylsulfhydrat zugesetzt ist, fängt sich Chlorwasserstoff an zu entwickeln. Nach dem Verdunsten des Chloroforms bei gewöhnlicher Temperatur bleibt als Rückstand ein syrupöser Körper, welcher allmählich fest wird. Man löst in Chloroform und setzt vorsichtig Alkohol zu, bis die Verbindung auskrystallisirt. In reiner Form bildet die Verbindung schöne

gelbe Krystalle, welche in Chloroform und Schwefelkolenstoff sehr leicht, in kochendem Alkohol einigermaassen, in kaltem schwierig löslich sind. Aldehydalkohol ist ein zweckmässiges Krystallisationsmittel. Die Verbindung schmilzt bei 124°. Geschmolzen hält sie sich lange Zeit in flüssiger Form.

Analyse:

		Ber.	Gef.
Pt	195	51,12	50,86 pCt.
C_6	72	18,87	18,54
H_{15}	15	3,93	4,12
S_2	64	16,77	16,33
Cl	35,5	9,31	9,38
	381,5	100,00	99,23.

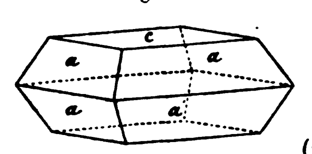
Wenn man die Verbindung in Aethylsulfid löst und mit grossen Mengen warmen Wassers schüttelt, so kann man sie in Lösung bringen. Wird diese Lösung bei gewöhnlicher Temperatur verdunstet, so krystallisirt dieselbe Verbindung wieder aus. Durch Zusatz von Brom- resp. Jodkalium zur alkoholischen Lösung erhält man das Bromid und das Jodid in schönen Krystallen, welche aber noch nicht näher untersucht sind.

Wenn man zu der in Chloroform gelöste Verbindung die berechnete Menge Brom mit Chloroform verdünnt zusetzt, so fällt das *Aethylsulfidbromoplatothioaethylchlorid*, $C_4H_{10}SBr_2PtSC_2H_5Cl$. aus als ein in Chloroform fast unlösliches rothes Krystallpulver aus (Pt ber. 36,01 %, Erh. 36,22 %).

Man erhält dasselbe Aethylsulfidplatothioaethylchlorur, wenn man von der α- oder β-Form ausgeht. Um hierüber sicher zu sein habe ich Dr. A. HAMBERG veranlasst krystallographische Untersuchungen auszuführen.

Er hat gütigst darüber folgendes mitgetheilt:

Fig. 3.



»Strohgelbe Krystallen:

Krystallsystem: Rhombisch

a : b : c = 0,901 : 1 : 1,352.

Beobachtete Ebenen (Fig. 3) c = (001) 0P und 0 = (111) P.

	Gemessen.	Berechnet.
$(111):(001) =$	$63° 40'$	$63° 40^1/_2'$
$(1\bar{1}1):(111) =$	$74° 1'$	$73° 43'$
$(\bar{1}11):(111) =$	$83° 48^1/_2'$	$83° 31'$.

Wie oben gesagt, enthält das Reaktionsprodukt zwischen Aethylsulfid und Kaliumplatinchlorür (BLOMSTRAND's α-Chlorid) viel von der β-Verbindung. Die Ursache davon wird klar, wenn zu einer Lösung von Platintetraaethylsulfidchlorür Kaliumplatinchlorür zugesetzt wird. Es fällt dann sogleich ein pflasterähnlicher Körper nieder, welcher allmählich erhärtet und aus beiden Formen zu etwa gleichen Theilen besteht.

Durch Erhitzen des Sulfinchlorids mit Kaliumplatinchlorürlösung erhielt BLOMSTRAND ein unlösliches gelbes Pulver, welches als Doppelsalz zwichen β-Form und Platinchlorür aufgefasst wurde. Da nach meiner Auffassung ein solches Doppelsalz kaum existiren kann, habe ich die Sache näher untersucht. Ich habe die Verbindung aus beiden Formen durch längeres Digeriren mit der berechneten Menge Kaliumplatinchlorur in wässriger Lösung bei höchstens 30° dargestellt. Wird das trockene Reaktionsprodukt mit Chloroform übergossen und der Einwirkung von Aethylsulfhydrat unterworfen, so geht es allmählich unter Entwicklung von Chlorwasserstoff in Lösung und diese Lösung enthält nun das oben erwähnte Aethylsulfidplatothioaethylchlorür. Diese Reaktion kann am besten in der Weise gedeutet werden, dass die vorliegende Substanz Aethylsulfidplatochlorür, $C_4H_{10}PtCl_2$, wäre. Die nur allmähliche Entstehung derselben spricht auch nicht für das Vorhandensein eines Doppelsalzes.

Wird das Aethylsulfidplatothioaethylchlorur in Chloroform gelöst und darauf trockenes Ammoniakgas eingeleitet, so bildet sich allmählich ein in Chloroform unlösliches Salz. Wenn die Reaktion zu Ende ist, wird das Chloroform abgesaugt und das im Salze Rückständige an der Luft bei gewöhnlicher Temperatur verdunstet. Das Salz ist *Ammoniakplatothioaethylamminchlorür*, $NH_3\,Pt\begin{matrix}\diagup NH_3Cl\\ \diagdown SC_2H_5\end{matrix}$, in unreiner Form. Zur Reinigung wird es in

wenig Wasser gelöst, filtrirt, mit Alkohol versetzt und darauf mit Aether gefällt. Die ersten rein weissen Niederschlägen sind das reine Salz, welches, in dieser Weise erhalten, in kleinen sternförmig angeordneten Nadeln krystallisirt.

Analyse:

		Ber.	Gef.
Pt	195	59,91	59,89 pCt.
S	32	9,83	9,79
N_2	28	8,60	8,52.

In trockenem Zustande verliert das Salz bei 108° nicht an Gewicht. Es ist in Wasser äusserst leicht löslich. Beim Stehen oder nur gelinden Erwärmen trübt sich die Lösung, es bilden sich amorphe Substanzen, welche sich nicht mehr in Wasser lösen. Versetzt man die Lösung des Salzes mit Jodkalium, so krystallisirt in kurzer Zeit das gebildete Jodid in langen, besenförmig geordneten Nadeln von schöner, weisser Farbe; wird nun gekocht, so schlägt die Farbe in Gelb um unter Entwicklung von Ammoniak. Wird die Lösung des Salzes mit Kaliumplatinchlorür versetzt, so krystallisirt sogleich eine dem Magnus'schen Salz analoge Verbindung in gelblichen Krystallkörnern aus, welche *Ammoniakplatothioaethylamminplatinchlorür*, $(NH_3PtSC_2H_5NH_3)_2$ $Pt\,Cl_4$ ist.

Analyse:

		Ber.	Gef.
Pt_3	585	63,80	63,68 pCt.
Cl_4	142	15,49	15,21.

Das Ammoniakplatothioaethylamminchlorür verhält sich somit genau wie Ammoniakplatinamminchlorür nur dass es einbasisch ist. Nun kann man das Ammoniakplatothioaethylamminchlorür auch direkt aus PEYRONE's chlorid durch Substitution eines Chloratoms gegen Thioaethyl erhalten. Es ist somit deutlich, dass dieser letzen Verbindung entweder der Formel $NH_3\,Pt\,Cl\,NH_3\,Cl$ zukommt oder dass bei dieser Reaktion eine Umlagerung stattfindet.

Das Ammoniakplatothioaethylamminchlorür hat mir in theoretischer Beziehung sehr interessante Derivate gegeben. Ich hoffe daher auf dieses Salz zurückzukommen.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 5.
Stockholm.

Ueber die Gattung Gerardia Lac.-Duth.

Von OSKAR CARLGREN.

[Mitgeteilt den 8. Mai 1895 durch HJALMAR THÉEL.]

Mit Untersuchungen über Actiniarien des Reichsmuseums zu Stockholm beschäftigt, wurde meine Aufmerksamkeit vor zwei Jahren auf einige Gerardia-Colonien gerichtet. Da sie mir grosse Ähnlichkeit mit Zoantheen zu haben schienen, war ich schon damals geneigt sie näher zu untersuchen, habe aber infolge anderer Arbeiten jetzt zuerst diese Absicht verwirklichen können. Es zeigte sich auch, dass die anatomische Untersuchung meine Vermutung vollständig bestätigte. Gerardia ist keine Antipatharie sondern eine Zoanthide, die in ihrem anatomischen Bau mit dem Genus Parazoanthus hauptsächlich übereinstimmt.

Äusseres Aussehen. Anatomische Beschreibung.

In Betreff des äusseren Aussehens des Genus Gerardia haben LACAZE-DUTHIERS (1864) und BELL (1891) hinreichende Beschreibungen gegeben. Darum will ich mich kurz fassen.

Im Reichsmuseum finden sich 5 Exemplare, ein kleines Stück »Algier, Kölliker» etikettiert, 3 ziemlich verzweigte, etwa 12 Ctm. lange Colonien aus la Calle, Algier, durch das Museum zu Paris erhalten, alle 4 in Weingeist aufbewahrt; ausserdem findet sich ein getrocknetes, etwa 0,5 Mtr. hohes Exemplar von demselben Lokale wie die letzteren und von Prof. LACAZE-DUTHIERS gegeben.

Das Coenenchym bekleidet in einer gewöhnlich dünnen Schicht die Hornachse, nur hier und da wird es mehr verdickt, wenn, wie nicht selten geschieht, Verbindungen zwischen den Zweigen stattfinden. Diese Verbindungsstücke sind nicht immer rund, sondern gewöhnlich zugeplattet und ausgebreitet, wovon sie das Aussehen unregelmässiger etwa 3 Ctm. langen und 0,5 Ctm. breiten Platten zwischen den Zweigen erhalten. Auf manchen Polypen waren die Tentakeln sichtbar. Ich habe sie nicht nur einer äusserlichen Betrachtung unterworfen sondern auch an Schnitten untersucht und im Allgemeinen gefunden, dass die Zahl 26 bis 28 ist. Bisweilen habe ich 24 gesehen, eine Zahl, die LACAZE-DUTHIERS (1864 p. 184) angiebt. Die Zahl 28 stimmt auch mit der Septenanordnung überein, wie wir unten sehen werden. Die Tentakeln sind, wie LACAZE-DUTHIERS sagt, in zwei Cyclen angeordnet.

Das Ektoderm der Leibeswand, das oft auf den untersuchten Exemplaren weggefallen ist, bekleidet ganz und gar die äussere Fläche der Mesogloea. Wo es vorhanden ist, scheint es deutlich und recht mächtig, obgleich es die Dicke der Mesogloea gewöhnlich nicht erreicht. Hier und da sieht man Inkrustierungen, die doch hauptsächlich in der Mesogloea liegen. Sie bestehen von Sandkörnchen, Spongiennadeln, Foraminiferen und Kalkkörperchen von Gorgoniden. Die Sandkörnchen sind von wechselnder Grösse und treten am zahlreichsten auf (Fig. 4). Spongiennadeln und Foraminiferen sind auch nicht ungewöhnlich; am seltensten habe ich Kalkkörper gefunden. Von den fremden Körpern bei Gerardia, die LACAZE-DUTHIERS (1864) abgebildet, habe ich solche, die auf den Figuren 15—18 und 21—23 sich finden, gesehen. Ausserdem trifft man sehr selten Diatomaceen. Die Mesogloea ist derjenigen des Zoanthidengenus Parazoanthus ähnlich. Sie besteht also von einer homogenen Zwischensubstanz mit mehr oder minder deutlichen Bindegewebszellen. Übrigens treffen wir hier ektodermale Lacunen und einen Ringsinus (»encircling sinus») an (Fig. 6). Die Lacunen, die hauptsächlich in den distalen Teilen des Körpers sich vorfinden, stehen einerseits

mit dem Ektoderm, anderseits mit dem Ringsinus in Verbindung. In den distalen Partien des Körpers scheint der Ringsinus sehr unbedeutend, nimmt dagegen in der Mitte des Körpers zu und tritt hier an Querschnitten wie ein Kanal, hier und da von der Mesogloea abgebrochen, auf. Die Lacunen und der Ringsinus in den distalen Partien des Körpers erinnern an die Abbildungen, die HADDON und SHACKLETON (1891 *a* Taf. 59, Fig. 9—10) von Parazoanthus Dixoni geben, in den proximalen dagegen mehr an die Abbildungen von P. anguicoma (Taf. 59, Fig. 11), obgleich ich unter den Querschnitten mehrerer Exemplare nur bei einem (dem von Kölliker genommenen) einen so guten Ringsinus beobachtet habe. Bei übrigen Exemplaren dagegen war der Ringsinus von mächtigen Mesogloeaschichten abgebrochen, so dass er gewöhnlich wie langgestreckte Höhlungen hervortritt.

Die Ringmuskulatur der inneren Fläche der Mesogloea ist schwach, in dem distalen Teil ist ein entodermaler Sphinkter (Fig. 4) vorhanden. Ich benutze die Gelegenheit hier hervorzuheben, dass man bei Zoantheen sehr genau untersuchen muss, ob der Sphinkter meso- oder ento-dermal ist. Man erhält nämlich oft von Formen, die einen entodermalen Sphinkter haben, Schnitte, von denen man glauben könnte, dass der Sphinkter mesodermal wäre. Die Schnitte gehen in solchem Falle nicht nur durch die Leibeswand sondern auch durch einen grösseren oder minderen Teil eines Mesenteriums, wo der Sphinkter die Mesogloea durchbricht.

Die Muskulatur der Tentakeln und die der Mundscheibe ist schwach, sowohl die Längs-(resp. Radial-)muskeln an der äusseren Seite der Mesogloea als die Ringmuskeln der inneren sind nicht weiter entwickelt und nicht in der Mesogloea eingesenkt. Das Entoderm und Ektoderm der Tentakeln übertreffen in Dicke vielfach die Mesogloea, auch in der Mundscheibe sind sie mächtiger. So ist es auch in dem Schlundrohr, wie man an der Figur 1 sehen kann, nur in der Schlundrinne ist die Mesogloea bedeutend verdickt (Fig. 1).

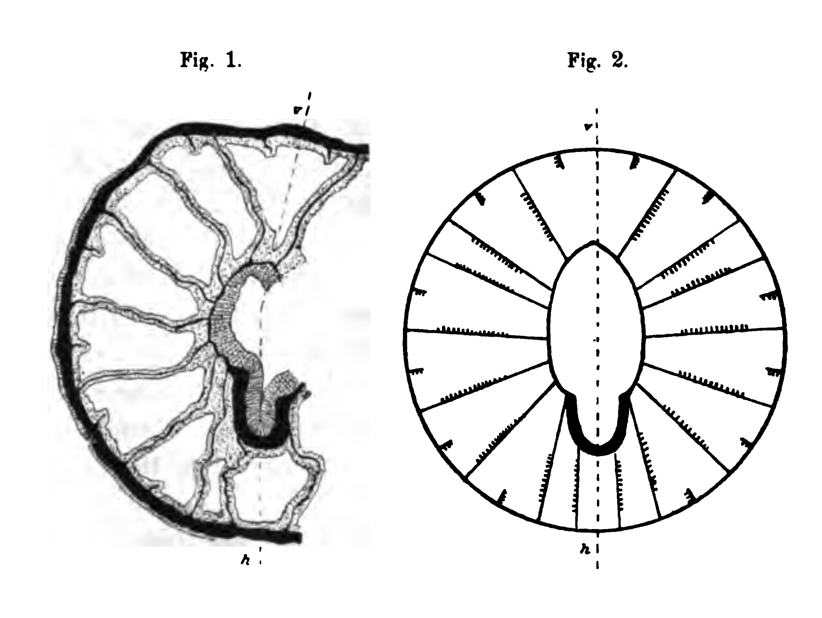


Fig. 1. Fig. 2.

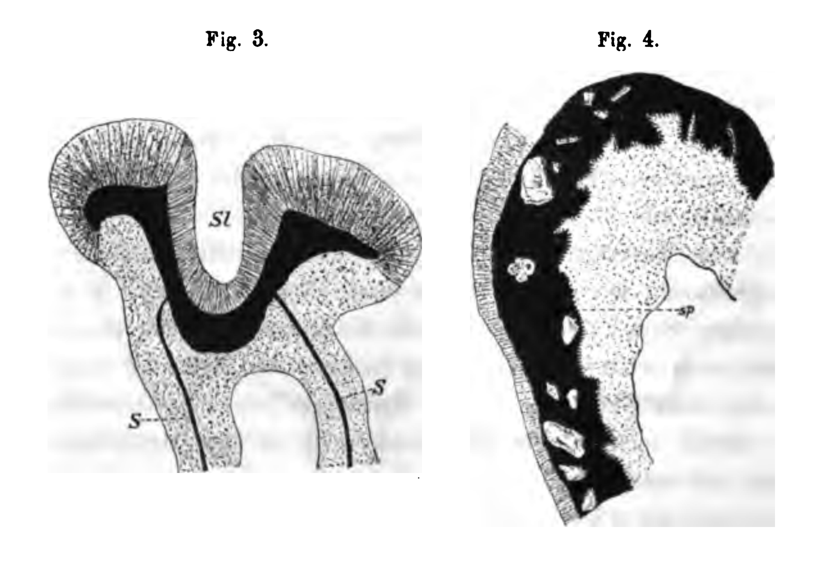


Fig. 3. Fig. 4.



Fig. 5.

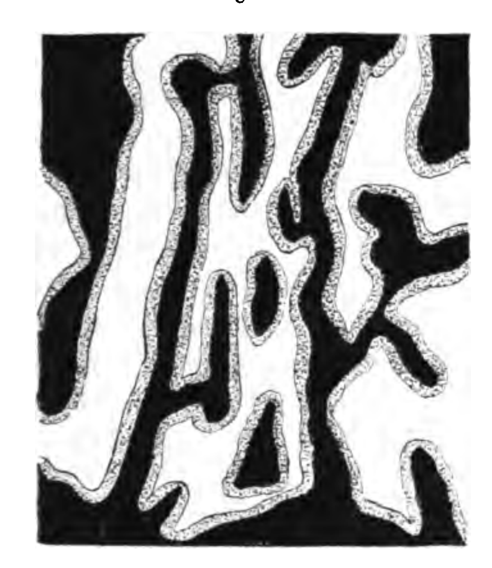
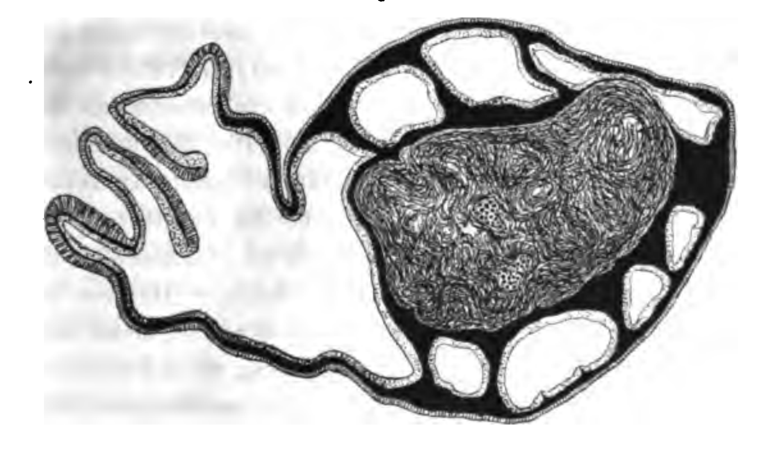


Fig. 6.



Fig. 7.



Das Schlundrohr, dessen allgemeines Aussehen man an der Figur 1 sehen kann, ist wie gewöhnlich in der einzigen (hinteren, ventralen) Schlundrinne anders gebaut als in den übrigen Teilen und besteht wohl hauptsächlich von Stützzellen. Es läuft in einem Schlundrohrszipfel aus, der nur den verdickten Teil der Mesogloea enthält und nur mit dem vollständigen Richtungsmesenterienpaar an der Körperwand verbunden ist. Die Figur 3 zeigt uns einen Querschnitt des Schlundrohrszipfels und des inneren Teils der zwei vollständigen Richtungsmesenterien. Das Ektoderm der Schlundrinne war von den seitlichen Partien des Ektoderms wohl markiert, dagegen scheint an den Schnitten die Grenze zwischen den Seitenpartien des Ektoderms, die von dem übrigen Teil des Schlundrohrs herstammen, und dem Entoderm nicht so deutlich. Auf der ektodermalen Seite des Schlundrohrs fanden sich wie gewöhnlich keine Muskeln, an der entodermalen waren die Ringmuskeln schwach.

Die Mesenterien waren wie bei den Zoantheen entwickelt und die Anordnung derselben stimmt vollständig mit dem Makrotypus der Zoantheen überein. Von 6 näher untersuchten Exemplaren waren 4 mit 28 Mesenterien, 14 auf jeder Seite, versehen; 2 hatten 26 Mesenterien, von denen 14 auf der einen Seite, 12 auf der anderen standen. Die Angabe von LACAZE-DUTHIERS, dass 24 Septen sich vorfinden, habe ich nicht konstatieren können. Von der Fig 29 bei LACAZE-DUTHIERS (1864) erhält man auch die Vorstellung, dass alle Mesenterien vollständig wären, was nicht der Fall ist. Die Mesenterialfilamente, die nur den vollständigen (Makro-) Mesenterien zukommen, sind von dem typischen Aussehen der Zoantheen. Man kann deutlich sehen, dass das Ektoderm des Schlundrohrs sich an die Mesenterien fortsetzt; die Partien, die HADDON und SHACKLETON (1891 *a*, *b*) »reflected ectoderm» nennen, treten deutlich hervor, und man erhält an Querschnitten solche Figuren wie HADDON und SHACKLETON (1891 *b*, Taf. 64) und HEIDER (1895) von Zoanthidenfilamenten abgebildet haben. Das Material ist indessen nicht so gut, dass ich in histologische Einzelheiten ein-

gehen kann. In den proximalen Partien des Körpers sind nur die Drüsenwülste vorhanden.

Die Makromesenterien sind in den distalen Partien des Körpers bedeutend dicker als in den mehr proximalen. Ebenso sind die Mikromesenterien in der Oralgegend bedeutend stärker entwickelt als in den übrigen Teilen, indem sie da an mehr als der Hälfte der Mundscheibe sich inserieren. Nach der proximalen Seite werden sie doch bald dünner und reichen wenig über die Fläche des Entoderms der Körperwand. Keine Lacunen habe ich in den Mesenterien gesehen, auf wenigen Schnitten habe ich Zelleninseln beobachtet, bin aber wegen des nicht so guten Materiales in dieser Sache nicht völlig sicher.

Nur in einem untersuchten Individuum fanden sich Geschlechtsorgane, Ovarien, die, wie gewöhnlich bei den Zoantheen, nur auf den vollständigen Mesenterien auftreten. Nach den Beobachtungen von LACAZE-DUTHIERS scheint es wahrscheinlich, dass nicht nur die einzelnen Individuen in derselben Colonie geschlechtlich getrennt sind, sondern auch dass eine Colonie nur männliche oder nur weibliche Geschlechtsprodukte hervorbringt. Das Genus stimmt also auch in dieser Sache, wenn die Beobachtungen von LACAZE-DUTHIERS bestätigt werden, mit der Gattung Parazoanthus überein.

Wir kommen schliesslich zu dem Coenenchym der Polypen und zu dem von ihnen abgesonderten Achsenskelette. Die Fig. 5 zeigt uns einen Flächenschnitt des Coenenchyms, der durch das Kanalsystem desselben geht. Der Schnitt ist von einem solchen Teil des Coenenchyms entnommen, der mehr ausgebreitet ist und ein flächenförmiges Achsenskelett enthält (siehe oben!). Die Figur 7 stellt dagegen einen Querschnitt der Achse eines Zweigs vor. In der Mitte sieht man das hornartige, mehrschichtige Achsenskelett in der Peripherie von dem Kanalsystem des Coenenchyms umgeben; an der linken Seite ist ein Polyp längsgeschnitten; an der unteren sieht man in einer Höhlung zwei kleine Mesenterien. Mein Material ist nicht so reichlich, dass ich eingehende Studien über das Kanalsystem habe ma-

chen können; nach meinen Beobachtungen glaube ich doch, dass es nicht so regelmässig ist, wie LACAZE-DUTHIERS an der Fig. 29, Taf. 17 (1864) gezeigt hat. Ebenso scheint es mir als ob das Kanalsystem zwischen den Polypen reichlicher wäre in den flach ausgebreiteten Colonien als in den runden Zweigen. Die Fortsetzungen des cœlenterischen Raums, die auf den flach ausgebreiteten Armen zwischen jedem Mesenterium ausgehen, setzen sich in ein unregelmässiges System von Kanalen fort, die hier und da Verschmelzungspunkte zeigen. Der Bau des Coenenchyms im Übrigen ist wie der der Körperwand der Polypen.

In der Achse findet man an Schnitten das von dem Ektoderm gebildete Hornskelett, das von zahlreichen, koncentrischen Schichten zusammengesetzt ist, aber wegen der Zusammenpressung der Schichten oft sehr unregelmässig wird und hier und da in dem Inneren besondere Faltungspunkte zeigt. Die Figur 7 stellt einen Querschnitt durch die Achse der Colonie dar. In den ausgebreiteten Platten bildet die Hornsubstanz eine dünnere Schicht, die auch deutlich in wechselnden Perioden von dem Ektoderm abgesetzt ist. Bisweilen hat sie das Aussehen von einem Maschenwerk, das jedoch möglicherweise mit der von LACAZE-DUTHIERS gegebenen Abbildung Fig. 26, Taf. 16 übereinstimmt. Oft treten an Schnitten unregelmässige, kugelförmige Bildungen auf, die von derselben Konsistenz sind wie das übrige Hornskelett, aber bisweilen sich von Boraxcarmin färben. Das Ektoderm, das die Hornsubstanz abgeschieden hat, tritt sehr unbedeutend und nur hier und da hervor. Die »petites élévations ombeliquées cratériformes», die LACAZE-DUTHIERS (Fig. 25, T. 16) abgebildet hat, sind wohl nicht anders als kleine, nicht ausgebildete Polypen.

Litteratur.

Die älteren Autoren wie PALLAS (1766), BERTOLINI (1819) und teilweise auch LAMARCK (1836) führten das später von LACAZE-DUTHIERS 1864 aufgestellte Genus mit der Gattung Gorgonia zusammen. BERTOLINI gab ihm zuerst eine systematische

Stellung, indem er die Species Gorgonia savaglia nannte. LAMARCK hat, wie LACAZE-DUTHIERS (1864 p. 174) gezeigt, sich in mehreren Hinsichten geirrt, weil er in dem Achsenskelett der Colonien eine andere Species (Antipathes glaberrima) als in den mit Coenenchym und Polypen versehenen Colonien (Gorgonia tuberculata) gesehen hat. Übrigens standen nach der Angabe von LACAZE-DUTHIERS, da er 1864 über Gerardia schrieb, in den Sammlungen des Museums zu Paris einzelne Polypen unter dem Namen Palythoa denudata und Zoanthus sp.

Eine zweite Periode in Betreff der systematischen Stellung unserer Species beginnt mit dem Jahre 1844. NARDO (1844), der zwar noch Antipathidi zu der Alcyonarien rechnet, teilt die Antipathiden in zwei Unterfamilien, Antipatini mit sechs Tentakeln und Savalini mit sechszehn Tentakeln. Zu der letzteren wird nur das einzige Genus Savalia, NARDO, geführt. NARDO setzt keinen Speciesnamen auf, aber sollte wohl, was BELL (1891 p. 90) hervorhält, die Species Savalia savaglia (oder savalia) genannt haben, wenn er einen Speciesnamen gebraucht hätte. Schon 1846 zeigt indessen DANA,[1]) dass die Antipathiden näher den Actinoidea (die später s. g. Zoantharien) stehen und dadurch werden die Antipathiden und folglich auch unsere Species von den Alcyonarien geschieden und mit den Zoantharien, in weitem Sinne begriffen, zusammengeführt. HAIME (1849) rechnet das Tier zu dem von GRAY (1842) aufgestellten Genus Leiopathes, nennt es Leiopathes Lamarcki, und erwähnt, dass das »Museum histoire naturelle de Paris» ein Exemplar von Léiopathes hat, das von LAMARCK zu Gorgonia tuberculata geführt ist; er sagt weiter, dass es sehr nahe Antipathes glaberrima, Esper, steht und fügt hinzu: Ce sclérobase était recouvert dans nos échantillons desséchés par une croûte assez épaisse, à la surface de laquelle on distinguait des sommets de Polypes très semblables à des Zoanthes et munis

---

[1]) DANA sagt (p. 575): The examination of the animal of two species (A. anguina and A. arborea) has led to an arrangement of them with *Actinoidea* as the tentacles have the naked character peculiar to this suborder and the polypes closely resemble those of the *Madreporae* in appearance and habit» (citiert nach GRAY 1857, p. 290).

de seize rayons à peu près égaux». Übrigens giebt HAIME eine Beschreibung der chemischen Constitution des Skelettes.

GRAY (1857) rechnet Antipathidae, unter anderen das von ihm (1842) vorgeschlagene Genus Leiopathes umfassend, zu Ceratophyta. Möglicherweise meint er unsere Form mit seiner Leiopathes glaberrima »The black coral of commerce», einer von den zwei von ihm aufgezählten Arten.

Auch MILNE-EDWARDS und HAIME (1857) führen die vorliegende Species zu dem Genus Leiopathes und gebrauchen für sie den von HAIME gegebenen Speciesnamen Lamarcki. Ausser Leiopathes Lamarki werden zwei andere Antipathiden zu dem Genus Leiopathes geführt. Die Zoantharien teilt er in Actiniaria, Antipatharia und Madreporaria, eine Einteilung, welcher spätere Forscher im Allgemeinen gefolgt sind. Sie geben dem Genus Leiopathes folgende Diagnose: »Axe sclérobasique rameux et un peu rugueux ou même délicatement chagriné; coenenchym dense, assez persistant et renfermant des filaments siliceux.» Die Beschreibung von L. Lamarki lautet: »Polypier arborescent, dont les branches sont cylindriques, tendent à s'étaler sur un même plan et sont parfois coalescentes, mais ne forment pas un réseau bien caractérisé. La tige a quelquefois 5 centimètres de diamètre et les rameaux, qui diminuent progressivement de grosseur, ont à leur extrémité environ 6 millim. Ecorce sclérodermique très persistante et portant un grand nombre de gros tubercules verruciformes, déprimés, dont le centre est occupé par un calice à bords multilobés. Algerie.»

LACAZE-DUTHIERS (1864, 1865) der einzige Verfasser, der bisher Gerardia anatomisch untersucht hat, kommt durch seine Studien zu dem Resultate, dass die Gattung Gerardia den Zoantharien näher als das Genus Antipathes steht. Er giebt eine wertvolle Beschreibung von dem Hornskelett der Gerardia und von der Enstehung desselben; die anatomische Beschreibung scheint aber weniger glücklich ausgefallen zu sein. Weil die Untersuchungen von LACAZE-DUTHIERS sehr wichtig sind, ungeachtet wir nicht in Allem dasselbe Resultat erreicht haben,

citiere ich hier das hauptsächlichste der Beobachtungen von LACAZE-DUTHIERS (1864, p. 235): A l'origine de son développement, la GERARDIA LAMARCKI L.-D. étend son zoanthodème, formé seulement par du sarcosome sur des polypiers d'emprunt; alors elle est entièrement parasite. Plus tard, elle recouvre ces corps étrangers de son propre polypier; elle produit des branches, des rameaux et dès lors elle est indépendante, son parasitisme cesse. Cela explique pourquoi on trouve au centre des gros troncs de son polypier les tiges grèles des Muricea placomus, Gorgonia subtilis etc». In Betreff der Anatomie sagt er (p. 235): »Les polypes ressemblent à de jeunes Actinies; ils ont vingtquatre tentacules simples, disposés sur deux rangs autour de la bouche, dont les lèvres oblongues et retroussées forment un mamelon. Dans leur cavité générale, on trouve autant de replis mésentéroïdes analogues à ceux des autres Coralliaires qu'il y a de tentacules. Un reseau vasculaire fort riche occupe tout le sarcosome et s'ouvre dans la cavité du corps des Polypes, qu'il fait communiquer les unes avec les autres. Le sarcosome sécrète une humeur visqueuse et plastique capable d'agglutiner tous les corps ténus qui viennent à son contact; aussi trouve-t-on sur les zoanthodèmes de la Gerardia des grains de sable et des spicules des Bebryces, des Muricées, des Gorgones, des Éponges, qui vivent à côté d'elle. Les organs de la reproduction se développent dans l'épaisseur des replis radiés, en arrière des cordons pelotonnés, absolutement comme dans les Actinies. Les sexes sont le plus habituellement portés par des zoanthodèmes distincts.»

VERRILL (1866, 1869) teilt die Antipathacea in zwei Familien, Antipatidae und Gerardidae.

POURTALÈS (1871 p. 52) schliesst von der Anordnung und dem Aussehen der Tentakeln bei Gerardia, dass sie den Zoanthiden zuhört. Er sagt nämlich: »The Antipathidae constitute a very natural and homogenous group, if we remove from it the Genus Gerardia of LACAZE-DUTHIERS, which has no other relationsship with the other genera than the property of secreting a horny

polypidom. The polyps of Gerardia differ in no particular from those of the most of the Zoanthidae [1]) in the arrangement, number or shape of the tentacles; they even agree with that group in the habit of incrusting the derm with small foreign bodies. Hence it would be quite proper to place Gerardia Lamarcki LACAZE-DUTHIERS, the only species known, among the Zoanthidae [1]) as type of a subfamily.»

HAECKEL (1875) erwähnt Gerardia Lamarcki und reproduciert die Figuren von LACAZE-DUTHIERS (nach BROOK 1889 p. 29).

NARDO (1876) giebt einige bibliografischen Noten und citiert die Donati'schen Beschreibungen von (Savaglia) Gerardia.

BROOK (1889) in seiner verdienstvollen Arbeit über die Antipatharien bedauert, dass er keine Schnitte durch Gerardia habe machen können, und stellt nur provisorisch (temporarily p. 73) für Savaglia Lamarcki, wie er unsere Form nennt, eine neue Familie, Savagliidae auf, der er folgende Diagnose giebt: »Antipatharia the zooids of which possess 24 simple tentacles and 24 mesenteries and are connected together by a coenenchym possessing a series of interzooidal canals opening into the base of each antimere. Sclerenchyma parasitic, not spinose. The tentacles may be completely covered in contraction by the anterior portion of the bodywall. The zooids have the typical Actinian structure.» Von seinen Äusserungen geht es doch deutlich hervor, dass Savaglia ihm eine Form zu sein scheint, die zu den Antipathiden nicht wohl zu rechnen ist. Er sagt weiter (p. 69) während einer Discussion der Phylogenie der Antipatharien: »Savaglia has nothing in common with Antipathidae beyond the possession of a branched lamellate sclerenchyma, which, however, is always primarily parasitic, as in Amphianthidae, but which may extend beyond the limits of the foreign basis. The zooid, so far as its structure is known, belongs to the true Actinian type and has no similarity whatever to the zooid of

[1]) Es scheint mir doch nicht vollkommen deutlich, was POURTALÈS mit Zoanthidae meint. In seiner Arbeit behandelt er nicht die Zoanthiden, dagegen führt er Palythoa, eine Zoanthide, zu *der Familie* Actinidae. Selbst scheint er nicht Gerardia untersucht zu haben.

Antipathidae. The only essential point, in which it differs from colonial Actiniaria appears to consist in the fact, that the coenenchym possesses a series of interzooidal canals, one of which opens into the base of each interseptal chamber. It appears probable that some such communications must also exist between the zooids of certain Zoanthidae (e. g. Epizoanthus stellaris, R. HERTWIG)». Die regelmässige Anordnung der Mesenterien, legt doch, scheint es ihm — mit Recht, wenn es sich wirklich so verhält —, bedeutende Hindernisse für eine Zusammenführung mit den Zoantheen.

BELL (1891) rechnet schliesslich Gerardia savalia, wie er sie nennt, zu den Antipatharien unter die Familie Gerardiidae. Er beschreibt ein riesiges, getrocknetes 2 Mtr. hohes und mehr als 2 Mtr. breites Exemplar mit seinen Verzweigungen, aber giebt keine Mitteilung von der inneren Morphologie der Species. BELL, der von älteren Autoren mehrere Mitteilungen von Gerardia giebt, die doch keinen oder wenig systematischen Wert haben, kommt von seinen bibliografischen Studien zu dem Resultate, dass die von LACAZE-DUTHIERS näher beschriebene Species, Gerardia Lamarcki, am ehesten den Namen Gerardia savalia getragen habe. Ich muss mit BELL darin einstimmen und dafür habe ich im vorliegenden Aufsatz diesen letzteren Namen gebraucht.

Zusammenfassung.

Vom obenstehenden wird es deutlich, dass die Gattung Gerardia (Species G. savalia) keine Antipatharie, sondern eine echte Zoanthide ist, die sehr nahe dem von HADDON und SCHAKLETON (1891 a) aufgestellten Genus Parazoanthus steht. Die Charaktere, die HADDON dieser Gattung gegeben hat, sind bei Gerardia alle vorhanden. Der einzige, hauptsächliche Unterschied, den ich gegenwärtig sehen kann, besteht darin, dass bei Gerardia ein stark entwickeltes Chitin- oder Hornskelett sich vorfindet, während ein solches dem Genus Parazoanthus fehlt und nur durch eine so weit bisher bekannt, nicht mächtige, Cuticula vertreten ist.

Das Genus Gerardia kann man durch folgende Diagnose von anderen Zoantheen unterscheiden: *Zoantheen mit nach dem Macrotypus angeordneten Mesenterien (»Macrocnemic» Zoantheen). Sphinkter diffus, entodermal. Leibeswand inkrustiert. Das Ektoderm bekleidet immer die äussere Fläche der Mesogloea (ist »continuous»). Die Mesogloea umfasst ektodermale Kanäle, Zelleninseln und einen Ringsinus (»encircling sinus»). Das Coenenchym hat ein stark entwickeltes, reich verzweigtes Hornskelett abgesondert.* Der letztere Charakter ist zum Unterschied von der Gattung Parazoanthus hinzugefügt.

Für die Ableitung der Antipatharien giebt also Gerardia ebenso wie Gephyra (Sagartia) Dohrnii keine Anhaltspunkt, weil es sich gezeigt hat, dass beide Genera anderen Gruppen, das eine den Hexaktinien, das andere den Zoantheen, zuhören.

Was ANDRES (1883 p. 174) in Betreff des Verhältnisses zwischen den Antipatharien und Gephyra bemerkt hat, dass nämlich die Skelettbildungen dieser Formen keinen direkten, phylogenetischen Zusammenhang haben, sondern von physiologischen Ursachen abhängen, gilt auch von dem Genus Gerardia. Die Absonderung einer mehr oder minder entwickelten Hornlamelle bei den verschiedenen Gruppen der Anthozoen beruht wohl auf einem Parallelismus und hat mit den Verwandtschaftsbeziehungen nichts oder wenig zu thun. Die v. KOCH'sche (1878) Erklärung der Entstehung eines inneren Hornskelettes wird hierdurch nicht verringert, weil sie den wahrscheinlichsten Modus der Bildung desselben sehr gut erklärt.

Figurenerklärung.

Für alle Figuren gelten folgende Bezeichnungen:

Entoderm: punktiert, Mesogloea: schwarz, Ektoderm der Schlundrinne: gestreift, übriges Ektoderm gestreift und punktiert, *v*: vordere (dorsale) Partie, *h*: hintere (ventrale) Partie des Körpers, *sp*: Sphinkter, *Sl*: Schlundrinne, *S*: Mesenterium. — HARNACK'sche Systeme; Zwei Drittel von den unten angegebenen Vergrösserungen der Originalfiguren.

Fig. 1. Querschnitt von dem Schlundrohr, Septen und Leibeswand durch etwas mehr als die Hälfte eines Individuums. Die gestreifte Linie geht wie auf der Fig. 2 durch die Hälfte des Tieres und durch die beiden Endocoelen der Richtungsmesenterien. Vergrösserung: $^3/_2$.

Fig. 2. Schematisches Bild von der Mesenterienanordnung auf der Höhe des Schlundrohrs. Die Querstriche auf den Mesenterien bezeichnen quergeschnittene Längsmuskeln.

Fig. 3. Querschnitt durch den Schlundrohrszipfel und den angrenzenden Teil der vollständigen Richtungsmesenterien. Vergröss.: $^3/_8$ ausgezog. Tubus.

Fig. 4. Querschnitt von dem Sphinkter. In der Mesogloea sieht man Inkrustierungen verschiedener Art. Vergröss.: $^3/_8$.

Fig. 5. Flächenschnitt durch eine ausgebreitete Coenenchymplatte, das unregelmässige Kanalsystem zeigend. Vergröss.: $^3/_2$ ausgez. Tubus.

Fig. 6. Querschnitt durch die Leibeswand auf der Höhe des Schlundrohrs. In der Mesogloea sieht man Inkrustierungen, ektodermale Kanäle und einen Ringsinus. Vergr. $^3/_7$.

Fig. 7. Querschnitt durch die Achse und das Coenenchym einer Kolonie. Die unregelmässige Schichtung der Hornablagerung wird an der Figur bezeichnet. Vergröss.: $^2/_2$ ausgez. Tubus.



Litteraturverzeichnis.

1766. Pallas, P. S., Elenchus Zoophytorum. [p. 194—195; Hagae comitum 1766].

1819. Bertolini, Amoenitates Italicae p. 219. (Nach Bell 1891 citiert).

1836. Lamarck, J. B. de, Hist. natur. d. animaux sans vertèbres. [Edit. 2. T. 2, p. 477, 491; Paris 1836].

1842. Gray, J. E., Synopsis of the British Museum. [1842 Ed., p. 135].

1844. Nardo, G. D., Distribuzione naturale in ordini famiglie e generi della Classe dei Zoofitarj (Blainville). [Atti 5 Unione d. sc. ital. in Lucca 1843; Lucca 1844].

1846. Dana, J. D., Report on Zoophytes. [Unit. St. Explor. Exp. 1. Vol. 4; Philadelphia 1846—1849].

1849. Haime, M. J., Note sur le polypiéroide d'un Leiopathes glaberrima. [Ann. Sc. nat. Zool. (3) 12, p. 224; Paris 1849].

1857. Gray, J. E., Synopsis of the Families and Genera of axiferous Zoophytes and barked Corals. [Proc. Zool. Soc. London, 25, p. 278; London 1857].

1857. Milne-Edwards & Haime, Hist. nat. des Coralliaires. [T. 1, p. 322; Paris 1857].

1864. Lacaze-Duthiers, H., Mémoire sur les Antipathaires (Genre Gerardia, L. D.). [Ann. Sc. Nat. Zool. (5) 2, p. 169; Paris 1864]; [Ref.: Ann. Mag. Nat. Hist. (3) 14, p. 241; London 1864].

1865. Lacaze-Duthiers, H., Deuxième mémoire sur les Antipathaires. [Ann. Sc. Nat. Zool. (5) 4, p. 5; Paris 1865].

1866. Verrill, A. E., Classification of Polyps. [Proc. Essex Inst. 4. 1864—1865, p. 148; Salem 1866].

1869. Verrill, A. E., Review of the Corals and Polyps of the West Coast of America. [Trans. Connec. Acad. 1. P. 2, p. (377), 499, New-Haven 1867—1871].

1871. Pourtalès, L. F. de, Deep-sea Corals. [Illust. Cat. Mus. Comp. Zool. Harward College 4, p. 52; Cambridge, Mass. 1871].

1875. Haeckel, E., Arabische Korallen [Berlin 1875—76].

1876. Nardo, G., Sull Antipate dell Adriatico. [Atti R. Ist. Veneto (5) 3, p. 674; Venezia 1876—77].

1878. Koch, G. von, Mitteilungen über Coelenteraten; zur Phylogenie der Antipatharien. [Morph. Jahrb. 4 Suppl., p. 74; Leipzig 1878].

1883. Andres Angelo. Le Attinie. [R. Accad. dei Lincei 1882—83. Roma 1883].

1889. Brook, G., Report on the Antipatharia etc. [Rep. Sci. R. Challenger. Zool. 32; Edinburgh 1889].

1891. Bell, F. J., Contributions to our knowledge of the Antipatharian Corals. [Trans. Zool. Soc. London 13. P. 2, p. 87; London 1891].

1891 a. Haddon & Shackleton. A revision of the british Actiniae. P. 2. The Zoantheae. [Scient. Trans. R. Dublin Soc. 4 (2); Dublin 1891].

1891 b. Haddon & Shackleton, Reports on the zoological collections made in Torres Straits. Actiniae 1. Zoantheae. [Scient. Trans. R. Dublin Soc. 4 (2); Dublin 1891].

1895. Heider, A. R. von, Zoanthus chierchiae. [Zeits. wiss. Zool. 59; Leipzig 1895].

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1895. N:o 5.
Stockholm.

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

233. Triazolföreningar, framstälda af aldehyder och dicyanfenylhydrazin II.

Af P. J. Holmquist.

[Meddeladt den 8 Maj 1895 genom P. T. Cleve].

I en föregående uppsats [1]) har jag beskrifvit några triazolföreningar, framstälda genom inverkan af kanelaldehyd på dicyanfenylhydrazin. Det visade sig, att äfven andra aromatiska aldehyder såsom *o*- och *p*-oxibenzaldehyd, anisaldehyd och furfurol med lätthet gifva sammanslutningsprodukter med dicyanfenylhydrazin vid närvaro af små mängder klorvätesyra, under det att deremot vid användandet af endast rent utgångsmaterial ingen eller åtminstone blott obetydlig reaktion egde rum. Då nu orto-, meta- och para-oxibenzaldehyd med dicyanfenylhydrazin gifva trenne isomera triazolföreningar

```
        N—C—<  >OH                    N—C—<  >
        ‖  ‖                          ‖  ‖    |
  N≡C—C   N                     N≡C—C   N    OH
       \ /                           \ /
        N—C6H5                        N—C6H5

                  N—C—<  >
                  ‖  ‖    |
            N≡C—C   N   OH
                 \ /
                  N—C6H5 ,
```

hvilka genom nitrilgruppens transformationer skulle kunna gifva upphof till tre serier triazolföreningar, deruti de analoga föreningarne skildes endast genom olika ställning af en OH-grupp uti en sidokedja, syntes det mig vara af ganska stort intresse

[1]) Öfversigt af K. Vet.-Akad. Förh. 1891, N:o 6, sid. 139.

att studera de förändringar särskildt i fråga om smältpunkter och kristallformer, som häraf kunde betingas. Då jag emellertid genom andra studier har måst upphöra med dessa undersökningar, och då derjemte de aromatiska aldehydernas inverkan på dicyanfenylhydrazin kommer att behandlas af en annan af docenten BLADINS lärjungar, har jag dock ansett det lämpligt att här framlägga resultaten af de undersökningar öfver *para-oxibenzaldehydens triazolderivat*, som jag hann utföra.

Inverkan af p-oxibenzaldehyd på dicyanfenylhydrazin.

Ekvivalenta mängder af dessa båda substanser, lösta i alkohol, gifva vid uppvärmning och med tillsats af en droppe saltsyra fullständig reaktion. Lösningen antager derunder en djupt gul färg och ett uttaget prof gifver ej längre med alkoholiskt kali färgreaktion för dicyanfenylhydrazin. Efter lösningens afsvalning utkristallisera gula fjäll, som äro lättlösliga i alkohol men svårlösliga i benzol. De smälta vid 175—176° C. utan gasutveckling men under antagande af en svartbrun färg.

Analyser:

1. 0,2659 gr. vid 100° torkad substans gaf vid förbränning med kopparoxid 48,1 cm³. N-gas, mätt öfver kalilut vid 744 mm. barometertryck och 16,6° C.

2. 0,2578 gr. gaf vid förbränning med blykromat 0,6506 gr. CO_2 (= 0,1774 gr. C) och 0,1148 gr. H_2O (= 0,0127 gr. H).

	Beräknadt:		Funnet: 1.	2.
C_{15}	180	68,18	—	68,81
H_{12}	12	4,55	—	4,93
N_4	56	21,21	20,98	—
O	16	6,06	—	—
	264	100,00.		

Dicyanfenylhydrazin och *p*-oxibenzaldehyd gifva sålunda en sammanslutningsprodukt $C_{15}H_{12}N_4O$, med konstitutionsformeln

$$\begin{array}{l} C_6H_5-N-N=CH-C_6H_4-OH \\ \qquad\quad | \\ N\equiv C-C-NH \end{array}$$

i öfverensstämmelse med hvad BLADIN förut visat för dessa reaktioner.

(1) Fenyl (3) paraoxifenyl (5) cyantriazol.

```
            N—C—⟨  ⟩OH
            ‖   ‖
     N≡C—C   N
           \ /
            N—C6H5
```

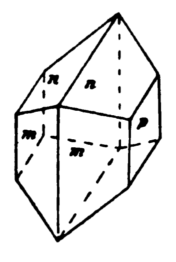
erhålles lätt om föregående produkt i alkoholisk lösning kokas med järnklorid. Lösningens gula färg ersättes då af en smutsigt brun och efter afsvalning utkristalliserar den nya föreningen i små välutbildade, något brunaktigt färgade kristaller, som efter flera omkristalliseringar ur alkohol blifva nästan färglösa. De äro olösliga i vatten och smälta utan sönderdelning vid 199° C.

Kristallsystemet är monosymmetriskt:

$a : b : c = 0,50950 : 1 : 0,60073$

$\beta = 69° \; 12'$.

Iakttagna former m (110), n (011), p (010).



	Mätt (Supplementvinklar).	Medeltal.
$110 : 1\bar{1}0$	= 50° 51'—50° 58'	50° 56'
$011 : 0\bar{1}1$	= 58° 35'—58° 39'	58° 37'
$110 : 01\bar{1}$	= 93° 18'—93° 5'	93° 12'
$110 : 011$	= 60° 32'—60° 47'	60° 39'.

De optiska axlarnes plan ligger ⊥ mot 010, som visar utträde af en bisektris. Utsläckningen på 010 bildar en vinkel af 26° mot c-axeln i den spetsiga β-vinkeln. Dubbelbrytningen stark. Ingen tydlig spaltbarhet.

Analyser:

1. 0,2509 gr. torkad substans gaf vid förbränning med kopparoxid 45,7 cm^3. N-gas, mätt vid 768 mm. barometertryck och 18° C.

2. 0,2294 gr. gaf vid förbränning med blykromat 0,5802 gr. CO_2 (= 0,1587 gr. C) och 0,0838 gr. H_2O (= 0,0093 gr. H).

	Beräknadt:		Funnet: 1.	2.
C_{15}	180	68,70	—	68,96
H_{10}	10	3,82	—	4,06
N_4	56	21,37	21,44	—
O	16	6,11	—	—
	262	100,00.		

(1) Fenyl (3) paraoxifenyl-triazol-(5) karbonsyra.

```
            N—C—⟨  ⟩OH
            ‖  ‖
     HOOC—C  N
             \ /
              N—C6H5
```

Vid behandling af nitrilen med alkoholiskt kali under uppvärmning afgifvas betydande mängder ammoniak. Vatten och saltsyra utfälla karbonsyran under form af ett rent hvitt, stundom kristalliniskt pulver, som efter omkristalliseringar ur alkohol smälter under liflig gasutveckling vid 193°. Syran är något löslig i vatten och lättlöslig i alkohol (dock något mindre lätt än nitrilen). Kristalliserar ur alkohol uti monosymmetriska taflor, utgörande en enkel kombination af 001 (herskande) 100 och 010. $\beta = 100:001$ ger värden växlande mellan 71° 55'—72° 30'. Kristalliserad ur alkohol innehåller karbonsyran 1 molekyl kristallalkohol, som bortgår vid 130° C.

Analyser:

1. 0,3255 gr. lufttorkad ur alkohol kristalliserad substans förlorade vid 130° 0,0465 gr. motsvarande 14,29 %. Beräknadt för 1 mol. C_2H_5OH 14,07 %.

2. 0,1954 gr. förlorade 0,0288 gr. motsvarande 14,74 %.

3. 0,2790 gr. vid 130° torkad substans gaf vid förbränning med blykromat 0,6563 gr. CO_2 (= 0,1790 gr. C) och 0,1080 gr. H_2O (= 0,0120 gr. H).

4. 0,1666 gr. vid 130° torkad substans gaf vid förbränning med kopparoxid 15,32 % N.

	Beräknadt:		Funnet: 3.	4.
C_{15}	180	64,06	64,16	—
H_{11}	11	3,91	4,30	—
N_3	42	14,98	—	15,32
O_3	48	17,05	—	—
	281	100,00.		

Karbonsyrans *etyleter* erhålles genom mättning med HCl af en lösning af syran i alkohol. Den kristalliserar i fina färglösa nålar med paralell utsläckning i polariseradt ljus. Smältpunkten ligger öfver 256° och kunde derför ej bestämmas på vanligt sätt, genom upphettning i ett bad af koncentrerad svafvelsyra.

Analys:

0,2473 gr. torkad substans gaf vid förbränning med kopparoxid 28,5 cm³. N-gas, mätt öfver kalilut vid 761,7 mm. barometertryck och 15,5° C.

	Beräknadt för $C_{17}H_{15}N_3O_3$:	Funnet:
N	13,59 %	13,73 %.

För kopparsulfat faller ur en neutral lösning af syrans ammoniumsalt en blekblå kristallinisk fällning af ett *kopparsalt*.

Ammoniumsaltet. Karbonsyran löser sig svårt i kall ammoniak men lätt i varm. Vid afsvalning kristalliserar ett salt ut i fina nålar med sned utsläckning i polariseradt ljus och lifliga polarisationsfärger.

Analys:

En N bestämning gaf 34,8 cm. N gas vid 16,5° och 744,6 mm. barometertryck, motsvarande:

	Beräknadt för formeln $C_{15}H_{14}N_4O_3$:	Funnet:
N	18,79	18,84.

Amiden erhålles lätt af nitrilen genom kokning i svagt alkalisk alkohollösning under tillsats af en treprocentig vattenlösning af H_2O_2. Den är temligen lättlöslig i varm alkohol och kristalliserar derur i nålar med sned utsläckning och smältpunkten 132°—133°.

Tiamiden erhålles äfven af nitrilen, om dess alkohollösning mättas med H_2S.

Den kristalliserar i små, blekt gröngula, spolformiga nålar med sned utsläckning och lifliga polarisationsfärger samt stor benägenhet att sammanväxa till runda bollar. Är olöslig i benzol, ganska svårlöslig i kall alkohol, lättlöslig i varm isättika och har smältpunkten 228°—229°.

(1) Fenyl (3) paraoxifenyltriazol

```
      N—C—C6H4—OH
      ‖  |
   H—C  N
      \/
      N—C6H5
```

erhålles af karbonsyran genom upphettning till dess smältpunkt (193°), så länge CO_2 bortgår. Återstoden är lättlöslig i alkohol och varm isättika, olöslig i benzol och eter. Smältpunkten ej konstant, 228°—232°.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 5.
Stockholm.

Remarque sur le nombre des nombres premiers inférieurs à une quantité donnée.

Par S. WIGERT.

[Communiquée le 8 mai 1895 par G. MITTAG-LEFFLER.]

Dans une note récente [1]) M. v. KOCH a montré, comment on peut former une fonction entière $\theta(x)$ qui pour les valeurs entières de x est égale à *un* ou à *zéro* selon que x est ou n'est pas un nombre premier. De là résulte que l'on a

$$N = \sum_{\nu=1}^{n} \theta(\nu),$$

N désignant le nombre des nombres premiers inférieurs ou égaux à n.

En employant un procédé analogue à celui de M. v. KOCH, on peut parvenir à une fonction entière qui est à certains égards plus simple que la dite $\theta(x)$ et qui nous permet d'exprimer le nombre N par la formule intégrale

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{C} \frac{f'(x)}{f(x)}\, dx,$$

ce qui me semble digne d'être mentionné.

Cette intégrale donnant, comme on le sait, le nombre des racines de la fonction $f(x)$ qui sont situées à l'intérieur du contour fermé C, il est évident que si l'on savait former une fonc-

[1]) Comptes Rendus, 1894.

tion $f(x)$ qui s'annulle pour les nombres premiers, mais qui ne possède en outre des zéros réels, le nombre N serait donné par la formule

$$N = \frac{1}{2\pi i}\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx\,,$$

l'intégrale étant prise le long d'un contour renfermant la partie en question de l'axe réel et assez étroit pour qu'il n'y en ait pas de zéros complexes. Une telle fonction peut s'obtenir d'une manière très simple à l'aide de la fonction $\Gamma(x)$. Soit en effet $\Gamma(x)$ la fonction Eulérienne définie par la formule

$$\Gamma(x) = \frac{e^{-\gamma x}}{x\prod_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)e^{-\frac{x}{n}}}\,,$$

γ étant la constante dite d'Euler. Puisque nous avons pour les valeurs entières de x

$$\Gamma(m) = \underline{|m-1}\,,$$

le théorème connu de WILSON sur les nombres premiers fait voir que la fonction

$$\sin \pi\left[\frac{1+\Gamma(x)}{x}\right]$$

s'annulle pour les nombres premiers et qu'elle est différente de zéro quand x a une autre valeur entière. Mais excepté les nombres premiers, il y a d'autres zéros réels non entiers dont il faut nous affranchir, ce qui n'offre aucune difficulté. Posons en effet

$$f(x) = \sin^2 \pi x + \sin^2 \pi\left[\frac{1+\Gamma(x)}{x}\right];$$

il est clair, que pour les valeurs réelles de x, $f(x)$ ne peut pas s'annuller, si les deux termes ne s'annullent séparément, et on voit immédiatement, que les nombres premiers sont les seuls zéros réels de la fonction $f(x)$.

De cette fonction on pourrait déduire une autre en remplaçant $\Gamma(x)$ par une fonction entière $\psi(x)$ vu que cette dernière soit aussi égale à $\underline{|m-1}$ pour $x = m$ afin d'obtenir une

fonction *entière* avec la propriété demandée. Considérons en effet la fonction

$$\psi(x) = \Gamma(x) + \frac{\sin 2\pi x}{2\pi}\{\Gamma'(x) - (1-\gamma)\Gamma(x)\};$$

le résidu de $\Gamma(x)$ rélatif à $x = -n (n = 0, 1, 2 \ldots)$ ayant la valeur de $\frac{(-1)^n}{\underline{|n}}$, on voit sans peine, en éerivant $\psi(x)$ sous la forme

$$\psi(x) = \Gamma(x) - \frac{\cos \pi x}{\Gamma(1-x)}\left[1 - \left(\gamma + \frac{\Gamma'(x)}{\Gamma(x)}\right)\right],$$

c'est à dire

$$\psi(x) = \Gamma(x) - \frac{\cos \pi x}{\Gamma(1-x)}\left\{1 + \frac{1}{x} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{x+n} - \frac{1}{n}\right]\right\},$$

que $\psi(x)$ est une fonction *entière* qui coïncide avec $\Gamma(x)$ pour les valeurs entières et positives de x. De plus $\psi(x)$ devient égale à -1 pour $x = 0$, d'où nous voyons que la division de $1 + \psi(x)$ par x n'introduit pas de puissances négatives de x.[1])

Cependant, la fonction

$$\sin^2 \pi x + \sin^2 \pi\left[\frac{1 + \psi(x)}{x}\right]$$

étant un peu compliquée, il serait sans doute difficile d'assigner une bande autour de l'axe réel, telle qu'il n'y eût plus de zéros complexes là dedans, tant que x ne serait inférieur à une quantité donnée. C'est pourquoi je vais considérer une autre fonction entière analogue à la fonction $\theta(x)$ de M. v. KOCH.

Soit donc $H(x)$ la fonction entière définie par l'égalité suivante

$$H(x) = \frac{1}{\Gamma(1-x)} = \Gamma(x) \cdot \frac{\sin \pi x}{\pi}. \tag{1}$$

---

[1]) La fonction $\psi(x)$ satisfait à une équation aux différences assez simple, savoir

$$\psi(x+1) = x\psi(x) + \frac{\sin 2\pi x}{2\pi} \cdot \Gamma(x).$$

Voyez en outre une note de M. HADAMARD (Bulletin des Sciences Mathématiques; tome XIX, pag. 69). L'auteur donne dans cet article une fonction entière avec des propriétés analogues.

On voit alors qu'en posant

$$(2)\quad x^2Q(x)=\sum_{\mu=2}^{\infty}\sum_{\nu=2}^{\infty}\left[\frac{1}{x-\mu\nu}+\frac{1}{\mu\nu}+\frac{x}{\mu^2\nu^2}\right]\equiv\sum_{\mu,\,\nu}\frac{x^2}{\mu^2\nu^2(x-\mu\nu)};$$

$$g(x)=H(x)Q(x),$$

$g(x)$ représente une fonction entière de x qui s'annulle pour les nombres premiers. Pour tout nombre composé c, $g(x)$ a la valeur de

$$\frac{(-1)^c\,\underline{|c-1}\cdot\lambda(c)}{c^2},$$

le symbole $\lambda(c)$ désignant le nombre des diviseurs distincts de c. En faisant disparaître comme plus haut les zéros non entiers introduits par $Q(x)$, nous obtenons ainsi une fonction entière:

$$(3)\qquad f(x)=H^2(x)+g^2(x)$$

dont les seuls zéros réels sont les nombres premiers.

Quant aux valeurs complexes qui font s'annuller la fonction $f(x)$ on voit en l'écrivant sous la forme

$$f(x)=H^2(x)\left[1+Q^2(x)\right]$$

que ces valeurs doivent satisfaire à l'égalité:

$$Q(x)=\pm\, i,$$

puisque $H(x)$ n'a pas de zéros complexes. Ainsi en posant

$$Q(\xi+i\eta)=Q_1+iQ_2,$$

nous devons avoir

$$Q_1=0;\quad Q_2=\pm 1$$

pour que $f(x)$ s'annulle. Il faut donc examiner un peu la fonction $Q(x)$. On trouve d'abord [1])

$$(4)\qquad Q(x)=\sum_c\frac{\lambda(c)}{c^2}\cdot\frac{1}{x-c},$$

---

[1]) Dans le voisinage de $x=0$ on a le développement:

$$Q(x)=-\sum_{\nu=0}^{\infty}(S_{\nu+3}-1)^2x^{\nu};\ S^r=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^r}.$$

où l'indice c doit parcourir tous les nombres entiers composés et positifs. Par conséquent

$$(5) \qquad |Q_2| = \sum_c \frac{\lambda(c)}{c^2} \cdot \frac{|\eta|}{(\xi - c)^2 + \eta^2}.$$

Puisque on a en outre $Q_1 \neq 0$ dès que $\xi < 0$, les zéros de la fonction $f(x)$ sont tous situés dans le demi-plan positif.

Désignons maintenant par r la somme de la série

$$\sum_c \frac{\lambda(c)}{c^2} \text{ [1]}$$

et supposons que la condition suivante soit remplie pour toute valeur c:

$$(\xi - c)^2 + \eta^2 \geqq r \cdot |\eta|$$

ce qui revient à dire que la variable x ne peut pas avoir aucune valeur située à l'intérieur des cercles

$$(6) \qquad (\xi - c)^2 + \left(\eta \pm \frac{r}{2}\right)^2 = r^2.$$

De là il suit (5)

$$|Q_2| < \frac{1}{r} \cdot \sum_c \frac{\lambda(c)}{c^2}, \text{ c'est à dire } |Q_2| < 1,$$

et par conséquent

$$f(x) \neq 0.$$

Ainsi nous voyons, que si la fonction $f(x)$ possède des zéros complexes, ils sont nécessairement situés à l'intérieur des cercles (6).

Ce ci posé je vais faire usage du théorème suivant: »Soit

$$\mathfrak{P}(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu x^\nu; \quad (a_0 \neq 0)$$

une série qui est convergente pour $|x| = r$, et supposons qu'on ait

$$|\mathfrak{P}(x)| < M; \quad |x| = r.$$

[1]) La constante r a la valeur

$$\left(\frac{\pi^2}{6} - 1\right)^2 < \frac{1}{2}.$$

Alors $\mathfrak{z}(x)$ ne peut pas s'annuller tant que l'on aura

$$|x| < \frac{r}{1 + \frac{M}{|a_0|}}.\text{»}$$ [1])

Dévéloppons en effet la fonction entière

$$\bar{f}(x) = \frac{1}{\Gamma^2(x)} \cdot f(x) = \frac{1}{\pi^2} \cdot \sin^2 \pi x \left[1 + Q^2(x)\right],$$

dont les zéros complexes sont les mêmes que celles de $f(x)$, dans le voisinage d'un nombre composé c:

$$\bar{f}(x) = \mathfrak{P}(x - c); \quad \mathfrak{P}(0) = a_0 = \left\{\frac{\lambda(c)}{c^2}\right\}^2,$$

$\mathfrak{P}(x - c)$ désignant une série procédant suivant les puissances entières et positives de $x - c$; de plus nous avons pour $|x - c| = r$:

$|x - c'| > r$, d'où $|Q(x)| < 1$, $c' \neq c$; $|\sin \pi x|^2 \leqq \left(\frac{e^{\pi r} + e^{-\pi r}}{2}\right)^2$,

d'où il suit

$$|\bar{f}(x)| < \frac{1}{2\pi^2}(e^{\pi r} + e^{-\pi r})^2 = M.$$

Donc en vertu du théorème cité tout à l'heure la fonction $\bar{f}(x)$, et par conséquent $f(x)$, n'a pas de zéros à l'intérieur des cercles

$$(\xi - c)^2 + \eta^2 = \varrho^2, \tag{7}$$

où nous avons posé

$$\varrho = \frac{r}{1 + \frac{Mc^4}{\lambda^2(c)}}. \tag{8}$$

De là résulte que, x restant $\leqq n$, $f(x)$ est différente de zéro, pourvu que la partie imaginaire de x soit inférieure à $\frac{\varrho^2}{r}$. Ainsi en remplaçant $\lambda(c)$ par l'unité nous sommes parvenus au résultat suivant:

»La fonction $f(x)$ ne peut être nulle quand $x = \xi + i\eta$ satisfait aux conditions:

$$x \leqq n; \quad 0 < \eta \leqq \frac{r}{(1 + Mn^4)^2} = \varepsilon.\text{»} \tag{9}$$

[1]) Cf. Frobenius: Journal für Mathematik; Tome 76, pag. 231 note.

D'après cela nous pouvons donc appliquer la formule intégrale, mais il faut observer que les nombres premiers sont des zéros doubles pour la fonction $f(x)$, de sorte que nous aurons finalement

$$N = \frac{1}{4\pi i}\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx\,, \tag{10}$$

l'intégrale étant prise le long d'un rectangle limité par les droites

$$\xi = 0\,; \quad \xi = n\,; \quad \eta = \pm\,\varepsilon\,.$$

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 306.)

Utrecht. *Provinciaal Utrechtsch genootschap.*
Aanteekeningen van het verhandelde in de sectievergaderingen 1894. 8:o.
Verslag van het verhandelde in de algemeene vergadering 1894. 8:o.

Venezia. *R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.*
Memorie. Vol. 25: N:o 1—3. 1894. 4:o.
Atti. T. 52 (1893/94): Disp. 4—9; 53 (1894/95): 1—3. 8:o.

Washington. *Bureau of ethnology.*
Annual report. 11 (1889/90)—12 (1890/91). 8:o.
Contributions to North American ethnology. Vol. 9. 1893. 4:o.
HOLMES, W. H., An ancient quarry in Indian territory. 1894. 8:o.
List of the publications of the Bureau. 1894. 8:o.

Wien. *K. K. Gradmessungs-Bureau.*
Astronomische Arbeiten. Bd 6. 1894. 4:o.

Af författarne:

BERGGREN, G. F., Bidrag till historien om potatisodlingens införande i Sverige. 1894. 8:o.

HOLST, N. O., Om lommalerans ålder. Sthlm 1895. 8:o.

LAGERHEIM, G., Champignons de l'Équateur. Pugillus 4. Genève 1895. 8:o.

STENSTRÖM, K. O. E., Über das Vorkommen derselben Arten in verschiedenen Klimaten an verschiedenen Standorten. München 1895. 8:o.

BARBOZA DU BOCAGE, J. V., Sur un batracien nouveau de Fernão do Pó. Lisboa 1895. 8:o.

V. KÖLLIKER, Kritik der Hypothesen von Rabl-Rückhard und Duval über amoebide Bewegungen der Neurodendren. Würzb. 1895. 8:o.

RAJNA, M., Sull' escursione diurna della declinazione magnetica a Milano in relazione col periodo delle macchie solari. Milano 1895. 8:o.

WILDE, H., On the multiple proportions of the atomic weights of elementary substances in relation to the unit of hydrogen. Manchester 1895. 8:o.

— On the evidence afforded by Bode's law of a permanent contraction of the radii vectores of the planetary orbits. Manchester 1895. 8:o.

Stockholm 1895. Kungl. Boktryckeriet.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 52. 1895. № 6.

349

Onsdagen den 12 Juni.

INNEHÅLL:

Herr HASSELBERG refererade innehållet af en af Öfveringeniör S. A. ANDRÉE till Akademien inlemnad redogörelse för den serie af ballongfärder, som han hittills utfört.

Herr SMITT framlade för Akademien den senare delen af andra upplagan af det utaf honom redigerade och af Aktiebolaget P. A. NORSTEDT & SÖNER utgifna praktfulla planschverket: »Skandinaviens fiskar», hvaraf ett exemplar blifvit utaf nämnda bolag Akademien föräradt; och beslöt Akademien att såsom ett tecken af sitt erkännande af Bolagets stora förtjenster om detta arbetes utgifvande till Bolaget öfverlemna ett exemplar i guld af sin minnespenning öfver LINNÉ.

Hr NILSSON meddelade en af Lektorn H. G. SÖDERBAUM författad afhandling med titel: »Om några från difenyloxetylamin deriverade heterocykliska baser».*

Hr THALÉN meddelade resultaten af undersökningar, som af honom blifvit utförda, för absoluta bestämningar af ljusets våglängder.

Till införande i Akademiens Handlingar antogs en afhandling af Ingeniör P. DUSÉN: »Some new and little known Mosses from the West Coast of Africa», och till införande i Bihanget till Handlingarne följande afhandlingar: 1:o) »En undersökning inom theorien för de elektriska strömmarne» af Professor A. V. BÄCKLUND; 2:o) »Redogörelse för de svenska hydrografiska undersökningarne under 1893—1894. IV. Ytvattnets tillstånd i Nordsjön och Östersjön under olika årstider», af Professor O. PETTERSSON och Ingeniör G. EKMAN; 3:o) »Chlorophyllophyceen aus Falbygden in Vestergötland», af Fil. Licentiaten O. BORGE; 4:o) »Botaniska reseanteckningar från Gotland, Öland och Småland 1893 och 1894», af studeranden R. MATSSON; och 5:o) »Några anmärkningsvärda Salix- och Betulaformer», af Filos. Kandidaten K. KJELLMARK.

Sekreteraren meddelade följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Om heliums atomvigt», af Filos. Licentiaten V. A. LANGLET*; 2:o) »Mykologische Beiträge. IV. Aecidium Sommerfelti och Puccinia mammilata», af Docenten H. O. JUEL*; 3:o) »Bidrag till kännedomen om kärlsträngsförloppet hos Silenéblomman», af Fröken ALIDA OLBERS*.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

Stockholm. *Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Sveriges officiela statistik. 3 häften. 4:o.
— *Generalstaben.*
Karta öfver Sverige, 1 : 100,000. Bl. 62.
Norrbottens läns kartverk, 1 : 200,000. Bl. 36.
— *Karolinska medico-kirurgiska institutet.*
Berättelse. 1893/94. 8:o.
— *Svenska trädgårdsföreningen.*
Tidskrift. Årg. 18(1895). N:r 1—5. 8:o.
— *Svenska turistföreningen.*
Årsskrift. 1895. 8:o.
Upsala. *Geological institution of the university.*
Bulletin. Vol. 2: P. 1. 1894. 8:o. 5 ex.
Austin. *Texas academy of science.*
Transactions. Vol. 1: N:r 3. 1894. 8:o.

(Forts. å sid. 370.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1895. N:o 6.
Stockholm.

Om några från difenyloxetylamin deriverade heterocykliska baser.

Af H. G. SÖDERBAUM.

[Meddeladt den 12 Juni 1895 genom L. F. NILSON.]

Sedan H. GOLDSCHMIDT [1]) år 1886 visat, att acetoximer och aldoximer genom inverkan af natriumamalgam och isättika kunna öfverföras till aminer, tillämpade han följande år i gemenskap med N. POLONOWSKA [2]) denna reaktion på bl. a. benzoinoxim och erhöll så *difenyloxetylamin*:

$$\begin{array}{l} C_6H_5 \,.\, CH \,.\, NH_2 \\ \qquad\quad | \\ C_6H_5 \,.\, CH \,.\, OH. \end{array}$$

Redan de nämda författarne sökte att genom inverkan af ättiksyreanhydrid på denna förening framkomma till en anhydrobas af sammansättningen

$$\begin{array}{l} C_6H_5 \,.\, HC \!-\!\!-\!\! N \\ C_6H_5 \,.\, HC \quad\; C \,.\, CH_3 \\ \qquad\qquad\;\; O \end{array}$$

alltså till ett trisubstitueradt derivat af dihydrerad *azoxol*, [3]) ett försök, hvilket emellertid så till vida lemnade negativt resultat, som de i stället för den väntade kondensationsprodukten erhöllo ett diacetylderivat af difenyloxetylamin.

[1]) Ber. d. deutsch. chem. Ges. XIX, 3232.

[2]) Ber. d. deutsch. chem. Ges. XX, 492.

[3]) Jfr O. WIDMAN: Zur Nomenclatur stickstoffhaltiger Kerne. Journ. f. prakt. Chemie N. F. **45**, 211 (1892).

Sedan någon tid sysselsatt med studiet af de kroppar, hvilka uppstå genom vatten- resp. svafvelväteafspaltning ur föreningar, innehållande atomgrupperingen

$$HO{-}C{-}C{-}NH{-}CO{-}NHR$$

eller

$$HO{-}C{-}C{-}NH{-}CS{-}NHR,$$

har jag funnit, att de urinämne- eller svafvelurinämnederivat, som uppstå genom inverkan af isocyanat eller senapsoljor på GOLDSCHMIDTS & POLONOWSKAS bas, åtminstone i flera fall utan allt för stor svårighet låta öfverföra sig till kondenserade baser, hvilka på grund af sjelfva bildningssättet måste anses innehålla en femledad, ringformigt sluten kväfvekärna.

Beträffande sättet, hvarpå denna kondensation eger rum, äro tvänne väsentligen olika tolkningar tänkbara, såsom närmare åskådliggöres genom följande reaktionsformler:

$$\text{I.}\quad \begin{array}{l} C_6H_5.CH.NH.CQ.NHR \\ \quad\;\; | \\ C_6H_5.CH.OH \end{array} = \begin{array}{l} C_6H_5.HC{-}{-}NH \\ C_6H_5.HC\diagdown\diagup CQ \\ \qquad\qquad N.R \end{array} + H_2O$$

(Q = O eller S; R = H eller en alkoholradikal).

I detta fall skulle alltså uppstå ett *diazol*derivat.

$$\text{II.}\quad \begin{array}{l} C_6H_5.CH.NH.CQ.NHR \\ \quad\;\; | \\ C_6H_5.CH.OH \end{array} = \begin{array}{l} C_6H_5.HC{-}{-}N \\ C_6H_5.HC\diagdown\diagup C.NHR \\ \qquad\qquad Q \end{array} + H_2O.$$

I det senare fallet blefve reaktionsprodukten en *azoxol* resp. en *aztiol*, hvilken möjligen äfven skulle kunna tänkas uppträda i den tautomera modifikationen

$$\begin{array}{l} C_6H_5.HC{-}{-}NH \\ C_6H_5.HC\diagdown\diagup C:NR \\ \qquad\qquad Q \end{array}$$

Dels på grund af kropparnes egenskaper och reaktionsförhållanden, dels på grund af jämförelse med förut kända föreningar af analog konstitution måste den senare (II) af dessa formler betecknas såsom den sannolikare.

De nya föreningarnes kemiska karaktär är utpräglade basisk; de bilda med lätthet salter med syror och ge med platinaklorid kristalliserande kloroplatinat.[1]) Salterna sönderdelas ej af vatten. Är den vid kväfvet bundna radikalen alifatisk, löses föreningen med lätthet icke blott af utspädda mineralsyror, utan äfven af utspädd ättiksyra. I alkalier äro de utan undantag olösliga. Smältpunkten ligger icke anmärkningsvärdt högt, i undersökta fall mellan 136 och 163°.

A priori kan man nu vänta, att en förening innehållande atomgrupperingen

$$— NH — CO — NR —$$

bör vara föga basisk, i hvarje fall mindre basisk än en isomer, innehållande samma atomer i bindningsförhållandet

$$—N = \underset{\displaystyle NHR.}{\overset{|}{C}}—O—$$

Detta bekräftas af erfarenheten. För att endast anföra tvänne af de närmast tillhands liggande exemplen äro de genom inverkan af urinämne eller koloxiklorid på ortodiaminer framstälda s. k. *β-oximidazolerna* t. ex.

$$C_6H_4\left\{\begin{matrix}NH\\NH\end{matrix}\right\rangle CO \text{ eller } C_6H_4\left\{\begin{matrix}NH\\N\end{matrix}\right\rangle\!\!\!\!\gg C.OH$$ [2])

samtliga mycket svaga baser, som endast lösas i koncentrerade mineralsyror och vid saltlösningarnes utspädning med vatten ånyo utfällas i oförändradt tillstånd. De utmärkas snarare genom sura egenskaper, i det de redan i köld lösas af utspädda alkalier och ge alkalisalter, som icke sönderdelas af kolsyra.

Hos motsvarande svafvelföreningar

$$C_6H_4\left\{\begin{matrix}NH\\NH\end{matrix}\right\rangle CS \text{ eller } C_6H_4\left\{\begin{matrix}NH\\N\end{matrix}\right\rangle\!\!\!\!\gg C.SH.$$ [3])

[1]) *Kloroauraten* äro merändels emulsionsartade fällningar.

[2]) = »*o*-fenylenurinämne»; RUDOLPH Ber. d. deutsch. chem. Ges. XII, 1296; HARTMANN ibm XXIII, 1047; LELLMAN, WÜRTHNER Ann. Chem. 228, 221.

[3]) LELLMANN, Ann. Chem. 221, 9; BILLETER, STEINER, Ber. d. deutsch. chem. Ges. XX, 231.

är frånvaron af basisk karaktär ännu skarpare markerad, i det dessa icke ens lösas i koncentrerade mineralsyror med undantag af konc. svafvelsyra. Kännetecknande för samtliga dessa föreningar är vidare den höga smältpunkten, som vanligen ligger i närheten af 300°.

Helt andra egenskaper visar däremot den isomera *»amidobenzoxazolen»*

$$C_6H_4\left\{\begin{matrix}N\\O\end{matrix}\right\rangle C.NH_2$$ [1]

framstäld genom afspaltning af svafvelväte ur oxifenylsvafvelurinämne. Här är lösligheten i alkalier försvunnen, hvaremot förmågan att bilda salter med syror förefinnes. Visserligen försvagas den positiva karaktären genom inträde af aromatiska radikaler (fenylgrupper) i amidogruppen, utan att dock helt och hållet gå förlorad.

Äfven hos de analogt sammansatta *amidobenztiazolerna*

$$C_6H_4\left\{\begin{matrix}N\\S\end{matrix}\right\rangle C.NHR$$ [2]

är förhållandet enahanda. Såväl hos syre- som svafvelföreningar ligger dessutom smältpunkten genomgående betydligt lägre än hos isomera oxi- resp. tioimidazoler, i det den sällan öfverstiger 200° och vanligtvis är belägen mellan 120 och 170°.

Den omisskänneliga likhet i såväl kemiskt som fysikaliskt hänseende, hvilken sålunda förefinnes emellan de förut kända amidooxazolerna och motsvarande tiazoler å ena sidan och de nya, från difenyloxetylamin deriverande baserna å den andra, synes utgöra ett tillräckligt skäl att uppfatta dessa båda klasser af föreningar såsom sinsemellan analogt sammansatta, en uppfattning, hvilken icke jäfvas af de nya basernas hittills iakttagna reaktionsförhållanden i öfrigt.

I det följande komma därför dessa baser att betecknas såsom derivat af atomkomplexen

---

[1]) Bendix, Ber. d. deutsch. chem. Ges. XI, 2264.

[2]) Hofmann, Ber. d. deutsch. chem. Ges. XII, 1129; XIII, 11; XX, 1796.

$$\begin{array}{l} H_2C\text{—}N \\ H_2C\diagdown\ \ \diagup C.NH_2 \\ \quad\ \ O(S) \end{array}$$ [1]

och att i öfverensstämmelse därmed benämnas *dihydroazoxoler* resp. *-aztioler.* [2]

De hittills framstälda hithörande föreningarne kunna indelas i fem grupper, allteftersom den i det föregående med R betecknade radikalen är I) H; II) CH_3; III) C_2H_5; IV) C_6H_5; V) C_7H_7.

Urinämnenas kondensation till baser har allt efter omständigheterna blifvit verkstäld på tvänne olika sätt: dels genom upphettning med måttligt stark saltsyra (afspaltning af vatten), dels genom kokning i alkohollösning tillsammans med öfverskott af gul, på våta vägen framstäld kvicksilfveroxid (afspaltning af svafvelväte).

I.

Difenyloxetylurinämne.

$$\begin{array}{l} C_6H_5.CH.NH.CO.NH_2 \\ \qquad\quad | \\ C_6H_5.CH.OH \end{array}$$

1 centigrammolekyl (2,13 gr.) omkristalliserad difenyloxetylamin [3]) löstes i 10 kcm. normal saltsyra under lindrig uppvärmning, lösningen filtrerades, om så behöfdes, utspäddes med sin lika volym vatten och försattes med en vattenlösning af 1 gr. kaliumcyanat, hvarefter hela blandningen en kort stund försigtigt uppvärmdes. Efterhand utföll en hvit, kristallinisk sub-

---

[1]) = GABRIELS »Aethylenpseudoharnstoff» jfr Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXII, 1151.

[2]) Om dessa benämningars företräde framför de i den äldre (HANTZSCH'ska) nomenklaturen brukliga: oxazol och tiazol, se WIDMANS ofvan citerade afhandling: Zur Nomenclatur stickstoffhaltiger Kerne.

[3]) Vid framställningen af denna bas följdes till en början GOLDSCHMIDTS och POLONOWSKAS föreskrift; det befanns emellertid fördelaktigt att något modifiera densamma, dels så att större öfverskott af natriumamalgam användes (150 i st. f. 100 gr. på 5 gr. benzoinoxim), och dels så att särskild uppvärmning uraktläts.

stans, så att vätskan efter ett par timmar nästan stelnat. Den nya kroppen affiltrerades, tvättades med vatten och omkristalliserades upprepade gånger ur alkohol.

Föreningen är så godt som olöslig i vatten och eter; mycket svårlöslig i benzol; löslig i aceton och varm alkohol.

Ur sistnämda lösningsmedel kristalliserar den i platta, stjern- eller kulformigt grupperade kristaller af rektangulär omkrets. Smälter vid 215° under stark gasutveckling.

Analys:

I. 0,1588 gr. gaf 0,4097 gr. kolsyra och 0,0945 gr. vatten.

II. 0,1954 gr. gaf 18,6 kcm. kväfgas, mätt vid 17° och 753 mm.

	Beräknadt för $C_{16}H_{16}N_2O_2$:	Funnet: I.	Funnet: II.	
C	70,31	70,34	—	%.
H	6,25	6,61	—	»
N	10,94	—	11,13	»

4, 5-Difenyldihydro-2-amino-1, 3-azoxol

(α, β-Difenyl-μ-amino-oxazolin).

$$\begin{array}{l} C_6H_5 . HC—N \\ C_6H_5 . HC\diagdown_{O}\diagup C . NH_2 \end{array}$$

Det ofvan beskrifna urinämnet kokades 1—2 timmar med saltsyra af eg. v. 1,10 under uppåtvändt kylrör. Under kokningen afskildes en ringa mängd brungult harts, som frånfiltrerades. Vid filtratets mättning med natronlut erhölls en hvit emulsion, hvilken snart nog omsatte sig till en kristallinisk fällning af spetsiga, stjernformigt grupperade, mikroskopiska nålar. Denna renades genom omkristallisering ur benzol, försatt med några droppar ligroin, bäst så att föreningen först löses i ren benzol, hvarefter, sedan fullständig lösning inträdt, ligroin försigtigt tillsättes. Härvid anskjuter substansen inom kort i stora, halfsfäriska kristallaggregat, bestående af spröda, jämntjocka, sexsidiga nålar.

Basen är mycket svårlöslig i ligroin, lättlöslig i benzol, alkohol och aceton. Med saltsyra flyter den sönder till en olja, som löses vid uppvärmning eller tillsats af vatten. Försättes vattenlösningen ånyo med stark saltsyra, uppstår en emulsionsartad fällning (klorvätesyradt salt). Smältpunkten ligger vid 153—154°.

Analys:

I. 0,1769 gr. gaf 0.4896 kolsyra och 0,0961 gr. vatten.

II. 0,1197 gr. gaf 12,1 kcm. kväfgas, mätt vid 12° och 754 mm.

	Beräknadt för $C_{15}H_{14}N_2O$:	Funnet: I.	II.	
C	75,63	75.48	—	%.
H	5,88	5,99	—	»
N	11,76	—	12,05	»

Kloroplatinat $2C_{15}H_{14}N_2O \cdot H_2PtCl_6$. Erhålles genom att löser basen i starkt utspädd klorvätesyra och tillsätta platinaklorid, hvarvid ögonblickligen uppstår en gulhvit, amorf, emulsionsartad fällning, som likväl inom ett par minuter omsätter sig till ett chamoisfärgadt, tungt kristallpulver. Visar sig under mikroskopet fullkomligt enhetligt, bestående af små klotrunda kristallaggregat. Smälter vid upphettning i kapillärrör omkring 203° under mörkfärgning och gasutveckling.

Analys:

0,2028 gr. gaf 0,0445 gr. platina.

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	21,98	21,94 %.

II.

Difenyloxetylmetylsvafvelurinämne

$$\begin{array}{l} C_6H_5 \cdot CH \cdot NH \cdot CS \cdot NH \cdot CH_3 \\ \quad\quad\;\; | \\ C_6H_5 \cdot CH \cdot OH \end{array}$$

framställdes genom inverkan af äkvimolekylära mängder difenyloxetylamin och metylsenapsolja i benzollösning under uppvärm-

ning. Efter benzolens afdestillering på vattenbad kvarstannade en tjockflytande sirap, som utan svårighet bragtes att kristallisera. Substansen renas lämpligen genom omkristallisering ur benzol, hvarur den kristalliserar hastigt och väl i form af hampfröstora, vårtlika aggregat De särskilda kristallindividerna visa under mikroskopet formen af blad.

Urinämnet är lättlösligt i alkohol och aceton, äfvenså i varm benzol; mycket svårlösligt i kokande eter och ligroin; olösligt i vatten. Det smälter konstant vid 136°. [1])

Analys:

I. 0,1808 gr. gaf 14,6 kcm. kväfgas, mätt vid 17,5° och 763,4 mm.

II. 0,1573 gr. gaf 0,1290 gr. bariumsulfat. [2])

	Beräknadt för $C_{16}H_{18}N_2SO$:	Funnet: I.	II.	
N	9,79	9,56	—	%.
S	11,19	—	11,27	»

4, 5-Difenyldihydro-2-metylamino-1, 3-azoxol

(α, β-Difenyl-μ-metylamino-oxazolin).

$$\begin{array}{l} C_6H_5 . HC\text{——}N \\ C_6H_5 . HC\diagdown\diagup C . NH . CH_3 \\ \qquad\qquad\quad O \end{array}$$

Till en lösning af 1 del difenyloxetylmetylsvafvelurinämne i omkr. 100 delar alkohol sattes gul kvicksilfveroxid i öfverskott, uppslammad i minsta möjliga mängd vatten. Blandningen kokades på vattenbad under upprätt kylrör, till dess att ett affiltreradt prof vid uppvärmning med en ny mängd kvicksilfveroxid icke vidare svärtade denna. Efter slutad reaktion frånfiltrerades blandningen af kvicksilfveroxid och -sulfuret medels sugpump, hvarefter alkoholen afdestillerades i vattenbad. Återstoden utgjorde en hvit kristallmassa, som renades genom omkristallisering ur benzol.

[1]) Ur moderlutarne erhölls efter någon tid en svårlöslig kropp, smältande öfver 160°, hvilken ej närmare undersöktes.

[2]) Samtliga svafvelbestämningar äro utförda enligt KLASONS metod.

Basen är ytterst lättlöslig i kloroform, mycket lättlöslig i alkohol, lättlöslig i varm benzol, löslig i kokande eter, mycket svårlöslig i kokande gasolja. Kristalliserar ur de flesta lösningsmedel i fina, hvita, silkesglänsande nålar.

Såväl af ättiksyra som af kall utspädd saltsyra löses den utan svårighet och utfälles åhyo vid tillsats at ett alkali. Smälter vid 158—159° till en gul olja, som stelnar vid afsvalning.

Analys:

I. 0,1537 gr. gaf 0,4265 gr. kolsyra och 0,0906 gr. vatten.

II. 0,1882 gr. gaf 18,6 kcm. kväfgas, mätt vid 23° och 737,3 mm.

	Beräknadt för $C_{16}H_{16}N_2O$:	Funnet: I.	II.	
C	76,19	75,67	—	%.
H	6,35	6,50	—	»
N	11,11	—	11,09	»

Kloroplatinatet $2C_{16}H_{16}N_2O \cdot H_2PtCl_6$ erhålles genom sammanblandning af varma, utspädda lösningar af platinaklorid och basens klorvätesyrade salt i form af en gul, tydligt kristallinisk fällning, som under mikroskopet visar sig bestå af blad, hopvuxna till greniga, mossliknande aggregat. Saltet sönderdelas vid ungefär 215° under stark pösning och brunfärgning.

Analys:

0,1488 gr. gaf 0,0315 gr. platina.

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	21,31	21,19 %.

4, 5-Difenyldihydro-2-metylamino-1, 3-aztiol

(α, β-Difenyl-μ-metylamino-tiazolin).

$$\begin{array}{l} C_6H_5 \,.\, HC \text{——} N \\ C_6H_5 \,.\, HC \quad C \,.\, NH \,.\, CH_3 \\ \qquad\qquad\quad S \end{array}$$

Difenyloxetylmetylsvafvelurinämnet utrördes omsorgsfullt med sin 20-faldiga vigt saltsyra (eg. v. 1,05) och upphettades till kokning på asbestbad. Efter en stund sönderflöt substansen till

en tung, färglös olja. Genom upprepad tillsats af hett vatten i smärre portioner och ihållande kokning (inalles omkr. $1^1/_2$ timme) bragtes denna olja nästan fullständigt i lösning. Vid afsvalning inträdde endast obetydlig grumling, som frånfiltrerades. Filtratet försattes *droppvis* och *under omröring* med natronlut till alkalisk reaktion. Härvid utföll en hvit, smetig kropp, som lätt bakade ihop sig till större klumpar och inom kort stelnade till en spröd, kristallinisk massa. Denna renades genom omkristallisering ur benzol-ligroin (se ofvan!). Äfven oblandad benzol kan här med fördel användas.

Basen är lättlöslig i kall kloroform, äfvenså i varm alkohol och benzol; den löses i kokande eter, men är ytterst svårlöslig i gasolja och olöslig i vatten. Bildar vackra, hvita nålar (ur benzol), som smälta vid 155°. Ur alkohol kristalliserar den långsammare i form af väl utbildade, vattenklara prismer. Föreningen löses utan svårighet äfven af utspädd ättiksyra.

Analys:

I. 0,1573 gr. gaf 0,4130 gr. kolsyra och 0,0875 gr. vatten.

II. 0,1597 gr. gaf 13,8 kcm. kväfgas, mätt vid 21° och 774,5 mm.

III. 0,1570 gr. gaf 0,1374 gr. bariumsulfat.

	Beräknadt för $C_{16}H_{16}N_2S$:	Funnet: I.	II.	III.	
C	71,64	71,58	—	—	%.
H	5,97	6,16	—	—	»
N	10,45	—	10,26	—	»
S	11,94	—	—	12,03	»
	100,00				

Kloroplatinatet $2C_{16}H_{16}N_2S \cdot H_2PtCl_6$. Äfven mycket utspädda lösningar af basens klorvätesyrade salt ge fällning med platinaklorid. För analys fäldes kloroplatinatet ur en varm och sur lösning. Fällningen är till en början amorf, men omsätter sig så småningom till mikroskopiska kristallaggregat, bestående af korta, från en gemensam medelpunkt utstrålande prismer.

Kristallpulvrets färg är blekgul med dragning åt rödt. Saltet smälter vid omkring 220° under brunfärgning och stark gasutveckling.

Analys:

I. 0,1344 gr. gaf 0,0277 gr. platina.

II. 0,1188 gr. gaf 0,0246 gr. platina.

	Beräknadt för $2C_{16}H_{16}N_2S . H_2PtCl_6$:	Funnet: I.	II.
Pt	20,58	20,61	20,70 %.

III.

Difenyloxetyletylsvafvelurinämne.

$$\begin{array}{l} C_6H_5 . CH . NH . CS . NH . C_2H_5 \\ \qquad\quad | \\ C_6H_5 . CH . OH \end{array}$$

Framställes af difenyloxetylamin och etylsenapsolja i benzollösning på ungefär samma sätt som motsvarande metylförening. För urinämnets isolering är det här icke nödvändigt att afdestillera benzolen, enär detsamma efter någon tid frivilligt utkristalliserar. Som reningsmedel användes benzol, hvarur föreningen hastigt och fullständigt utkristalliserar i form af ytterst fina, böjliga, hopfiltade nålar. Efter upprepade omkristalliseringar instälde sig slutligen smältpunkten på 148—149°.

Föreningen är lättlöslig i kall aceton äfvensom i het alkohol, benzol och isättika; den löses i kokande eter, men är mycket svårlöslig i ligroin äfven vid kokning.

Analys:

I. 0,1533 gr. gaf 12,4 kcm. kväfgas, mätt vid 18,5° och 748,2 mm.

II. 0,1636 gr. gaf 0,1259 gr. bariumsulfat.

	Beräknadt för $C_{17}H_{20}N_2SO$:	Funnet: I.	II.
N	9,33	9,35	— %.
S	10,67	—	10,58 »

4, 5-Difenyldihydro-2-etylamino-1, 3-azoxol

(α, β-Difenyl-μ-etylamino-oxazolin).

$$\begin{array}{l} C_6H_5 . HC\text{——}N \\ C_6H_5 . HC\diagdown\ \diagup C . NH . C_2H_5 \\ \qquad\qquad\quad O \end{array}$$

Framstäldes ur nyss beskrifna svafvelurinämne genom kokning med kvicksilfveroxid i alkohollösning på samma sätt som metylföreningen. Ur filtratet från svafvelkvicksilfret afskildes efter alkoholens afdestillering en olja, som vid afsvalning lätt stelnade till en grofkristallinisk massa. Denna affiltrerades, torkades och omkristalliserades ur benzol-ligroin.

Basen erhölls kristalliserad på två olika sätt: dels i långa, hårfina nålar, dels i platta, snedt afskurna, perlemorglänsande prismer, båda formerna vanligen anordnade i halfsfäriska aggregat. Oftast uppträder endast endera formen åt gången; mera sällan förekommer en blandning af båda. Den hastighet, hvarmed kristalliseringen sker, synes utöfva ett väsentligt inflytande på kristallformen. Föreningen är ytterst lättlöslig i kall kloroform, lättlöslig i alkohol och varm benzol; i kall eter löses den utan svårighet, däremot mycket trögt i kokande ligroin. Upphettad i kapillärrör smälter den konstant vid 141° till en något gulaktig vätska.

Analys:

I. 0,2088 gr. gaf 0,5861 gr. kolsyra och 0,1308 gr. vatten.

II. 0,1875 gr. gaf 17,2 kcm. kväfgas, mätt vid 18° och 748,5 mm.

	Beräknadt för $C_{17}H_{18}N_2O$:	Funnet: I.	II.	
C	76,69	76,53	—	%.
H	6,77	6,94	—	»
N	10,53	—	10,63	»

Kloroplatinatet $2C_{17}H_{18}N_2O . H_2PtCl_6$. Genom tillsats af platinaklorid i värme till en lösning af basen i utspädd klor-

vätesyra erhölls en i förstone smetig fällning, som snart stelnade kristalliniskt. Ljusgult pulver, bestående af mikroskopiska sexsidiga prismer, vanligen stjernformigt grupperade. Sönderdelas under smältning och gasutveckling vid 195—200°.

Analys:

0,2130 gr. gaf 0,0444 gr. platina.

	Beräknadt:	Funnet:
Pt.	20,67	20,84 %.

4, 5-Difenyldihydro-2-etylamino-1, 3-aztiol

(α, β-Difenyl-μ-etylamino-tiazolin).

$$\begin{array}{l} C_6H_5 . HC—N \\ C_6H_5 . HC \diagdown \quad \diagup C . NH . C_2H_5 \\ \qquad\qquad\quad S \end{array}$$

Framställdes genom kokning af difenyloxetyletylsvafvelurinämne med saltsyra (eg. v. 1,10) ungefär på samma sätt som förut beskrifna närmast lägre homolog. Äfven här sönderflyter urinämnet till en olja, som dock hastigare och fullständigare löses. Ur den vattenklara lösningen utföll vid afsvalning en ringa mängd harts, som frånfiltrerades. Vid filtratets neutralisering med natronlut uppstod en hvit emulsion, som snart omsatte sig till en i början volyminös, därefter hopsjunkande, pulverformig fällning.

Basen är lättlöslig i benzol, alkohol, aceton och *eter*; löses vid kokning utan svårighet äfven i *ligroin* till skilnad från de föregående. Är olöslig i kokande natronlut. Ur benzol-ligroin, som användes till reningsmedel, kristalliserar den praktfullt i spröda, glasklara nålar. Smälter vid 139° och stelnar efter smältningen hastigt ånyo.

Analys:

I. 0,2002 gr. gaf 0,5283 gr. kolsyra och 0,1167 gr. vatten.

II. 0,1935 gr. gaf 16 kcm. kväfgas, mätt vid 18° och 758 mm.

III. 0,1525 gr. gaf 0,1271 gr. bariumsulfat.

	Beräknadt för $C_{17}H_{18}N_2S$:	Funnet: I.	II.	III.	
C	72,34	71,98	—	—	%.
H	6,38	6,44	—	—	»
N	9,93	—	9,70	—	»
S	11,35	—	—	11,45	»
	100,00				

Molekylarvigtsbestämning utfördes enligt fryspunktsmetoden (BECKMANNS apparat). Såsom lösningsmedel användes isättika.

0,2302 gr. bas, som till neutralisering fordrade 0,0489 gr. CH_3COOH, åstadkom vid lösning i 40,11—0,0489 = 40,06 gr. isättika en depression af 0,098° C.

Beräknad molekylarvigt för $C_{17}H_{18}N_2S$:	Funnen molekylarvigt: [1]
282	276,8.

Kloroplatinatet $2C_{17}H_{18}N_2S . H_2PtCl_6$. Vid ett försök att framställa detta salt på vanligt sätt, d. v. s. genom fällning af kloridens vattenlösning, erhölls ett amorft, blekgult pulver, som sintrade vid 105° och smälte oskarpt uppemot 130°. Det gaf vid analys omkr. $1^1/_2$ % lägre platinahalt, än ofvanstående formel fordrar. Vid tillsats af platinaklorid till en utspädd *alkohol*-lösning af kloriden afsatte sig däremot efter någon tid en klart orangegul, kristallinisk kropp af väntad sammansättning. Den visade sig under mikroskopet bestå af sfäriska aggregat, sammansatta af ytterst tätt hopgyttrade prismer, och smälte vid 185—188° under gasutveckling, men utan svartfärgning, till en gulröd vätska.

Analys:
0,2310 gr. gaf 0,0457 gr. platina.

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	19,99	19,78 %.

[1]) Enligt formeln $M = \frac{T(P+1)100}{C(L-1)}$.

IV.

Difenyloxetylfenylurinämne.

$$\begin{array}{l} C_6H_5 . CH . NH . CO . NH . C_6H_5 \\ \quad\quad\;\; | \\ C_6H_5 . CH . OH \end{array}$$

Framställdes genom inverkan af fenylisocyanat på difenyloxetylamin i benzollösning. Efter omkr. 12 timmar affiltrerades den utkristalliserade substansen och omkristalliserades ur alkohol.

Rent hvita aggregat af tjocka, tafvelformiga eller prismatiska kristaller. Smpt 176°. Föreningen är olöslig i vatten, ytterst svårlöslig i kokande eter och ligroin, svårlöslig i kokande benzol, lättlöslig i varm alkohol och i kall aceton.

Analys:

0,1625 gr. gaf 11,9 kcm. kväfgas, mätt vid 18° och 758,5 mm.

	Ber. för $C_{21}H_{20}N_2O_2$:	Funnet:
N	8,43	8,60 %.

Såsom utgångsmaterial för framställning af azoxolderivat befanns detta urinämne vara mindre lämpligt, emedan det mycket trögt angripes af kokande saltsyra.

Difenyloxetylfenylsvafvelurinämne.

$$\begin{array}{l} C_6H_5 . CH . NH . CS . NH . C_6H_5 \\ \quad\quad\;\; | \\ C_6H_5 . CH . OH \end{array}$$

Framställdes på vanligt sätt ur difenyloxetylamin genom inverkan af en ekvimolekylär mängd fenylsenapsolja. Benzollösningen uppvärmdes en kort stund till nära kokning ända till dess, att kristaller började afsätta sig. Vid afsvalning stelnade vätskan till en gröt af hopfiltade, snöhvita nålar.

Substansen renades genom omkristallisering ur alkohol. Den anskjuter ur detta lösningsmedel vid ostörd kristallisation i rosettformigt grupperade, sexsidiga nålar. Smpt 171°. Olöslig i vatten,

svårlöslig i varm eter; löses i varm benzol, lättare i alkohol och aceton.

Analys:

I. 0,1948 gr. gaf 14,2 kcm. kväfgas, mätt vid 18,5° och 748 mm.

II. 0,1539 gr. gaf 0,1035 gr. bariumsulfat.

	Beräknadt för $C_{21}H_{20}N_2SO$:	Funnet: I.	II.	
N	8,05	8,42	—	%.
S	9,19	—	9,24	»

Äfven detta urinämne reagerar endast trögt med saltsyra. Däremot låter det genom inverkan af kvicksilfveroxid lätt öfverföra sig till

4, 5-Difenyldihydro-2-fenylamino-1, 3-azoxol

(α, β-Difenyl-μ-fenylamino-oxazolin).

$$\begin{array}{l} C_6H_5 . HC\text{——}N \\ C_6H_5 . HC \quad C . NH . C_6H_5 \\ \qquad\qquad\ O \end{array}$$

Reaktionen utfördes i alkohollösning på förut beskrifvet sätt. Föreningen, som renades genom omkristallisering ur benzol-ligroin, bildar i rent tillstånd fina hvita nålar, förenade till halfsfäriska eller rosettlika aggregat. Smpt 162—163°. Lättlöslig i het benzol, svårlöslig i ligroin, löslig i varm alkohol, men kristalliserar ur sistnämda lösningsmedel tämligen trögt.

Basen är i motsats till ofvan beskrifna azoxoler med alifatisk radikal rätt svårlöslig i saltsyra. Öfvergjuten därmed, antar den först smetig konsistens, stelnar sedan ånyo under bildning af klorvätesyradt salt, men löses äfven vid kokning mycket trögt, väl hufvudsakligen på grund af det nämda hydrokloratets svårlöslighet. I isättika är den lättlöslig.

Analys:

I. 0,1298 gr. gaf 0,3812 gr. kolsyra och 0,0689 gr. vatten.

II. 0,1645 gr. gaf 12,6 kcm. kväfgas mätt vid 16,5° och 769 mm.

	Beräknadt för $C_{21}H_{18}N_2O$:	Funnet: I.	II.	
C	80,25	80,05	—	%.
H	5,73	5,85	—	»
N	8,92	—	9,16	»

Kloroplatinatet $2C_{21}H_{18}N_2O . H_2PtCl_6 + 3aq$. Basen löstes i alkohol, försattes med stark saltsyra och därefter (i värme) med en alkoholisk lösning af platinaklorid. Efter ett par timmar hade en riklig mängd kloroplatinat afsatt sig i form af platta, glänsande nålar af höggul färg, urskiljbara för blotta ögat. Sönderdelningstemperatur omkr. 195°.

Analys:

0,1260 gr. lufttorkadt salt afgaf vid 105° 0,0055 gr. vatten och kvarlemnade vid glödgning 0,0226 gr. platina.

	Beräknadt:	Funnet:	
$3H_2O$	4,95	4,36	%.
Pt	17,83	17,93	»

V.

Difenyloxetylortotolylsvafvelurinämne

$$\begin{array}{l} C_6H_5 . CH . NH . CS . NH . C_6H_4 . CH_3 \\ \quad\quad\;\; | \\ C_6H_5 . CH . OH \end{array}$$

af ortotolylsenapsolja och difenyloxetylamin i benzollösning. Afsätter sig på kärlets botten i form af en hvit kristallkrusta. Föreningen är lättlöslig i varm alkohol och aceton, tämligen svårlöslig i benzol, äfven vid kokning, mycket svårlöslig i ligroin och eter. Omkristalliseras bäst ur *toluol*, hvari den är lättlösligare än i benzol, men svårlösligare än i alkohol. Bildar halfsfäriska aggregat af korta, hvita nålar, hvilka vid 156—157° utan gasutveckling smälta till en vattenklar olja.

Analys:

I. 0,1733 gr. gaf 11,3 kcm. kväfgas, mätt vid 18,5° och 761,5 mm.

II. 0,2006 gr. gaf 0,1290 gr. bariumsulfat.

	Beräknadt för $C_{22}H_{22}N_2SO$:	Funnet: I.	II.	
N	7,73	7,67	—	%.
S	8,84	—	8,84	»

4, 5-Difenyldihydro-2-ortotolylamino-1, 3-azoxol

(α, β-Difenyl-μ-ortotolylamino-oxazolin)

$$\begin{array}{l} C_6H_5 \,.\, HC\text{---}N \\ C_6H_5 \,.\, HC \diagdown_{O} \diagup C \,.\, NH \,.\, C_6H_4 \,.\, CH_3 \end{array}$$

framställdes af föregående förening och kvicksilfveroxid. Vid alkoholens afdestillering erhölls som kolfåterstod ett smetigt harts, hvilket genom tillsats af något petroleumeter bragtes att stelna. Produkten var icke fullt enhetlig, i ty att vid behandling med benzol-ligroin i lämpliga proportioner en flockig, amorf, gulhvit substans stannade olöst. Denna affiltrerades, hvarpå filtratet försattes med en ny kvantitet ligroin. Om tillräckligt mycket ligroin blifvit tillsatt före filtreringen, uppstod härvid icke någon grumling, men efter någon tid afsatte sig basen i form af en hvit bottenkrusta, bestående af små hårda, vid kärlet fast vidhäftande kristallaggregat. Den renades genom upprepad omkristallisering ur benzol-ligroin. Den nämda amorfa substansen tyckes isynnerhet uppträda efter *långvarig* kokning med kvicksilfveroxid.

Basen är lättlöslig i aceton, alkohol och benzol; svårlöslig i eter, mycket svårlöslig i ligroin. Löses sparsamt i kall utspädd saltsyra, rikligare vid kokning. Smpt 136—138°.

Analys:

I. 0,1628 gr. gaf 0,4776 gr. kolsyra och 0,0102 gr. vatten.

II. 0,1555 gr. gaf 11,2 kcm. kväfgas, mätt vid 18° och 754 mm.

	Beräknadt för $C_{22}H_{20}N_2O$:	Funnet: I.	II.	
C	80,49	80,00	—	%.
H	6,10	6,26	—	»
N	8,53	—	8,41	»

Kloroplatinatet: $2C_{22}H_{20}N_2O . H_2PtCl_6$. Framställdt på liknande sätt som motsvarande fenylförening, bildade saltet en gul kristallinisk fällning, hvilken under mikroskopet visade sig bestå af prismatiska kristaller, hopvuxna till trapp- eller stjernformiga aggregat. Färgas vid 220° mörkt och smälter omkr. 225° under liflig gasutveckling.

Analys:

0,2270 gr. gaf 0,0412 gr. platina.

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	18,26	18,15 %.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 350.)

Belgrad. *Académie R. de Serbie.*
Glas (Bulletin). 46—47. 1895. 8:o.
Spomenik (Mémoires). 28. 1895. 4:o.

Berlin. *K. Preuss. meteorologisches Institut.*
Veröffentlichungen. 1891: H. 3; 1894: 2. 4:o.

Bremen. *Naturwissenschaftlicher Verein.*
Abhandlungen. Bd 13: H. 2; 15: 1. 1895. 8:o.
— *Meteorologische Station 1. Ordnung.*
Ergebnisse der Beobachtungen. Jahrg. 5(1894). 4:o.

Bruxelles. *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*
Bulletin. (3) T. 29(1896): N:o 3. 8:o.

Budapest. *Musée national de Hongrie.*
Természetrajzi füzetek. Bd 18: Beilage. 1895. 4:o.

Cambridge, U. S. *Museum of comparative zoology.*
Bulletin. Vol. 16: N:o 15; 25: 12; 26: 2. 1895. 8:o.

Chambésy. *Herbier Boissier.*
Bulletin. T. 3(1895): N:o 4. 8:o.

Dresden. *K. Sächsisches statistisches Bureau.*
Zeitschrift. Jahrg. 39(1893): Suppl.; 40(1894): H. 3–4. 4:o.

Genève. *Société de physique et d'histoire naturelle.*
Mémoires. T. 32: P. 1. 1894—95. 4:o.

Haarlem. *Koloniaal museum.*
Bulletin. 1895: 1. 8:o.

Habana. *R. Colegio de Belen de la Campañía de Jesús.*
Observaciones magnéticas y meteorológicas. Año 1890. Fol.

Halle. *K. Leopoldinisch-Carolinische deutsche Akademie der Naturforscher.*
Nova acta. Bd 61—62. 1894. 4:o.
Leopoldina. H. 30(1894). 4:o.
Repertorium zu den Acta und Nova Acta. Bd 1. 1894. 4:o.
Katalog der Bibliothek. Lief. 5. 1894. 8:o.
GRULICH, O., Geschichte der Bibliothek und Naturaliensammlung. 1894. 8:o.
— *Naturforschende Gesellschaft.*
Abhandlungen. Bd 18: L. 2; 19: H. 1–4; 20. 1893—95. 8:o.
Bericht über die Sitzungen. Jahr 1892. 8:o.

Hamburg. *Deutsche Seewarte.*
Aus dem Archiv der deutschen Seewarte. Jahrg. 17(1894). 4:o.

Krakau. *Académie des sciences.*
Rozprawy. Wydział hist.-filosoficzny. (2) T. 6. 1895. 8:o.
Archiwum do dziejów literatury i oświaty w Polsce. T. 8. 1895. 8:o.
Bulletin international. 1895: N:o 3—4. 8:o.

(Forts. å sid. 378.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 6.
Stockholm.

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

234. Om Heliums atomvigt.

Af N. A. Langlet.

[Meddeladt den 12 Juni 1895 genom P. T. Cleve.]

Under den korta tid, som förflutit sedan Ramsay först påvisade närvaron af helium i den gas, som utvecklas vid cleveitens behandling med syror, har ett relativt stort antal undersökningar rörande detta ämne blifvit publicerade, utan att dock med afseende på heliums ställning till öfriga grundämnen eller för öfrigt dess egenskaper i fysiskt eller kemiskt afseende något väsendtligt blifvit uträttadt. Deremot har det blifvit visadt, att det argon som Ramsay funnit i cleveitgasen sannolikt varit af atmosferiskt ursprung, ehuru det onekligen är svårt att förstå, huru han har kunnat få gasen blandad med så mycket luft att märkbara spår af argon efter kväfvets aflägsnande kunnat kvarstå.

Då Ramsay icke närmare beskrifver sin framställningsmetod, kan man icke heller se, i hvad mån denna kan bära skulden till ofvannämda inblandning. Lockyer har funnit att den ur cleveiten utvecklade gasen består af helium och *väte*, och enligt Ramsays [1]) senaste uppgift utgöres den af helium, väte och kväfve. Det förefaller underligt, att Ramsay icke före spektralundersökningen befriat gasen från dessa föroreningar, hvilkas förekomst är helt naturlig och hvilkas aflägsnande ju icke möter några svårigheter.

Att den af mig ur cleveit framstälda gasen [2]) icke innehållit vare sig väte eller kväfve, beror helt enkelt derpå att den

[1]) Meddelande till Royal Society.
[2]) Se Öfvers. af K. Vet.-Akad. Förh. 1895, N:o 4, sid. 211.

medelst kopparoxid blifvit befriad från den förra föroreningen (hvars bildning a priori kunde anses ytterst sannolik) och från den senare derigenom, att endast den sist utvecklade gasmängden gjordes till föremål för spektroskopisk undersökning. Den i början af operationen utvecklade gasen innehåller deremot relativt stora mängder kväfve, tydligen härrörande från i mineralet eller kaliumbisulfatet kvarvarande luft (syret hade medels metallisk koppar borttagits).

En täthetsbestämning på hela gasmängden ur 30 g. cleveit gaf till resultat 0,17 (luft = 1) ur hvilken siffra kväfvehalten beräknas till 3,8 vol. proc. (= 22 vigts %). Vid spektralundersökning af denna gas framträdde kväfvelinierna tydligt. [1])

Då det naturligtvis är af allra största intresse att få någon om än så approximativ föreställning om heliums atomvigt, hafva mina bemödanden tillsvidare gått ut på att erhålla en så säker täthetsbestämning som möjligt.

Under arbetets gång har emellertid RAMSAY publicerat en sp. vigtsbestämning som högst väsentligt afviker från det värde jag har funnit. Om dessa värden och de anmärkningar de kunna föranleda skall jag här nedan yttra mig i sammanhang med frågan om heliums specifika värme.

Den gas som jag användt framstäldes och renades på följande sätt. Ett vanligt förbränningsrör af svårsmält glas beskickades till ungefär $^1/_{10}$ af sin längd med mangankarbonat (med $^1/_7$ kvicksilfveroxid), hvarefter det finpulvriserade mineralet, blandadt med $^2/_3$ af sin vigt kaliumpyrosulfat, infördes. Om man ökar kvantiteten af kaliumsaltet, erhåller man något bättre utbyte af gasen, men, emedan utvecklingen af vätgas starkt ökas, får man dels en orenare gas, och dels visar den starkt pösande massan stor benägenhet att tilltäppa röret. Sedan luften blifvit utdrifven, upphettades hela röret på en gång under ett par minuter så att ungefär 10 % af gasen fick bortgå, hvarigenom största

[1]) En blandning af helium med $^1/_2$ vol. kväfve eller syre (således innehållande nära 20 % He.) ger icke längre några heliumlinier i GEISSLERS rör, men väl om gnistan får slå genom blandningen vid atmosferstryck.



delen af den vid mineralet och kaliumpyrosulfatet vidhäftande luften bortfördes. Den derefter utvecklade gasen uppsamlades öfver kalilut. För att befrias från väte och kväfve inleddes den sedan från gasometern i ett förut evakueradt rör af svårsmält glas öfver ett ungefär 15 cm. långt skikt af ren kopparoxid derpå öfver fosforpentoxid samt slutligen öfver ett 30 cm. långt lager af magnesiumpulver. Detta senare samt kopparoxiden voro upphettade till stark glödgning. Genom detta rör passerade gasen långsamt in i en förut omsorgsfullt evakuerad och vägd ballong rymmande ungefär 100 cm^3.

Så snart temperaturen blifvit konstant, afstängdes ballongen, afkopplades och vägdes. Den i gasometern uppsamlade gasmängden var så afpassad att den i det närmaste fullständigt förbrukades för fyllandet af röret och ballongen. Efter vägningen utpumpades gasen omsorgsfullt och fördes tillbaka i gasometern, hvarefter den ånyo fick passera genom det upphettade röret och in i ballongen.

Ballongen rymde vid den använda temperaturen 101,5 cm^3 och vägde, fylld med helium af 761,0 mm. tryck och 23,4° temp. 0,0168 g. mer än evakuerad. Härur beräknas specifika vigten till 0,139 (luft = 1). Identiskt samma tal erhölls sedan gasen för andra gången passerat röret.

Det kan synas tvifvelaktigt huruvida vid denna behandling gasen verkligen kunde bli fullständigt kväfvefri, då man vet med hvilken svårighet enligt RAYLEIGH's och RAMSAYS undersökning kväfvet bortskaffas ur argon vid behandling med glödande magnesium. Men det är att märka, dels att kväfvehalten i helium är obetydlig (ej fullt 4 % enligt ofvannämde best.) dels framför allt, att då tätheten endast är $^1/_{10}$ af argons, diffussionhastigheten följaktligen är mer än 3 gånger så stor, hvartill kommer att röret varit temligen hårdt packadt med magnesiumpulver hvilket erbjuder en mångfaldigt större yta och trängre genomgång än den af RAYLEIGH och RAMSAY använda magnesiumtråden. Den omständigheten att specifika vigten icke undergick någon förminskning då den för andra gången leddes öfver magnesium

tyder ju också på att kväfvet redan första gången fullständigt absorberats.

RAMSAY hade, som bekant, funnit argon i cleveitgasen hvilket enligt senaste uppgift sannolikt härstammat från atmosfärisk luft som blifvit inblandad (se ofvan). Då det kväfve, som funnits i den af mig framstälda gasen, har samma ursprung, så måste densamma naturligen också innehålla något argon. Antager man, att gasen ursprungligen innehöll ungefär 4 % kväfve, i enlighet med hvad genom ofvan anförda försök blifvit funnet, skulle således halten af argon uppgå till 0,04 %, en kvantitet som skulle sänka den funna tätheten med nära en enhet i sista decimalen. Då emellertid ungefär 10 % af gasen fick bortgå innan uppsamlingen började, torde det kunna anses fullt säkert, att kväfvehalten endast varit en bråkdel af ofvannämda tal och att halten af argon således varit för ringa för att märkbart inverka på tätheten. [1])

Då vigten af den använda gaskvantiteten uppgått endast till 0,0168 g., så är för öfrigt den sista siffran i detta tal i hög grad osäker. Emellertid torde man utan att frukta att misstaga sig kunna antaga talet 0,14 såsom heliums sp. vigt eller beräknadt med väte till enhet ungefär 2,0, hvilket tal åtminstone kan anses såsom ett maximum.

För att afgöra huru många atomer heliummolekylen innehåller har jag sökt bestämma förhållandet mellan värmekapaciteterna vid konstant tryck och konstant volym. Då gasens täthet är så ringa och den tillgängliga gaskvantiteten jemförelsevis obetydlig, kunde knappast ifrågakomma någon annan metod att finna detta värde än bestämmandet af ljudets fortplantningshastighet enligt KUNDTS metod. Den använda gasen, som framstälts och renats på ofvan beskrifvet sätt, inneslöts i ett 40 cm. långt rör af ungefär 0,5 cm. inre diameter, som innehöll något fint fördelad kiselsyra och öfver hvars betydligt utvidgade ena ände

---

[1]) Vid spektroskopisk undersökning af den använda gasen kunde icke någon förorening vare sig af kväfve eller argon iakttagas.



Rättelser.

Sid.	rad.		står		bör vara
Sid. 375	rad. 4	uppifrån	står 17,5	bör vara	17,8
»	» 5	»	» 35,0	»	35,6
»	» 7	»	» 1,019	»	1,002

Öfversigt n:r 6. 1895.

p \ ' 273 ' /

Insättas ofvanstående värden erhålles $\varkappa = 1,67$. Denna bestämning kan icke göra anspråk på stor noggranhet, emedan på grund af gasens ringa täthet våglängden blir allt för stor för att nodpunkterna skulle fullt tydligt framträda.

Emellertid torde man dock med säkerhet på grund af nyssnämda bestämning kunna antaga, att värdet på $\varkappa$ ligger mellan 1,6 och 1,7, således i närheten af det tal 1,66, som blifvit antaget för gaser, hvilkas molekyler innehålla endast *en* atom.

Heliums atomvigt blir således (med antagande af värdet 0,139 för tätheten) 4,0.

Då man naturligtvis icke har några fullt betryggande garantier för gasens renhet och då dessutom den använda gaskvantiteten var temligen obetydlig, kan detta tal icke anses fullt exakt, men emedan föroreningarna, om några sådana förefunnos, med säkerhet äro tyngre än helium, så kan talet 4 under alla förhållande anses som ett maximum naturligtvis med den inskränkning som betingas af försöksfelen. Då emellertid den möjliga halten af föroreningar icke är spektralanalytiskt påvisbar, kan den tydligen icke i någon högre grad inverka på tätheten; för min del anser jag derför osannolikt att atomvigten är lägre än 3,9.

Som ofvan nämdt har RAMSAY nyligen [1]) publicerat en täthetsbestämning som betydligt afviker från ofvan omtalade. Det värde RAMSAY erhållit på heliums sp. vigt uppgår till 3,88, således nära dubbelt mot hvad jag funnit. Det är alldeles tydligt, att den gas, som RAMSAY användt, varit i hög grad förorenad antingen af kväfve eller af argon. I ett referat af ett meddelande till Royal Society, som kommit mig till handa uppgifves att gasen varit »nästan fullständigt befriad från kväfve». Med antagande af att hela föroreningen utgöres af kväfve skulle halten deraf uppgått till 15,7 (vol. =) %. Skulle deremot den höga sp. v. vara förorsakad af argon och kväfvehalten således försvinnande liten, så skulle halten af det förra hafva utgjort 10,06 (vol.) %. Det senare antagandet blir sannolikt derigenom att RAMSAY funnit ungefär samma värde, 1,66, för förhållandet mellan värmekapaciteterna som jag erhållit, hvilket icke gerna varit möjligt om gasen innehållit så mycket kväfve som 15 vol. % (öfver 50 vigts %) då motsvarande konstant för kväfvet som bekant är 1,4. Emellertid är det under sådana förhållanden icke möjligt att antaga att detta argon är atmosferiskt, ty gasen skulle i sådant fall hafva varit blandad med tio ggr. sin volym atmosferiskt kväfve. Under sådana förhållanden synes RAMSAYS senaste uppgift om ursprunget till den af honom funna halten af argon i helium böra mottagas med försigtighet.

En annan förklaring till denna skiljaktighet som finnes mellan de af RAMSAY och af mig erhållna siffrorna skulle måhända kunna sökas i de tvifvelsmål, som helt nyligen af LOCKYER [2]) framkastats, angående heliums elementära natur. Dessa tvifvelsmål äro grundade på den spektralundersökning af de gaser, som utvecklas vid upphettning i vacuum af vissa, cleveit närstående mineral (bröggerit gummit m. fl.), hvarvid än den ena än den andra af de för helium karakteristiska linierna saknats, under det andra tydligt framträdt. Emellertid har LOCKYER sjelf i ett meddelande till Royal Society förklarat, att

[1]) Comptes Rendues CXX: 1050.
[2]) Comptes Rendues CXX: 1103.

inga försök gjorts att frånskilja i mängd förekommande föroreningar, hvarför heliumlinierna varit mycket diffusa och endast vid mycket svag dispersion kunnat iakttagas. Det torde derför vara för tidigt att af dessa försök draga några som helst slutsatser, huruvida en blandning eller ett enkelt ämne föreligger.

Med antagande af den ofvan antagna atomvikten 4 skulle helium i MENDELEJEFFS system få sin plats emellan väte och litium; för ett element af den ur RAMSAY's siffror beräknade atomvigten 7,8 finnes deremot i nämda system ingen plats. Det förtjenar i detta sammanhang att anmärkas, att LECOQ DE BOISBAUDRAN [1]) helt nyligen i en uppsats om grundämnenas systematik förutsagt tillvaron af ett element med atomvigten 3,9, hvilket element han med förkastande af RAMSAYS' värde på förhållandet mellan värmekapaciteterna, men med antagande af hans täthetsbestämning trott sig återfinna i helium. Den atomvigt, som ur mina bestämningar härledes, kommer helt nära detta hypotetiska grundämnes.

[1]) Comptes Rendues CXX: 1095.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 370.)

Lausanne. *Société Vaudoise des sciences naturelles.*
Bulletin. (3) Vol. 30: N:o 115. 1894. 8:o.
Leipzig. *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Math.-phys. Cl. Bd 22: N:o 1. 1895. 8:o.
Berichte. Math.-phys. Cl. 1895: 1. 8:o.
London. *Geologists' association.*
Proceedings. Vol. 14(1895): P. 2. 8:o.
— *Royal institution of Great Britain.*
Proceedings. Vol. 14: P. 2. 1895. 8:o.
List. 1894. 8:o.
— *R. Astronomical society.*
Monthly notices. Vol. 55(1894/95): N:o 5—6. 8:o.
— *Chemical society.*
Journal. Vol. 67—68(1895): 4—6. 8:o.
Proceedings. Vol. 9—10: Tit. & Reg. Session 1894/95: N:o 150—152. 8:o.
List. 1895: April. 8:o.
Charter and bye-laws. 1895. 8:o.
— *Royal society.*
Proceedings. Vol. 57(1895): N:o 345. 8:o.
— *Zoological society.*
Proceedings. 1895: P. 1. 8:o.
— *Royal gardens, Kew.*
Bulletin of miscellaneous information. 1895: N:o 99. 8:o.
London, Ontario. *Entomological society of Ontario.*
The Canadian Entomologist. Vol. 27(1895): N:o 3—5. 8:o.
Lübeck. *Geographische Gesellschaft und Naturhistorisches Museum.*
Mitteilungen. (2) H. 7—8. 1895. 8:o.
Luxembourg. *Institut Grand-ducal.*
Publications. Sect. des sc. nat. et mathém. T. 23. 1894. 8:o.
Manila. *Observatorio meteorológico.*
Observaciones verificadas. 1892: Apend.; 1894: 4—5. Fol.
MASÓ, M. S., La seismología en Filipinas. 1895. 4:o.
México. *Observatorio meteorológico central.*
Boletin de agricultura, mineria é industrias. Año 4(1894/95): N:o 5—6. 8:o.
Boletin mensual. 1895: 1—3. 4:o.
Milano. *R. Osservatorio di Brera.*
Pubblicazioni. N:o 38. 1893. 4:o.
München. *K. bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Sitzungsberichte. Math.-physikal. Cl. 1895: H. 1. 8:o.
Napoli. *Accademia delle scienze fisiche e matematiche.*
Rendiconto. (3) Vol. 1(1895): Fasc. 1—4. 8:o.

(Forts. å sid. 412.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 6.
Stockholm.

Mykologische Beiträge IV.

Æcidium Sommerfeltii und seine Puccinia-Form.

Von H. O. Juel.

[Mitgeteilt den 12. Juni 1895 durch V. B. Wittrock.]

Während einer Reise im Sommer 1894 in Norwegen und Jämtland, wo ich die alpinen Rostpilze studirte, suchte ich auch die Entwicklungsgeschichte des auf *Thalictrum alpinum* L. in jenen Gegenden häufig auftretenden *Æcidium Sommerfeltii* zu erforschen. In dem Aufsatze »Mykologische Beiträge I.»[1]) habe ich darüber nur berichtet, dass dies Aecidium wahrscheinlich heteröcisch sei, weil es keine andere Rostform auf derselben Wirtpflanze entwickelt, und weil es kein perennirendes Mycel besitzt. Ich hatte aber auch andere Beobachtungen gemacht, die ich jetzt mitteilen werde.

An solchen Stellen, wo auf *Thalictrum alpinum* nur dies Aecidium und nicht dasjenige der *Puccinia borealis* Juel (=*Æ. Thalictri* Grev., vergl. Juel a. a. O., S. 411) auftrat, suchte ich mehrmals nach Teleutosporen an trocknen Blättern und auch nach Uredoformen an den umgebenden Pflanzen, welche von den Aecidien angesteckt sein könnten. Auf den Gräsern und Carices fand ich im Allgemeinen keine Rostformen. Dagegen fiel es mir bald auf, das an diesen Standorten *Polygonum viviparum* L. von Rost befallen war. Unter dem Mikroskope stellte es sich heraus, dass dieser Rostpilz nicht die *Puccinia Bistortæ* DC. war, sondern mit der Beschreibung der *P. mammillata*

[1]) Öfversigt etc. 1894, N:o 8, s. 418.

SCHROET. recht gut übereinstimmte. Nachdem ich diese Beobachtung gethan hatte, sammelte ich an mehreren Stellen bei Röisheim im Bæverdal in Norwegen, bei Storlien und auf dem Åreskuta in Jämtland *Polygonum viviparum* mit Puccinia, in der Gesellschaft von *Æcidium Sommerfeltii* wachsend, ein. Es stellte sich immer heraus, dass die eingesammelte Puccinia nicht *P. Bistortæ*, sondern jene *mammillata*-ähnliche Art war. In den Mykol. Beitr. I, sowie in ERIKSSON's Exsickaten-Werke, Fasc. X, habe ich diese Form »*P. mammillata* SCHROET.» benannt. Wie unten gezeigt werden wird, war diese Identifizirung nicht richtig. Meine Form ist eine selbständige Art, die ich von nun an *P. septentrionalis* nennen werde.

Die *P. Bistortæ* fand ich dagegen auf derselben Nährpflanze bei Röisheim an anderen Stellen, wo kein *Æ. Sommerfeltii* zu finden war.

Diese Beobachtungen machten ein näheres Prüfen dieser Pilzformen durch Kulturen erwünschenswert. Ich brachte daher lebendige Thalictrum-Pflanzen nach Upsala mit, wo sie in Töpfen gepflanzt unter dem Schnee überwinterten. Auch Teleutosporen-Material wurde für das Ueberwintern unter dem Schnee bereitet.

Gegen Mitte April, als der Schnee weggeschmolzen war, nahm ich eine Probe von den Teleutosporen der *P. septentrionalis* und säete sie auf Wasser aus. Sie keimten erst nach beinahe 14 Tagen. Später ausgesäete Sporen, welche während einiger Zeit einem trockenen Wetter ausgesetzt gewesen, keimten etwa nach einer Woche.

Die überwinterten Thalictrum-Pflanzen begannen zu derselben Zeit junge Blätter zu entfalten. Diese wurden mit den Keimenden Teleutosporen inficirt. Das Resultat war eben kein günstiges. Denn nach einiger Zeit traten auf mehreren Thalictrum-Blättern, welche nicht inficirt worden, jedoch Flecke mit *Æ. Sommerfeltii* auf. Die auf den von mir inficirten Blättern auftretenden Aecidien bewiesen daher nichts sicher, denn sie konnten auch durch spontane Infektion entstanden sein.

Um zu untersuchen, ob das spontane Auftreten der Aecidien doch mit meiner Hypothese in Einklang zu bringen wäre, untersuchte ich in einem Topfe mit Thalictrum-Pflanzen, die besonders reichlich von Aecidien befallen waren, die am Boden liegenden Blattreste, und fand da einige Blätter von *Polygonum viviparum*, welche ausgekeimte und auch keimende Teleutosporen, die ich als *P. septentrionalis* sicher erkennen konnte, noch trugen. Von diesen aus konnte also die Infektion erfolgt sein.

Weit bessere Resultate habe ich durch Einimpfen von Sporen der eben erwähnten Aecidien auf *Polygonum viviparum* und *Bistorta* erlangt. Folgende zwei Versuche sind hier anzuführen.

1. $^{12}/_{5}$ 1895 Sporen von *Æ. Sommerfeltii* auf *Polygonum viviparum*: in einem Topfe mit Polygonum-Pflänzchen wurden 10 Blätter inficirt, die übrigen etwa gleich vielen nicht. — $^{24}/_{5}$ Uredo an 5 der inficirten Blätter. — $^{26}/_{5}$ Uredo an 8 inficirten Blätter. — $^{30}/_{5}$ Teleutosporen von *P. septentrionalis* vorhanden. — $^{3}/_{6}$ Die Flecken an den kranken Blättern durch Teleutosporen schwarzbraun. Die nicht inficirten Blätter alle ohne Rost.

2. $^{12}/_{5}$ Sporen von *Æ. Sommerfeltii* auf zwei jungen Sprossen von *Polygonum Bistorta* eingeimpft. — $^{29}/_{5}$ 2 Blätter des einen Sprosses und 1 Blatt des anderen mit Uredo. — $^{3}/_{6}$ Teleutosporen von *P. septentrionalis* entwickelt. Die übrigen Blätter in demselben Topfe ohne Rost.

Diese Versuche beweisen, dass *Æ. Sommerfeltii* die Aecidienform der *P. septentrionalis* ist, sowie dass dieselbe sowohl auf *Polygonum viviparum* als auf *P. Bistorta* ihre Uredo- und Teleutosporen zu entwickeln vermag.

Wie ich oben erwähnt habe, glaubte ich zuerst in der mit *Æ. Sommerfeltii* verknüpften Puccinia die *P. mammillata* SCHROET. zu erkennen. SCHROETER hatte diese Art nach Exemplaren aus der höchsten Alpenregion Schlesiens beschrieben, auch der Fundort stimmte also mit der skandinavischen Form

überein. Die Nährpflanze des *Æ. Sommerfeltii*, *Thalictrum alpinum*, ist freilich nicht in den Sudeten gefunden worden, aber weil in den Alpen sowohl diese Pflanze wie das Aecidium auftritt, so legte ich auf diesen Umstand kein grosses Gewicht. Später ist aber diese Puccinia auch in niedriger gelegenen Gegenden angetroffen worden, nämlich von DIETEL[1]) bei Leipzig, von RACIBORSKI[2]) bei Krakau und von HENNINGS[3]) in Ost-Preussen. Dies machte es wahrscheinlich, dass die skandinavische Form von der mitteleuropäischen verschieden sei. Herr Professor Dr. P. MAGNUS war so gütig mir Exemplare von *P. mammillata* von allen den oben erwähnten Fundorten zuzusenden, darunter auch SCHROETER'sche Original-Exemplare vom »Gipfel des Glatzer Schneeberges». Es stellte sich heraus, dass die skandinavische Form von SCHROETER's *P. mammillata* deutlich verschieden ist. Die übrigen mitteleuropäischen Exemplaren sind mit SCHROETER's Art identisch. Die skandinavische Form ist daher eine besondere Art, *P. septentrionalis* mihi.

Die beiden Arten können an der Form der Teleutosporen ziemlich leicht unterschieden werden. *P. septentrionalis* hat eine am Scheitel deutlich verdickte Wandung, und die Verdickung setzt sich öfters in eine stumpfe, selten etwas verlängerte, kräftig gebaute Papille fort. *P. mammillata* hat eine gar nicht verdickte Wandung, am Scheitel trägt sie eine kleine, recht zarte, farblose Papille. *P. septentrionalis* trägt den Keimporus der unteren Zelle an deren oberem Rande, und hier liegt, wenigstens oft, eine warzenförmige Verdickung. Bei *P. mammillata* liegt dagegen am unteren Ende der Spore, nahe am Stiele eine der am Scheitel gelegenen ähnliche Papille, welche auch wahrscheinlich dem Keimporus entspricht (siehe Fig. 1).[4])

---

[1]) Sitzungsber. der Naturf. Ges. zu Leipzig, 15—16, 1890.

[2]) SYDOW, Uredineen, Fasc. X, 473.

[3]) Nach brieflicher Mitteilung von Prof. Dr. P. MAGNUS.

[4]) Die Papillen an den Teleutosporen von *P. mammillata* werden von SCHROETER mit folgenden Worten beschrieben: »Teleutosporen — — — mit einem warzenförmigen, stumpfen, farblosen Spitzchen — — —. (Auch die untere Zelle trägt seitlich das warzenförmige Spitzchen).» Die Worte »stumpf»

Ich liefere hier eine Diagnose der neuen Art:

Puccinia septentrionalis n. sp.

Aecidienform.

Syn. *Æ. Sommerfeltii*[1]) JOHANSSON Öfvers. af K. Vet. Akad. Förhandl. 1884, N:o 9, p. 161, Tab. XXIX, Fig. 4.

Cæoma Thalictri SOMMERFELT Suppl. Fl. Lappon., p. 230.

Exsicc.: ERIKSSON Fungi paras. scand. exs., Fasc. II, n:o 76 sub nom. *Æ. Thalictri flavi* (DC.) Wint.; SYDOW, Uredineen, Fasc. X, N:o 499 (Exemplare aus Norwegen).

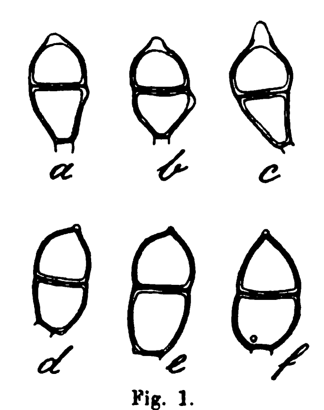


Fig. 1.

a—c Teleutosporen von *P. septentrionalis*; *a* und *b* zeigen die am oberen Rande gelegene Warze der unteren Zelle.

d—e d:o von *P. mammillata*; bei *d* und *e* erscheint die untere Warze am Rande, bei *f* an der vorderen Seite. — $\frac{400}{1}$.

Aecidien von Pykniden nicht begleitet, auf aufgetriebenen, ziemlich ausgebreiteten, öfters dunkelvioletten Flecken, zahlreich aber wenig dicht beisammen stehend, oft auf beiden Seiten des Blattes entwickelt, gewöhnlich mit weit offener, zurückgeschlagener Pseudoperidie.

Uredo- und Teleutosporenform.

Syn. »*P. papillosa* Schroet. (?)» JOHANSSON Botan. Notis. 1886 und Bot. Centralbl., Bd. 28, p. 395.

P. mammillata JUEL Mykol. Beitr. I; non SCHROETER.

Exsicc. ERIKSSON Fung. paras. scand. exs., Fasc. X, N:o 468, sub nom. *P. mammillata* SCHROET.

Uredo an der unteren Seite der Blätter, blasse Flecke an der Oberseite erzeugend, in bald nackten und leicht verstauben-

---

und »seitlich» passen eigentlich besser auf *P. septentrionalis* als auf *mammillata* ein, wie aus den Figuren hervorgehen dürfte. Es kann daher wohl nicht Wunder nehmen, dass ich die skandinavische Art für SCHROETER's *P. mammillata* lange gehalten habe.

[1]) DE TONI hat in SACCARDO's Sylloge Fungorum, vol. VII, p. 775, alle Thalictrum-bewohnende Aecidien in eine einzige Art vereinigt, die er *Æ. Sommerfeltii* nennt. Sowohl diese Kollektiv-Species wie die Benennung derselben ist durchaus zu verwerfen.

den ocherfarbenen Flecken, derjenigen von *P. Bistortæ* DC. sehr ähnlich. Sporen mit stachliger brauner Wand und hell orangefarbenem Inhalte, ungef. 20 μ in Durchm. Keimporen 3—4.

Teleutosporen die Uredohäufchen bald erfüllend, später auch in besonderen kleineren Häufchen von schwarzbrauner Farbe, an der unteren, sehr selten an der oberen Seite des Blattes. Sporen in der Form etwas wechselnd, elliptisch, ei- oder birnförmig, 28—48 μ lang, 13—23 μ breit, sehr früh vom Stiele abfallend. Obere Zelle am Scheitel mit einer Verdickung, welche sich oft in eine ziemlich kräftige, oben hyaline Warze von wechselnder Grösse verjüngt. Untere Zelle mit einem seitlich am oberen Rande gelegenen Keimporus, welcher von einer warzenförmigen Verdickung bedeckt ist. Wand ganz glatt, kastanienbraun, Inhalt farblos (Fig. 1 *a*—*c*).

Aecidienform auf den Blättern, auch auf allen übrigen grünen Teilen von *Thalictrum alpinum* L. in den arktischen Gegenden Grönlands,[1]) Islands,[2]) Norwegens,[3]) in den Gebirgen Skandinaviens und der Schweiz (Val Tuoi in Unter Engadin).[4])

Uredo- und Teleutosporenform auf den Blättern von *Polygonum viviparum* L., bisher nur in den skandinavischen Gebirgen beobachtet. Kann auf *P. Bistorta* künstlich übertragen werden.

Die Aecidienform ist von derjenigen der *P. borealis* Juel auf derselben Nährpflanze (= *Æ. Thalictri* Grev., Scott. Crypt. Flora, pl. 4) leicht zu unterscheiden, denn bei dieser stehen die Aecidien dicht beisammen in kleinen Gruppen und rufen keine Anschwellungen der Blätter hervor. Auch im Baue der Pseudoperidien sind diese Formen verschieden. Bei *Æ. Sommerfeltii* sind die Zellen der Pseudoperidie ungefähr isodiametrisch, und haben ein weites Lumen (Fig. 2). Bei *Æ. Thalictri* sind diese

---

[1]) Rostrup Fungi Groenlandiæ, p. 536; Tillæg till Grönlands Svampe, p. 605.
[2]) Johansson, a. a. O.
[3]) Rostrup, Svampe fra Finmarken, Botan. Tidskr. Köbenhavn, Bd. 15.
[4]) Magnus, Ber. d. Schweiz. botan. Ges., Heft III, Bern 1893.

Zellen etwas länger als breit, ihr Lumen ist verschmälert, und die Aussenwand ist stärker verdickt als bei *Æ. Sommerfeltii.*

Die überwinterten Teleutosporen keimen auf der Wasserfläche nach einer bis zwei Wochen. Der Inhalt dringt aus dem Keimporus in Gestalt einer Blase hervor (Fig. 3 *a*). Diese

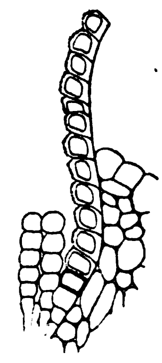


Fig. 2.

Ein Teil eines radialen Längenschnittes durch *Æ. Sommerfeltii.* — $\frac{160}{1}$.



Fig. 3.

Keimende Teleutosporen von *Puccinia septentrionalis.* Bei *a* beginnende Keimung mit Keimblasen. Bei *b* und *c* haben die oberen Zellen schon fertige Promycelien entwickelt.

verlängert sich in ein auffallend kurzes Promycel, das am Grunde blasenförmig erweitert bleibt und in typischer Weise septirt wird (Fig. 3 *b*, *c*). Der Inhalt ist farblos.

Zum Vergleich gebe ich auch eine Beschreibung von

Puccinia mammillata SCHROETER, Cohn's Krypt. Fl. von Schlesien, Bd. III, Abth. 1, p. 340.

Aecidienform nicht bekannt.

Uredo- und Teleutosporenform.

Exsicc. SYDOW Uredineen, Fasc. X, N:o 473.

Uredo der vorigen Art ähnlich. Teleutosporen von ziemlich wechselnder Form, elliptisch, eiförmig oder birnförmig, 33—45 μ lang, 16—21 μ breit, leicht vom Stiele abfallend. Obere Zelle mit am Scheitel nicht verdickter Wand, hier eine kleine hyaline, von der braunen Wandung sich ziemlich scharf abhe-

bende Papille tragend. Untere Zelle am unteren Ende neben dem Stiele mit einer, der oberen ähnlichen, kleinen Papille (Fig. 1 *d—f*). Wand kastanienbraun, glatt.

Auf den Blättern von *Polygonum Bistorta* L. in Deutschland und Oesterreich.

Die Teleutosporen von *P. Bistortæ* DC. sind von den beiden hier beschriebenen Arten sehr verschieden. Sie sind kürzer, ihre Zellen sind halbkugelig, die Wand ist bei den Keimporen kaum merklich verdickt, ohne Papillen. Dagegen habe ich die Wandung oft nicht glatt, sondern gurch zerstreute, äusserst kleine Wärzchen unregelmässig und undeutlich punktirt gefunden.

Die bisher gekannten heteröcischen Puccinien entwickeln ihre Teleutosporen auf monokotyledonen Pflanzen: Gräsern, Cyperaceen, Juncaceen. *P. septentrionalis* gibt uns den ersten Fall von Heteröcie bei einer Puccinia, deren Teleutosporen-Wirt eine dikotyledone Pflanze ist. Sie ist hierin dem *Uromyces Pisi* (Pers.) Wint. analog.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 6.
Stockholm.

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 149.

Bidrag till kännedomen om kärlsträngsförloppet hos Silenéblomman.

Af ALIDA OLBERS.

[Meddeladt den 12 Juni 1895 genom V. WITTROCK.]

De afhandlingar rörande kärlsträngsförloppet i blommor, som varit mig tillgängliga, äro: J. A. ÖSTERBERG, »Bidrag till kännedomen af pericarpiets anatomi och kärlsträngsförloppet i blomman hos Orchideerna», Stockholm 1883, och RUDOLF RACINE, »Zur Kentniss der Blüthenentwicklung und des Gefässbündelsverlaufs der Loasaceen», Rostock 1889. Ingendera har dock varit mig till någon egentlig ledning vid mitt arbete, emedan de familjer de behandla hafva en blombildning så helt olika Sileneernas.

Däremot har jag i ett par arbeten, som behandla caryophyllacéblommans ontogeni (KARL SCHUMANN, »Neue Untersuchungen über den Blüthenanschluss» och »Blüthenmorphologische Studien» samt J. B. PAYER, »Traité d'organogénie comparée de la fleur») och dessutom i »Die natürlichen Pflanzenfamilien» af ENGLER och PRANTL, funnit så väl sådant, som öfverensstämt med mina iakttagelser, som äfven sådant, som varit i strid däremot, hvilket allt skall i det följande närmare angifvas.

Hvad utsträckningen af denna undersökning beträffar, så har jag ej fäst mig vid nervationen *i* de särskilda organen, med undantag likväl af placenta, utan blott vid kärlsträngsförgreningen *till* dem. Fruktväggens kärlsträngar har jag till och med i allmänhet blott följt i deras förlopp närmast central-

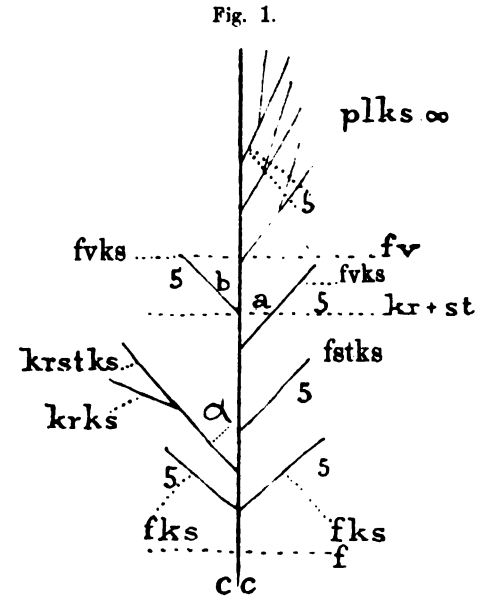
cylindern (se figurerna). Detsamma gäller till en viss grad om foderkärlsträngarne.

Till sist vill jag framföra min hjärtliga tacksamhet till Docenten JOHN AF KLERCKER, hvilken, utom det att han lemnat mig literaturanvisningar, äfven haft den stora vänligheten att under loppet af mitt arbete gifva mig värdefulla impulser och råd.

Lychnis.

Stift 5; fröna sitta parvis i 5 rader, som gå parallelt med placentas längdaxel; denna delar sig i sin öfra del i 5 flikar.

Fig. 1.

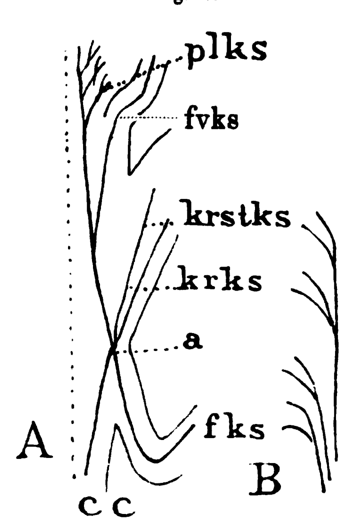


Lychnis Viscaria. Kärlsträngsförloppet. — *c c* = centralcylindern, *fks* = foderkärlsträngarne, *krks* = kronkärlsträngarne, *fstks* = foderståndarkärlsträngarne, *krstks* = kronståndarkärlsträngarne, *fvks* = fruktväggskärlsträngarne, *plks* = placentakärlsträngarne. De prickade linierna utmärka fästpunkterna för fodret (*f*), kronan och ståndarne (*kr* + *st*) samt fruktväggen (*fv*), tagna med hänsyn till kärlsträngarnes utgångspunkter på *c c*. Bokstäfverna ha i alla figurer samma betydelse.

Anm. De kärlsträngar, som äro hvarandra motsatta, äro ställda på samma sida om *c c*.

Lychnis Viscaria L. Vid en blick på medföljande figurer ses lätt, att kärlsträngsförloppet i silenéblomman uppvisar en central del, centralcylindern (*c c*), som åtminstone i blommans nedre del har formen af ett rör, och en periferisk del, bestående af kärlsträngar, som från detta rör utgå till blommans olika organ. Hos Lychnis Viscaria utsänder denna centralcylinder ett litet stycke ofvanför blommans bas (fig. 2 *a*) 10 strängar, [1]) som böja sig nedåt, tills de uppnått samma bas, och därifrån ingå i fodret (fig. 1 och 2 *fks*). [2]) Strax ofvanför det ställe, där fodersträngarne utgå, utskiljer centralcylindern åter en krans af

Fig. 2.



Lychnis Viscaria. A) Längdsnitt framställande kärlsträngsförgreningen från centralcylinderns ena sida. *a* = det ställe på *c c* hvarifrån *fks* utgå. B) placenta-kärlsträngar förstorade.

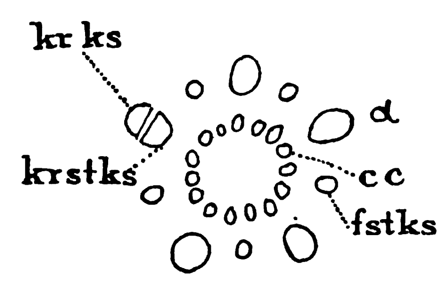
---

[1]) PAYER (l. c. sid. 337) nämner, att foderbladen hos caryophyllaceerna framkomma successivt på blombottnen. Detta är ju också förhållandet hos de flesta blommor. SCHUMANN (Blüthenanschluss sid. 264) framställer dock som en möjlighet, att foderbladen hos Vaccaria parviflora komma simultant. Jag har ej funnit annat än, att foderkärlsträngarne framkomma alla på en gång. Det låter emellertid väl tänka sig, att höjdskilnaderna mellan de olika foderbladen äro så obetydliga, att kärlsträngarne på ett tvärsnitt synas vara i samma plan.

[2]) I följd häraf visa sig foderkärlsträngarne på ett tvärsnitt, taget nedanför punkten *a*, som två särskilda kärlsträngskretsar.

5 kärlsträngar (fig. 1 α), och litet därefter ännu en likaledes af 5 kärlsträngar bestående krets, som alternerar med den förra och går till foderståndarne (fig. 1 *fstks*). Genom att hvar och en af den första kretsens kärlsträngar delar sig tangentialt upp-

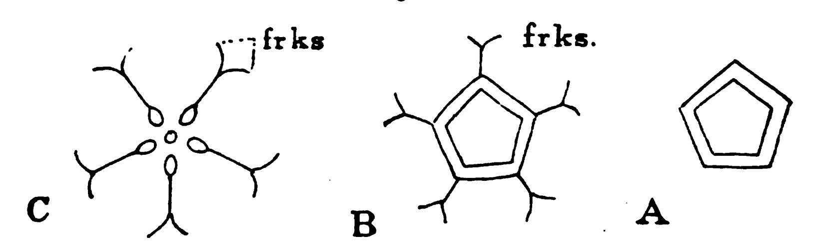
Fig. 3.



Lychnis Viscaria. Tvärsnitt litet ofvanför *a*, de 4 *a*-strängarne (se fig. 1) äro ännu odelade, den 5:te har nyss delat sig.

stå 2 nya kretsar, af hvilka den yttre går till kronbladen, den inre till kronståndarne (fig. 1 *krks*, *krstks*; fig. 3). Centralcylindern upplöser sig derefter i 5 kärlsträngssamlingar och 5 med dem alternerande kärlsträngar (= *a*-strängarne) [1]) (fig. 1 *a*), ordnade så, att det hela på ett tvärsnitt ger bilden af en 5-siding.

Fig. 4.



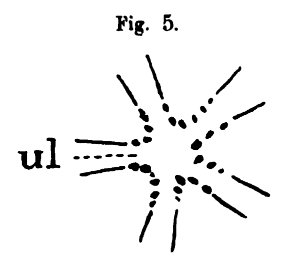
Lychnis Viscaria. Tvärsnitt visande *ccs* formförändringar inuti placenta; *a* nedtill, *b* och *c* högre upp; *frks*=kärlsträngar, som gå till fröna.

Från hvar och en af dennes sidor (kärlsträngssamlingarne) afskiljes sedermera en kärlsträng (= *b*-strängarne) (fig. 1 *b*), och dessa 5 kärlsträngar gå liksom de förut omtalade *a*-strängarne till fruktväggen. — Centralcylindern, som efter afskiljandet af

[1]) För korthetens skull benämner jag den första kärlsträngskrets, som från centralcylindern afgår till fruktväggen, *a*-strängar, den andra *b*-strängar, den tredje *c*-strängar.

dessa kärlsträngar har det utseende som fig. 4 *a* visar, ingår nu i placenta. Här ändrar den betydligt sin form; vinklarne dragas ut, och sidorna rycka in emot blommans centrum, så att den slutligen på tvärsnitt liknar en 5-armad stjärna. — Hvart och ett af de 5 fröparen står midt emot hvar sin stjärnarm, och den kärlsträng, som ligger ytterst i stjärnarmarne, delar sig i två grenar, hvilka gå till motstående fröpar (fig. 4 *c*). Dock kan samma kärlsträng upprepade gånger dela sig på nyssnämnda sätt och således förse flera fröpar med kärlsträngar.

Fig. 5.



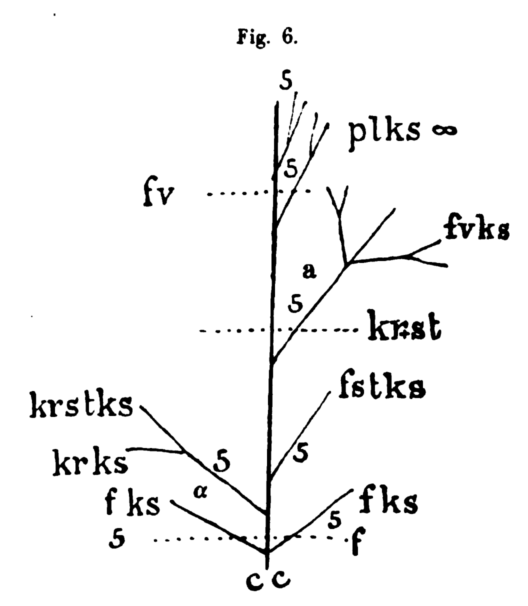
Lychnis Viscaria. Kärlsträngskomplexen i placenta, då stjärnarmarne delat sig efter längden; *ul* = placentas uppbristningslinie.

Högre upp på placenta klyfva sig kärlsträngarne efter längden, så att ett tvärsnitt, taget från denna del, i stället för nyssnämnda stjärna visar 5 gaffelböjda linier (fig. 5).

Då placenta, såsom redan är nämndt, i sin öfra del delar upp sig i 5 flikar, är det mellan dessa linier, som den brister upp (fig. 5 *ul*), och på hvar och en flik kommer då att sitta 2 frön, som ej tillhöra samma fröpar, utan två bredvid hvarandra liggande (fig. 14 *d*).

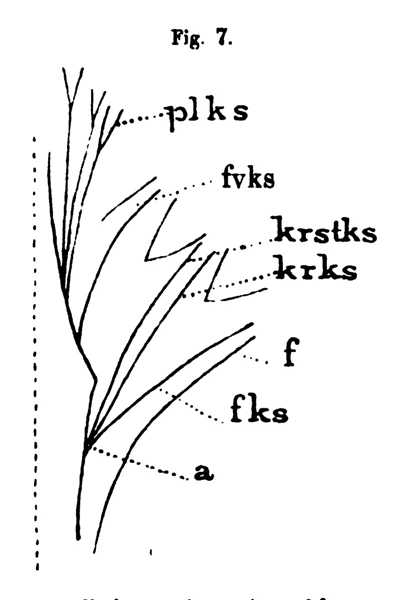
Lychnis Flos cuculi L. Vid jämförelse mellan fig. 2 och 7 ses, att fästpunkterna för kron- och foderbladen hos L. Viscaria äro långt från hvarandra, hos L. Flos cuculi däremot hvarandra ganska nära. Följden häraf blir, att foderkärlsträngarne, som här liksom hos L. Viscaria äro 10, ej taga den långa omvägen nedåt blommans bas, utan omedelbart efter sitt utträde ur centralcylindern ingå i fodret. — I afseende på kärlsträngarnes förgreningar till kronan och ståndarne är förhållan-

Fig. 6.



Lychnis Flos cuculi. Kärlsträngsförloppet.

Fig. 7.

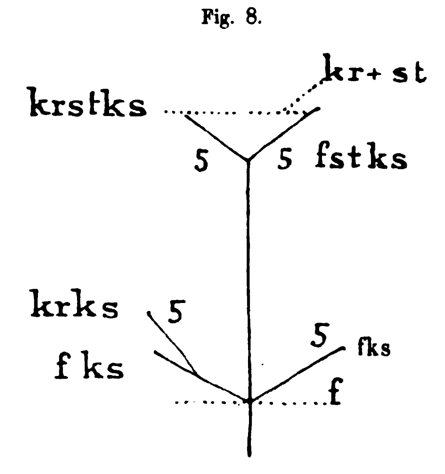


Lychnis Flos cuculi. Kärlsträngsförgreningen från centralcylinderns ena sida.

det detsamma som hos föregående växt. Kärlsträngsförgreningen i placenta, centralcylinderns form därstädes och klyfning upptill i 5 delar är äfven i hufvudsak detsamma. Däremot visar sig olikhet i den del af kärlsträngsförloppet, som går till fruktväggen. Centralcylindern afskiljer nämligen inga *b*-strängar, men däremot dela sig *a*-strängarne i 3 delar, af hvilka de båda laterala återigen dela sig i 2, så att af hvar sträng 5 nya uppstå (fig. 6 *a*).

Lychnis dioica rubra ♂ L. Nederst i blomman sänder centralcylindern ut 10 kärlsträngar, af hvilka hvarannan delar sig i 2 grenar. De 5 odelade kärlsträngarne och de yttre grenarne af de delade gå till fodret, de inre grenarne af samma kärlsträngar gå till kronan. Återstående delen af centralcylin-

Fig. 8.

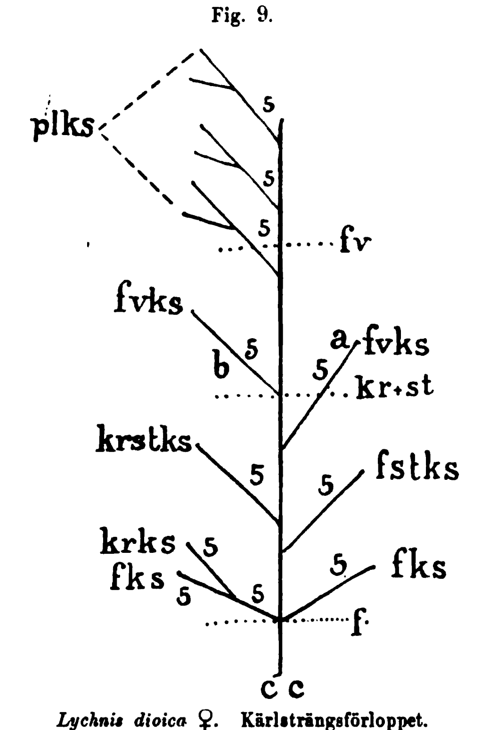


Lychnis dioica ♂. Kärlsträngsförloppet.

dern ordnar sig till de båda ståndarkärlsträngskretsarne (fig. 8). — I blommans centrum finnes ett fruktbladsrudiment, »et enkelt, glatt trådformet Legeme» (se WARMING, *Om Caryophyllaceernas Blomster*, sid. 249), och i detta finnes en kärlsträng. På hvad sätt denna står i sammanhang med det öfriga kärlsträngssystemet, har det emellertid ej lyckats mig att utreda.

Lychnis dioica rubra ♀ L. Kärlsträngsförgreningen till foder och krona är densamma som hos hanblomman. Till de små ståndarrudimenten, hvilka som bekant finnas hos honblomman, afskiljer centralcylindern 2 kransar af kärlsträngar, af hvilka foderståndarkärlsträngarne framkomma något litet före kronståndarkärlsträngarne. De visa oregelbundenheter i sitt förlopp: så förekommer t. ex. i stället för en enda kärlsträng en liten

Fig. 9.



Lychnis dioica ♀. Kärlsträngsförloppet.

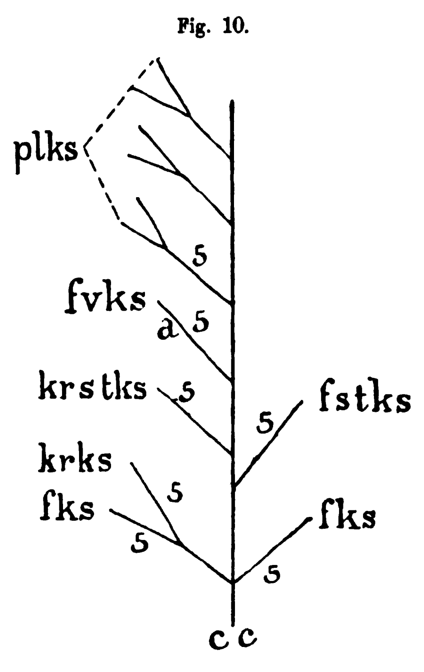
grupp af helt små sådana. Kärlsträngsförgreningen till fruktväggen och kärlsträngsförloppet inuti placenta äro desamma som hos Lychnis Viscaria, men skiljeväggarne mellan placenta och fruktväggen äro här ställda midtemot *a*-strängarne och fröna midtemot *b*-strängarne, hvaraf följden blir, att fruktbladen här blifva epipetala, olikt mot hvad förhållandet var hos Lychnis Viscaria och Lychnis Flos cuculi (jämför fig. 1 och fig. 9). [1]

[1]) SCHUMANN, som undersökt Melandrium album (Lychnis dioica alba), har funnit den hafva episepala fruktblad. (Blüthenmorphologische Studien, sid. 401).

Agrostemma.

Agrostemma Githago L. Stift 5; fröna sitta parvis i 5 rader, som äro parallela med placentas längdaxel. — Centralcylindern består som vanligt nedtill i blomman af en sluten krets, hvilken, sedan den genom delning utvidgat sig, bildar 10 oregelbundna utbuktningar. Dessa ordna sig sedan till en central

Fig. 10.



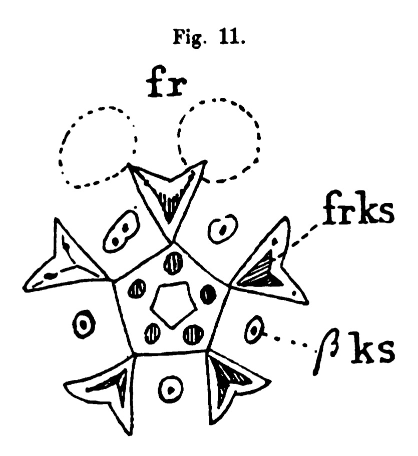
Agrostemma Githago. Kärlsträngsförloppet. Fodrets, kronans och fruktväggens insertionsställen kunna ej i anseende till materialets dåliga beskaffenhet med tillräcklig noggrannhet angifvas.

kärlsträngskrets och 10 periferiska kärlsträngar. Hvarannan af dessa dela sig tangentialt i 2 delar, af hvilka de inre gå till kronan, de yttre till fodret, dit äfven de 5 odelade kärlsträngarne gå. Från den inre kärlsträngskretsen afskiljas ståndarkärlsträngarne, foderståndarkärlsträngarne något före kronståndarkärlsträngarne. — Den återstående delen af centralcylindern ordnar sig till

5 kärlsträngssamlingar och 5 kärlsträngar, som alternera med de förra och gå till fruktväggen (= a-strängarne) (fig. 10). [1])

Sedan dessa kärlsträngar äro afskilda, smälta kärlsträngssamlingarne tillsammans, så att de på ett tvärsnitt visa bilden af en 5-siding. Inuti placenta antager denna en stjärnform (fig. 11), ehuru, såsom bilden visar, något mer komplicerad än

Fig. 11.



Agrostemma Githago. Tvärsnitt genom placenta, visande dess kärlsträngskomplex. *Fr* = fröna; *frks* = kärlsträngar, som gå till fröna; β = små kärlsträngar, som sitta emellan stjärnarmarne, och som ha uppkommit derigenom, att dessa utsändt grenar på ömse sidor om sig. Kärlsträngskomplexen och de små strängarne äro omgifna af en mekanisk väfnad.

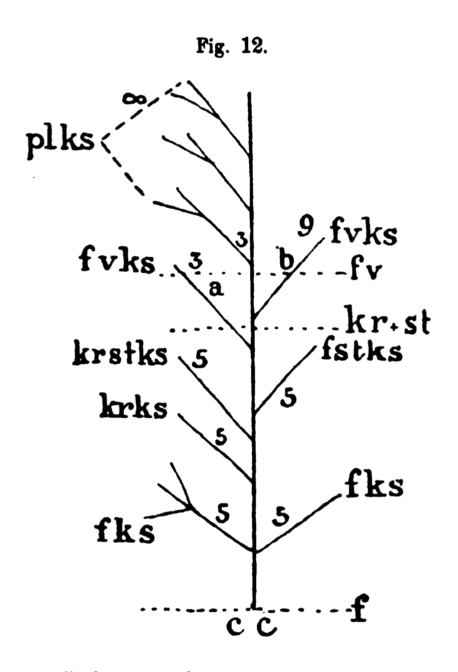
hos Lychnis-arterna. De små kärlsträngarne, som sitta mellan stjärnarmarne (fig. 11 β), äro delningsprodukter af dessa. — Högre upp på placenta klyfva sig stjärnarmarne efter längden, liksom förhållandet var hos Lychnis-arterna. Någon bristning af sjelfva placenta har jag dock ej iakttagit. — Såsom af fig. 10 synes, äro fruktbladen epipetala (se ENGLER och PRANTL. l. c. pag. 63 och SCHUMANN Blüthenmorph. Studien pag. 401).

[1]) Det tycks ej finnas några b-strängar. — I följd af det dåliga material, jag haft att tillgå, har dock denna växt ej kunnat undersökas så fullständigt som varit önskligt. Särskildt gäller detta om fruktväggen.

Silene.

Stift 3; fröna sitta parvis i 3 rader, som gå parallelt med placentas längdaxel; denna delar sig i sin öfra del i 3 flikar.

Fig. 12.



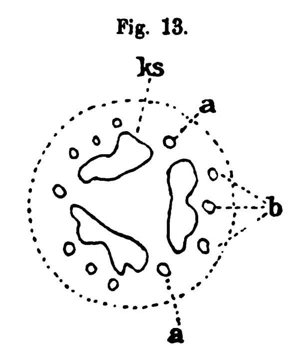
Silene venosa. Kärlsträngsförloppet.

Anm. Då fruktbladens antal hos Silene är 3 och i de öfriga bladkransarne ett 5-tal är rådande, komma naturligtvis de förstnämndes kärlsträngar att stå på ett annat sätt i förhållande till de yttre kärlsträngskretsarne, än fallet var hos de föregående. Anmärkningen till fig. 1 gäller således här blott för foder-, kron- och ståndarkärlsträngarne samt för fruktbladskärlsträngarnes förhållande sinsemellan.

Silene venosa Asch. Liksom hos Lychnis Viscaria utsänder centralcylindern ett litet stycke ofvanför blommans bas 10 kärlsträngar, af hvilka dock hvarannan i motsats mot hos denna snart delar sig i 3 mindre strängar. Dessa kärlsträngar böja sig först utåt sedan nedåt och ingå, sedan de ytterligare delat sig, i fodret. — Efter att därefter hafva afskilt 5 kronbladskärlsträngar utsänder centralcylindern de båda ståndarkransarnes

kärlsträngar, först kronståndarnes, sedan foderståndarnes (fig. 12). [1]) — Efter frånskiljandet af dessa 3 kransar har den form af ett slutet rör, men högre upp i blomman upplöser den sig i 3 på lika afstånd från hvarandra ställda kärlsträngar (fig. 12 *a*) och 3 mellan dessa liggande oregelbundna kärlsträngssamlingar. Hvar och en af dessa senare afskiljer 3 kärlsträngar (fig. 12 *b*, fig. 13), [2]) och dessa 9 kärlsträngar jämte de förut omnämnda 3 kärlsträngarne (*a*-strängarne) ingå efter ytterligare delningar

Fig. 13.



Silene venosa. Tvärsnitt visande kärlsträngskomplexen inuti fruktbladen, innan fruktvägg och placenta differentierat sig. *a* = den första gruppen kärlsträngar, som afgå till fruktväggen, *b* = den andra gruppen.

i fruktväggen. — De 3 oregelbundna kärlsträngssamlingarne få sedan en regelbundnare form. I placentas nedre del äro de sammanslutna till en trekantig pelare, som sedermera undergår åtskilliga förändringar till sin form, som antydes af fig. 14. Kanterna utdragas, och sidorna dra sig inåt, så att den slutligen på ett tvärsnitt visar bilden af en 3-armad stjärna (fig. 14 *c* och *d*). Under tiden dela sig de kärlsträngar, som ligga i stjärnarmarnes spetsar, i 2 grenar, som gå till de fröpar, som

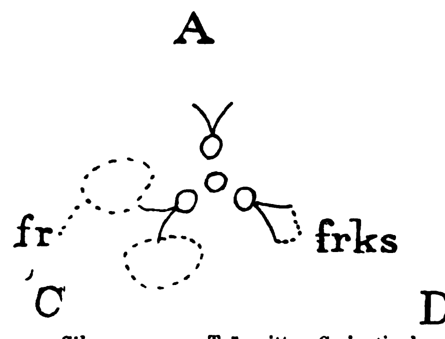
---

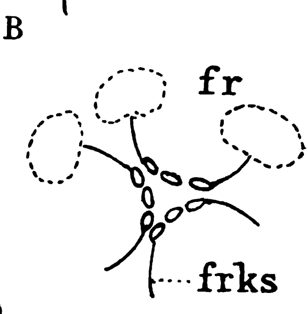
[1]) Afvikelser härifrån äga dock rum. — Enligt ENGLER och PRANTL (l. c. pag. 63) hör Silene venosa till de caryophyllaceer, som hafva obdiplostemona blommor. Det tillägges emellertid om dessa (pag. 64), »Die Insertion der *Stf* ist eine derartige, wie sie bei richtiger Diplostemoni begegnet; und damit im Zusammenhange stehen die Gefässbündel der Kelchstb weiter nach aussen als die der Kronstb.»

[2]) Antalet kan dock något växla.

stå midt emot dem, på samma sätt som hos de tre Lychnis-arterna. Liksom hos dessa klyfva sig också stjärnarmarne efter längden, innan placenta delar upp sig i 3 flikar (fig. 14 *d*).

Fig. 14.



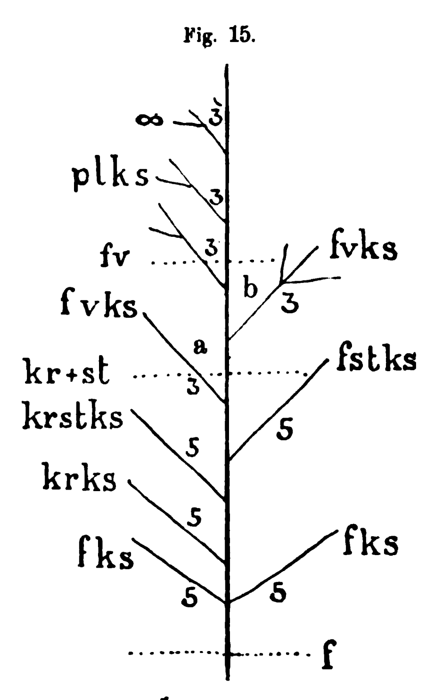


Silene venosa. Tvärsnitt. *Cc* inuti placenta. *A* nedtill, *b*, *c* och *d* högre upp. *Fr* = frön, *frks* = kärlsträngar, som gå till fröna. I fig. *d* hafva stjärnarmarne klufvit sig efter längden.

Silene nutans L. Foderkärlsträngarne äro 10 liksom hos den föregående, men de blifva alla odelade. Kronkärlsträngarne, ståndarkärlsträngarne och fruktväggens *a*-strängar förhålla sig på samma sätt som hos Silene venosa. Däremot äro *b*-strängarne blott 3, men de dela sig ganska snart i 3 grenar (fig. 15 *b*). För öfrigt råder ingen väsendtlig olikhet mellan de båda Silene-arterna. — Af denna blomma har jag gjort en utvecklingshistorisk undersökning för att efterse, hur det förlängda internodiet mellan kronbladens och foderbladens fästpunkter bildas, hvilket som bekant finnes hos många Sileneer. — Af denna framgår, att öfra delen af detta internodium[1]) — den del, som ligger ofvanför foderkärlsträngarne — är yngre än nedra delen. Se vidare fig. 16, 17, 18 och 19, som framställa längdsnitt af 4 blommor, tagna i åldersföljd, (fig. 16 yngst, fig. 19 äldst).

[1]) På figurerna 16, 17, 18 och 19 betecknade genom *α*.

Fig. 15.



Silene nutans. Kärlsträngsförloppet.

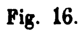
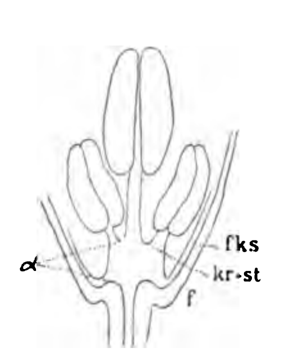
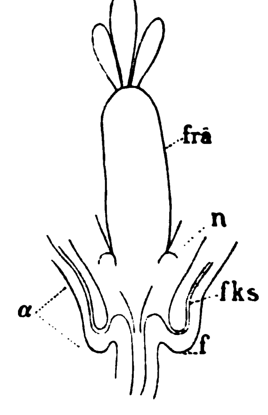


Fig. 16.



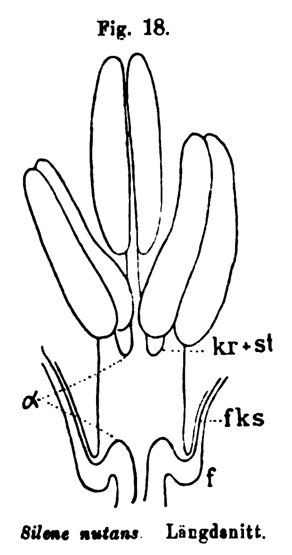
Silene nutans. Längdsnitt.

Fig. 17.



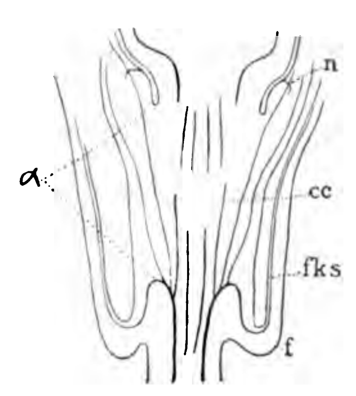
Silene nutans. Längdsnitt; *n* = nektarium, *frä* = fruktämne.

Fig. 18.



Silene nutans. Längdsnitt.

Fig. 19.



Silene nutans. Längdsnitt.

Dianthus.

Stift 2; fröna sitta i 4 enkla rader,[1]) som gå parallelt med placentas längdaxel. Denna delar sig upptill i 2 flikar.

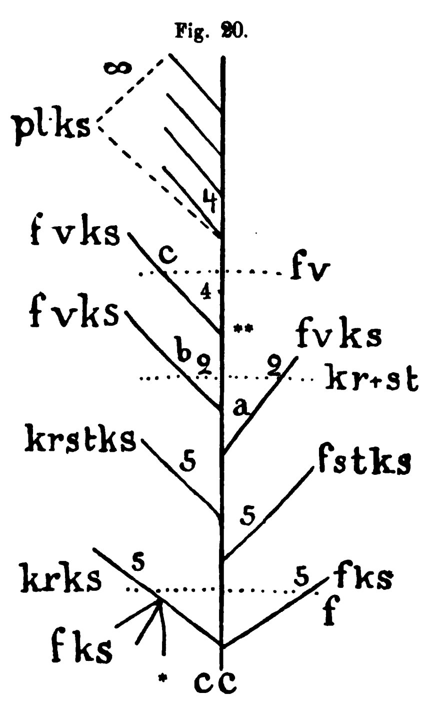
Dianthus barbatus. Sedan centralcylindern sändt kärlsträngsgruppen till ytterfodrets båda bladpar, afskiljer den en krans af 10 kärlsträngar, 5 större och 5 mindre, hvilka alternera med hvarandra. Från hvar och en af de 5 större kärlsträngarne utskilja sig några små, som dela sig ytterligare och gå jämte de 5 mindre kärlsträngarne till fodret (fig. 20 *fks*); de 5 större kärlsträngarne blifva däremot kronkärlsträngar. — Kärlsträngarne till ståndarne afskilja sig sedan i 2 5-taliga kransar, af hvilka foderståndarkärlsträngarne framkomma först (fig. 20 *fstks*, *krstks*).

Fig. 21 visar de närmast härefter följande delningarne af centralcylindern: 2 par korsställda kärlsträngar, *a* och *b*, af-

[1]) Detta omnämnes ej i »Die natürlicher Pflanzenfamilien», men på ett diagram i samma arbete öfver Dianthus enligt EICHLER stå fröna i 4 enkelrader.

skilja sig nämligen successivt därifrån, af hvilka *a*-kärlsträngarne äro de först framkommande (fig. 21 *a* och *b*). Af figuren synes också, att centralcylindern lagt sig i veck. Dessa veck blifva högre upp i blomman färre och mer regelbundna och ordna sig på så sätt, att centralcylindern på tvärsnitt får utseendet af en

Fig. 20.



Dianthus barbatus. Kärlsträngsförloppet. *Växlar till antalet. **Att denna krans hvarken står midtemot någon af de två nedanför liggande kärlsträngskransarne ej heller alternerar med dem, kan naturligtvis ej uttryckas på ett längdsnitt (jämför fig. 21).

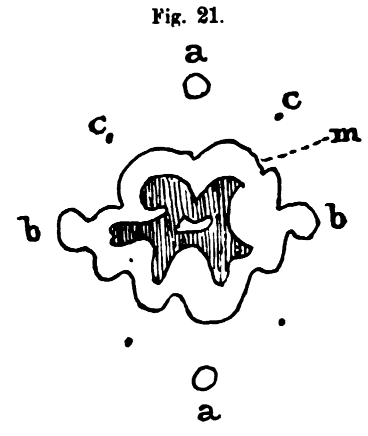
Anmärkningen till fig. 12 angående kärlsträngarnes i fruktbladen ställning till de öfriga kärlsträngskretsarne gäller naturligtvis äfven för Dianthus-arterna.

4-armad stjärna. Hvar och en af denna stjärnas armar afskiljer en kärlsträng (= *c*-strängarne) (fig. 20 *c*, fig. 21 *c*), och dessa 4 kärlsträngar jämte de i fig. 20 och 21 med *a* och *b* betecknade gå till fruktväggen. —

Fig. 22 visar kärlsträngsklomplexen inuti placenta. Den har fortfarande form af en 4-armad stjärna, fröna sitta i 4 rader motsvarande stjärnans 4 armar och motsatta *c*-strängarne

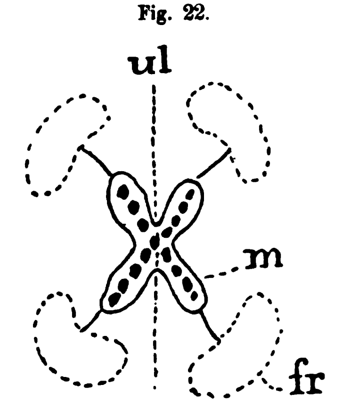
(jämför fig. 21 *c*). Från spetsen af hvar arm utgår en kärlsträng till motstående frö.[1]) Då placenta högre upp i blomman klyfver sig i 2 hälfter, har också kärlsträngskomplexen delat sig efter sin midt i 2 delar, så att hvar placentahälft får sitt kärlsträngsparti (fig. 22 *ul*).

Fig. 21.



Dianthus barbatus. Tvärsnitt. *Cc* inuti fruktbladen, omgifven af en mekanisk väfnad (*m*). *A* = det först framkommande kärlsträngsparet; *b* = det andra kärlsträngsparet, ännu omgifvet af den mekaniska väfnaden, *c* = den plats, där högre upp i blomman 4 nya kärlsträngar skola framkomma (jämför fig. 20).

Fig. 22.

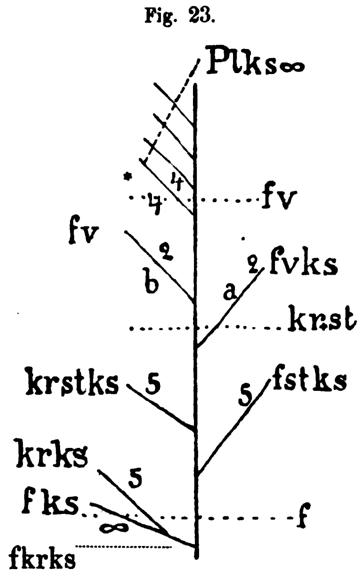


Dianthus barbatus. Tvärsnitt. *Cc* inuti placenta; *ul* = den linie, efter hvilken placenta brister upp och kärlsträngskomplexen delar sig i två delar; *m* = en mekanisk väfnad, som omgifver kärlsträngskomplexen.

[1]) Obs. Kärlsträngarne i stjärnarmarnes spetsar dela sig ej här i 2 grenar, efter som fröna ej sitta parvis; af samma skäl klyfva sig ej stjärnarmarne efter längden, som hos de föregående.

Dianthus deltoides L. Nedtill i blomman afskiljer centralcylindern en periferisk krans af kärlsträngar (fig. 23 *fkrks*), hvilken åter delar sig i 2, en inre, bestående af 5 kärlsträngar, kronkärlsträngarne (fig. 23 *krks*), en yttre, bestående af många tämligen tätt stående kärlsträngar, foderkärlsträngarne (fig. 23

Fig. 23.



Dianthus deltoidus. Kärlsträngsförloppet. * Placentasträngarne hafva samma ställning i förhållande till *a* och *b* som *c*-strängarne och placentasträngarne i fig. 20, eller med andra ord de alternera med *a*- och *b*-strängarne, om dessa betraktas som tillhörande samma krans.

fks). Ståndarkärlsträngarne förhålla sig på samma sätt som hos Dianthus barbatus, så ock *a*- och *b*-strängarne; däremot saknas alldeles de kärlsträngar, som utgå från stjärnarmarnes spetsar (*c*-kärlsträngarne, jämför fig. 20 *c*). Kärlsträngsförloppet inuti placenta är detsamma som hos D. barbatus.

Saponaria.

Stift 2; fröna sitta i 4 enkla rader, som äro parallela med placentas längdaxel; denna delar sig i sin öfra del i 2 hälfter.

Saponaria officinalis L. Som det material jag haft att tillgå i afseende på krona och ståndare afvek från det för denna växt normala, i det att båda voro öfvertaliga, mellanformer mellan ståndare och kronblad förekommo m. m., så har jag ej undersökt kärlsträngsförgreningen till dessa organ, utan blott fäst mig vid foder- och fruktbladskärlsträngarne.

De 10 foderkärlsträngarne utgå från centralcylindern ett stycke ofvanför blommans bas, böja sig nedåt tills de uppnått fodret och ingå då i detsamma, liksom förhållandet var hos Silene-arterna och Lychnis Viscaria. Kärlsträngsförgreningen till fruktbladen, centralcylinderns form i sin öfra del och klyfning i 2 hälfter öfverensstämmer med Dianthus-arterna, särskildt med Dianthus deltoides, i det att ej heller här några *c*-kärlsträngar förekomma.

Sammanfattning.

Kärlsträngsförgreningen till foder, krona och ståndare.

Den första krets, som centralcylindern utsänder, består hos Lychnis- och Silene-arterna, Agrostemma, Saponaria och Dianthus barbatus af 10 kärlsträngar. Dessa gå hos Lychnis Viscaria, L. Flos cuculi, Silene-arterna och Saponaria direkt till fodret utan att förgrena sig till något annat organ. Hos Agrostemma och Lychnis dioica delar sig däremot hvarannan kärlsträng i en sträng, som går till kronan, och en, som går till fodret, dit äfven de 5 odelade kärlsträngarne gå. — Hos Dianthus barbatus går hvarannan kärlsträng till fodret, och de 5 återstående till kronan, sedan de dessförinnan afskilt några mindre kärlsträngar, som äfven de gå till fodret.

Ett något olika förhållande äger rum hos Dianthus deltoides, i det att centralcylindern icke som hos de föregående afskiljer 10 kärlsträngar, utan en tät krets af sådana, hvilken sedan delar upp sig i en foderkärlsträngskrets och en kronkärlsträngskrets. — Hos Lychnis Viscaria, Silene-arterna och Saponaria utgå de 10 foderkärlsträngarne ett stycke ofvanför blom-

mans bas, böja sig därefter nedåt, tills de uppnått fodrets insertionsställe, och ingå därefter i detsamma. Hos Dianthus-arterna och Lychnis Flos cuculi sitter däremot fodrets fästpunkt högre än det ställe i blomman hvarifrån fodersträngarne utskiljas; hos Lychnis dioica ha de båda ställena samma höjd. — Kronans 5 kärlsträngar komma hos Silene-arterna direkt från centralcylindern. Hos Lychnis Viscaria och Lychnis Flos cuculi komma däremot från centralcylindern, sedan foderkärlsträngarne äro afskilda därifrån, 5 kärlsträngsstammar, hvilka sedan dela sig i kronbladskärlsträngar och kronståndarkärlsträngar. Huru kronkärlsträngarne uppkomma hos Lychnis dioica, Agrostemma, Dianthus barbatus och Dianthus deltoides, är nyss nämndt. — Ståndarkärlsträngarne komma hos alla direkt från centralcylindern, utom hos Lychnis Viscaria och Lychnis Flos cuculi, där, som nyss nämndes, kronkärlsträngarne och kronståndarkärlsträngarne komma från en gemensam stam. Foderståndarkärlsträngarne komma hos alla — utom hos Silene — före kronståndarkärlsträngarne. [1])

Kärlsträngsförgreningen till fruktväggen.

Från centralcylindern komma kärlsträngarne till fruktväggen i 1, 2 eller 3 afdelningar,[2]) och deras antal är åtminstone i första afdelningen lika med fruktbladens antal. Så komma de hos Lychnis Viscaria och Lychnis dioica i 2 afdelningar med 5 kärlsträngar i hvarje, hos Silene venosa och Silene nutans äfven i 2 afdelningar med 3 i första och 3 (S. nutans) eller 9 (S. venosa) i andra afdelningen; hos Lychnis Flos cuculi och Agrostemma saknas däremot 2:dra afdelningen. — Hos Dianthus barbatus komma fruktväggens kärlsträngar i 3 afdelningar; de 2 första bestå af 2 kärlsträngar hvardera, den tredje af 4. Dianthus deltoides och Saponaria förhålla sig på samma sätt, men sakna 3:dje afdelningens kärlsträngar. — Hos Lychnis Viscaria, L. Flos cuculi och L. dioica äro första afdelningens

[1]) Se Silene venosa, not. 1.

[2]) *A*-, *b*- och *c*-strängarne.

strängar episepala, hos Agrostemma däremot epipetala; med *b*-strängarne, som alternera med dem, äger naturligtvis ett motsatt förhållande rum.

Kärlsträngsförloppet inuti placenta.

Hos Lychnis- och Silene-arterna samt Agrostemma antar centralcylindern inuti placenta på tvärsnitt formen af en stjärna. Midt emot hvar stjärnarm sitter ett fröpar, [1]) och kärlsträngarne i hvarje arms spets dela sig i 2 grenar, så att till hvarje frö går en gren. Stjärnarmarnes och fröparens antal beror på fruktbladens antal. (Hos Lychnis och Agrostemma 5, hos Silene 3). Högre upp klyfva sig stjärnarmarne efter längden, så att 5 (Lychnis, Agrostemma) eller 3 (Silene) små kärlsträngskomplexer i form af gaffelböjda linier uppstå. Äfven placenta brister upp i sin spets i lika många flikar som det finnes stjärnarmar på det sätt, att på hvar flik kommer en kärlsträngskomplex och 2 frön, ett från hvart och ett af 2 närgränsande fröpar. — Hos Dianthus och Saponaria, där fruktbladen äro 2, bildar kärlsträngskomplexen i placenta äfven en stjärna, men denna är 4-armad. Fröna sitta här i 4 rader i armarnes spetsar (ej parvis), och de kärlsträngar, som gå till dessa, dela sig således ej i 2 grenar. Så väl kärlsträngskomplexen som placenta klyfver sig upptill efter sin midt i 2 delar med 2 frön på hvar del.

Fröna äro motsatta *a*-strängarne hos Lychnis Viscaria, L. Flos cuculi, Agrostemma och Silene-arterna. Hos Lychnis dioica äro de däremot motsatta *b*-strängarne, hvarigenom fröna blifva epipetala, i motsats mot hvad förhållandet var hos de öfriga Lychnis-arterna. Hos Dianthus-arterna och Saponaria stå de emot *c*-strängarne (D. barbatus) eller, då dessa fattas, på den plats de skulle intaga (D. deltoides, Saponaria) d. v. s. de alternera med *a*- och *b*-strängarne, uppfattade såsom en enda krans.

[1]) ENGLER och PRANTL (l. c. sid. 65) säga att fröna stå i dubbelrader, men omnämna ej, att placenta delar sig i flikar i sin öfra del.

Zusammenfassung.

Verzweigung der Gefässbündel an Kelch, Krone und Staubblätter. Der erste Kreis, den der Centralcylinder aussendet, besteht bei den Lychnis- und Silene-Arten, Agrostemma, Saponaria und Dianthus barbatus aus 10 Gefässbündeln.[1]) Diese gehen bei Lychnis Viscaria, L. Flos cuculi und den Silene-Arten direct an den Kelch, ohne sich an irgend ein andres Organ zu verzweigen. Bei Agrostemma und Lychnis dioica rubra teilen sich dagegen jedes zweite Gefässbündel in einen Strang, der an die Krone geht, und in einen, der an den Kelch geht, wohin auch die 5 ungeteilten Gefässbündel gehen (Fig. 8, 9 und 10 *fks*). Bei Dianthus barbatus geht jedes zweite Gefässbündel an den Kelch und die 5 übrigen an die Krone, nachdem sie vorher einige kleineren Stränge abgesondert, die auch an den Kelch gehen (Fig. 10 *fks*). Ein etwas verschiedenes Verhältnis findet bei Dianthus deltoides Statt, indem der Centralcylinder nicht, wie bei den vorhergehenden der Fall war, 10 Bündel sondern einen dichten Kreis dergleichen absondert, welcher sich später in einen Kelchgefässbündelkreis und einen Krongefässbündelkreis zerteilt.

Bei Lychnis Viscaria, den Silene-Arten und Saponaria gehen die 10 Kelchstränge ein Stück oberhalb der Basis der Blüthe

[1]) Siehe die Fig. 1, 6, 8, 9, 10, 12. 15, 20, 23, welche alle eine Darstellung des Gefässbündelsverlaufs geben. *c* = der Centralcylinder; *fks* = die Stränge des Kelches; *krks* = die Stränge der Krone; *fstks* = die Stränge der Kelchstaubblätter; *krstks* = die Stränge der Kronstaubblätter; *fvks* = die Stränge der Fruchtwand; *pks* = die Stränge der Placenta. Die Stränge, die einander opponiert, sind in Fig. 1—10 zu derselben Seite der Linie *cc* gestellt. In Fig. 12—23, welche den Strangverlauf in solchen Blüthen darstellen, wo eine 5-Zahl in Krone, Kelche und Staubblättern, eine 2- oder 3-Zahl aber in der Fruchtwand und Placenta herrscht, kann diese Bezeichnungsweise natürlich nicht gebraucht werden, ausgenommen für das gegenseitige Verhältnis der Gefässbündel in den soeben erwähnten Organgruppen.

Die punktierten Linien geben die Insertionstellen des Kelches (*f*), der Krone und der Staubblätter (*kr* + *st*) wie auch der Fruchtwand (*fv*) an in Verhältnis zu der Stelle auf dem Centralcylinder, wo die Gefässbündel ausgehen.

aus, biegen sich dann nach unten, bis sie die Insertionstelle des Kelches erreichen, und gehen dann in denselben hinein (Fig. 2, 7, 16, 17, 18, 19).[1] Bei den Dianthus-Arten und Lychnis Flos cuculi sitzt dagegen die Insertionstelle des Kelches höher als die Stelle in der Blüthe, von wo sich die Kelchstränge absondern (Fig. 6, 20, 23); bei L. dioica haben beide Stellen dieselbe Höhe. — Die 5 Gefässbündel der Krone kommen bei den Silene-Arten direct von dem Centralcylinder. Bei Lychnis Viscaria und L. Flos cuculi kommen dagegen vom Centralcylinder, nachdem die Kelchgefässbündel davon abgesondert, 5 Gefässbündel, welche sich dann in Kronstränge und Kronstaubblattstränge teilen (Fig. 1, 6 α). Wie die Krongefässbündel bei Lychnis dioica, Agrostemma, Dianthus barbatus och D. deltoides entstehen, ist soeben erwähnt. — Die Staubblattstränge kommen bei allen direct vom Centralcylinder, ausgenommen bei Lychnis Viscaria und L. Flos cuculi, wo, wie soeben erwähnt ist, die Gefässbündel der Krone und die der Kronstaubblätter von einem gemeinsamen Stamme kommen. Die Kelchstaubblattstränge kommen bei allen, ausgenommen bei Silene, wo die Stränge der Kronstaubblätter zuerst kommen, vor den Kronstaubblattsträngen.[2]

Verzweigung der Gefässbündel an der Fruchtwand. Vom Centralcylinder kommen die Gefässbündel in 1, 2 oder 3 Abteilungen.[3] So kommen sie bei Lychnis Viscaria und L. dioica in zwei Abteilungen mit 5 Gefässbündeln in jeder, bei Silene venosa und Silene nutans auch in 2 Abteilungen mit 3 in der ersten und 3 (S. nutans) oder 9 (S. venosa) in der zweiten Abteilung (Fig. 12, 13, 15); bei Lychnis Flos cuculi und Agro-

[1] Die vier letzten Figuren stellen Längsschnitte von 4 Blüthen in Alterfolge dar (Fig. 16 die jüngste, Fig. 19 die älteste) um die Entwicklung des stielförmigen Internodiums zwischen Krone und Kelche zu zeigen. Wie es scheint, ist derjenige Teil, der oberhalb der Kelchgefässbündel liegt (auf die Figuren mit α bezeichnet) zuletzt entwickelt.

[2] Abweichungen davon können doch vorkommen.

[3] Die Gefässbündel der ersten Abteilung nenne ich *A*-Stränge, die der zweiten *B*-Stränge und die der dritten *C*-Stränge.

stemma fehlt die zweite Abteilung. — Bei Dianthus barbatus kommen die Gefässbündel der Fruchtwand in 3 Abteilungen; die beiden ersten bestehen jede aus 2 Gefässbündeln, so gestellt, dass sie unter einander ein Kreuz bilden (Fig. 21 *a*, *b*).[1] Die dritte besteht aus 4 Gefässbündeln, welche, wie die Figur 21 zeigt, mit den *A*- und *B*-Strängen alternieren, wenn diese nämlich wie ein einziger Gefässbündelkreis betrachtet werden. Dianthus deltoides und Saponaria verhalten sich ebenso, haben aber nicht die Stränge der dritten Abteilung. — Bei Lychnis sind die *A*-Stränge episepal (Fig. 1, 6, 8, 9), bei Agrostemma dagegen epipetal (Fig. 10); mit den *B*-Strängen, welche mit den *A*-Strängen alternieren, findet natürlich das entgegengesetzte Verhältnis Statt.

Verzweigung der Gefässbündel in Placenta. In Placenta hat der Centralcylinder bei den Lychnis- und Silene-Arten sammt Agrostemma auf Querschnitten die Form eines Sternes. Jedem Sternarm gegenüber sitzt ein Samenpaar,[2] und die Stränge an der Spitze jedes Armes teilen sich in zwei Zweige, so dass an jeden Samen ein Zweig geht (Fig. 4, *b* und *c*, Fig. 14, *c*, *d*). Die Zahl der Sternarme und der Samenpaare kommt auf die Zahl der Fruchtblätter an (bei Lychnis und Agrostemma 5, bei Silene 3). Höher hinauf spalten sich die Sternarme nach der Länge, so dass 5 (Lychnis, Agrostemma) (Fig. 5, 14 *d*) oder 3 (Silene) kleine Gefässbündelcomplexe, wie gabelförmige Linien gebildet, entstehen. Auch Placenta bricht an ihrer Spitze, in eben so viele Zipfel, wie es Sternarme giebt, der Art, dass an jedem Zipfel ein Gefässbündelcomplex und 2 Samen kommen, einer von jedem der 2 angrenzenden Samenpaare (Fig. 14 *d*). Bei Dianthus und Saponaria wo die Fruchtblätter 2 sind, bildet

[1]) Bei Dianthus und Saponaria liegt der Centralcylinder in unregelmässigen Falten — wie die Figur 21 zeigt — und ist ausserdem von einem mechanischen Gewebe umgeben. Auf der Figur sind die *B*-Stränge noch in diesem Gewebe eingeschlossen.

[2]) Die Samen stehen, wie bekannt, bei den Sileneen in 5 (Lychnis, Agrostemma) oder 3 (Silene) längsgehenden Doppeltzeilen oder auch in 4 einzelnen Zeilen (Dianthus, Saponaria).

das Gefässbündelcomplex in Placenta auch einen Stern, dieser aber ist vierarmig (Fig. 22). Die Samen sitzen hier in 4 Zeilen an den Spitzen der Arme (nicht paarweise), und die Stränge, welche an dieselben gehen, teilen sich also nicht in zwei Zweige. So wohl das Gefässbündelcomplex als Placenta spaltet sich oben ihre Mitte entlang in 2 Teile mit 2 Samen auf jedem Teil.

Die Samen sind den *A*-Strängen bei Lychnis Viscaria, L. Flos cuculi, Agrostemma und Silene opponiert. Bei Lychnis dioica dagegen sind sie den *B*-Strängen opponiert,[1]) wodurch die Samen und auch die Fruchtblätter epipetal werden, im Gegensats zu dem, was bei den übrigen Lychnis-Arten der Fall war.[2]) Bei Dianthus und Saponaria dagegen sind die Samen den *C*-Strängen opponiert (D. barbatus) oder, wenn diese fehlen, alternieren sie mit den *A*- und *B*-Strängen wie ein einziger Kranz betrachtet, (Dianthus deltoides und Saponaria).

[1]) Vergleiche die Figuren 1, 6 und 9.

[2]) Bei Agrostemma dagegen sind so wohl die *A*-Stränge als die Fruchtblätter epipetal.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 378.)

New York. *Microscopical society.*
Journal. Vol. 11(1895): N:o 2. 8:o.
Paris. *Muséum d'histoire naturelle.*
Bulletin. 1895: N:o 2—3. 8:o.
— *Société d'études scientifiques.*
Feuille des jeunes naturalistes. (3) Année 25(1894/95): N:o 292—296. 8:o.
— *Société de géographie.*
Bulletin. (7) T. 15(1894): Trim. 4. 8:o.
Comptes rendus des séances. 1895: N:o 1—8. 8:o.
— *Société géologique de France.*
Bulletin. (3) T. 23(1895): N:o 1. 8:o.
Pisa. *Società Toscana di scienze naturali.*
Atti. Processi verbali. Vol. 9(1894—96): p. 133—241. 8:o.
Potsdam. *K. Geodätisches Institut.*
Verhandlungen der 1894 in Innsbruck abgehaltenen Conferenz der permanenten Commission der internationalen Erdmessung. 1895. 4:o.
Prag. *K. böhmische Gesellschaft der Wissenschaften.*
Sitzungsberichte. 1894: Mathem.-naturw. Cl.; Cl. für Philos., Geschichte und Philol. 8:o.
Jahresbericht. Jahr 1894. 8:o.
Riga. *Naturforscher-Verein.*
Festschrift in Anlass seines 50-jährigen Bestehens. 1895. 8:o.
Roma. *R. Accademia dei Lincei.*
Memorie. Cl. di scienze morali ... (5) Vol. 2(1894): P. 2: 10—12; Vol. 3(1895): P. 2: 1-3. 4:o.
Rendiconti. Cl. di scienze morali ... (5) Vol. 3(1894): Fasc. 10—12; Vol. 4(1895): 1—2. 8:o.
» Cl. di scienze fisiche ... (5) Vol. 4(1895): Sem. 1: Fasc. 1-10. 4:o.
Annuario. 1895. 12:o.
St. Petersburg. *Société Imp. Russe de géographie.*
Isvjestija. T. 30(1894): 5—6. 8:o.
Zapiski. T. 29: N:o 1, 3. 1895. 8:o.
Otschet. 1894. 8:o.
— *Hortus Petropolitanus.*
Acta. T. 13: Fasc. 2. 1894. 8:o.
Springfield. *Illinois state museum of natural history.*
Bulletin. N:o 6. 1895. 8:o.
Tokio. *Imp. university, College of science.*
Journal. Vol. 7: P. 4. 1895. 4:o.
— *Medicinische Facultät der K. Universität.*
Mittheilungen. Bd 2: N:o 2; 3: 1. 4:o.

Wien. *K. K. zoologisch-botanische Gesellschaft.*
Verhandlungen. Bd 45(1895): H. 3—4. 8:o.
BRUNNER VON WATTENWYL, C., Monographie der Pseudophylliden. Text & Atlas. 1895. 8:o & Fol.
— *K. K. geologische Reichsanstalt.*
Verhandlungen. 1895: N:o 4—7. 8:o.
— *K. K. Reichs-Kriegs-Ministerium, Marine-Section.*
Relative Schwerebestimmungen durch Pendelbeobachtungen. 1895. 8:o.
Würzburg. *Physikalisch-Medicinische Gesellschaft.*
Verhandlungen. N. F. Bd 28: N:r 6—7. 1894. 8:o.
Sitzungs-Berichte. 1894: N:o 8—10. 8:o.
Zürich. *Naturforschende Gesellschaft.*
Vierteljahrsschrift. Jahrg. 40(1895): H. 1. 8:o.

Af Kamreraren G. A. Lindberg.
Sammlung von Pflanzenabbildungen, 1804. 4 bd handritade.

Af öfverståthållaren frih. G. Tamm.
En samling geologiska, geografiska och agronomiska kartor öfver Mexico. 25 blad.

Af kapten A. W. Vogdes, San Francisco.
5 geologiska småskrifter.

Af utgifvarne:
Acta mathematica, hrsg. von G. MITTAG-LEFFLER. 19: 2. 1895. 4:o.
Bibliotheca mathematica, hrsg. von G. ENESTRÖM. 1895. N:o 2. 8:o.
FAVARO, A., Sulla Bibliotheca mathematica di G. ENESTRÖM. Com. 10. 1895. 8:o.
Bohuslänsk fiskeritidskrift, utg. af A. V. LJUNGMAN. N:o 61—64. 1893. 8:o.
Annaes de sciencias naturaes publ. par A. NOBRE. Anno 2(1895): N:o 2. 8:o.

Af författarne:
FORSLING, S., Om sulfonering af β-naftalymin. Ups. 1895. 8:o.
HASSELBERG, B., Spectroscopic observations of Nebulæ made at Mount Hamilton, Cal. San Francisco 1895. 8:o.
PALMÆR, K. V., Om iridiums ammoniakaliska föreningar. Ups. 1895. 8:o.
BERGROTH, E., Contributions to a knowledge of the Rhynchota of Australia. Melbourne 1895. 8:o.
CAMPBELL, F., The bibliography of the future. Lond. 1895. 8:o.
CARLES, C., Códigos postal y telegráfico. T. 1—3. Buenos Aires 1895. 8:o.
KUNTZE, O., Geogenetische Beiträge. Lpz 1895. 8:o.
LIVERSIDGE, A., Boleite, Nautokite, Kerargyrite, and Cuprite from Broken Hill. Sydney 1894. 8:o.
RASPAIL, X., Durée de l'incubation de l'oeuf du coucou et de l'éducation du jeune dans le nid. Paris 1895. 8:o.

Stockholm 1895. Kungl. Boktryckeriet

415

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 52. 1895. № 7.

Onsdagen den 11 September.

INNEHÅLL:

Tillkännagafs, att Akademiens äldste inländske ledamot, f. d. Intendenten vid Riksmuseum Professor SVEN LUDVIG LOVÉN, samt utländska ledamöterna f. d. Professorn vid Royal College i London THOMAS HENRY HUXLEY och Professorn vid Victoria University i Manchester WILLIAM CRAWFORD WILLIAMSON med döden afgått.

Med anledning af Kongl. Maj:ts remiss å en ansökan af Länsstyrelsen i Göteborg om anvisande af anslag för spridande af stormvarningar inom vestra kustlänen hade Hr RUBENSON i egenskap af föreståndare för statens Meteorologiska Centralanstalt afgifvit utlåtande, som af Akademien godkändes.

Med anledning af Kongl. Maj:ts remiss å inkomna framställningar rörande Sveriges representation vid en i Berlin före-

stående generalkonferens af de delegerade för den internationela jordmätningen beslöt Akademien att hårå afgifva ett tillstyrkande utlåtande.

På tillstyrkan af komiterade antogos till införande i Bihanget till Akademiens Handlingar följande inlemnade afhandlingar: 1:o) »Iakttagelser under en ballonfärd den 17 Mars 1895» af Öfveringeniör S. A. ANDRÉE, och 2:o) »Några hydrografiska iakttagelser i Mälaren och Saltsjön under Februari och Mars 1895» af studerandena H. WITT och G. LUNDELL.

Hr GYLDÉN meddelade några resultat af sina förnyade undersökningar rörande ojemnheter med mycket långa perioder i theorien för planeters och satelliters rörelser.*

Professor AURIVILLIUS dels anmälde, att Riksmusei Entomologiska afdelning af Apothekaren H. THEDENIUS såsom gåfva fått mottaga framlidne Lektorn K. F. THEDENII efterlemnade värdefulla insektsamling, och dels öfverlemnade en af Doktor C. E. HAGLUND utarbetad uppsats: »Verzeichniss der von YNGVE SJÖSTEDT im nordwestlichen Kamerungebiete eingesammelten Hemipteren» samt redogjorde för innehållet af denna uppsats.*

Hr WITTROCK lemnade meddelanden om undersökningar öfver åtskilliga sydamerikanska växters florala biologi, undersökningar som utförts i Bergielunds botaniska trädgård, der dessa växter odlas på fritt land.

Hr MITTAG-LEFFLER meddelade resultaten af sina undersökningar öfver integrationen af vissa allmänna klasser af differentialeqvationer medelst elliptiska och Abelska funktioner.

Sekreteraren öfverlemnade på författarnes vägnar följande inkomna uppsatser: 1:o) »Om fenyl- och tribromfenyl-azokarbonsyra», af Akademiens ledamot Hr O. WIDMAN,* och 2:o) »Bidrag till frågan om den rätta defenitionen på derivator med komplexa indices», af studeranden A. E. FRANSÉN.*

Följande skänker anmäldes:

Till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

Stockholm. *Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Sveriges officiela statistik. 4 häften. 4:o.
— *Svenska trädgårdsföreningen.*
Tidskrift. 1895: N:r 7–8. 8:o.
— *K. Vitterhets Historie och Antiqvitets Akademien.*
Handlingar. D. 32. 1895. 8:o.
Antiqvarisk tidskrift för Sverige. D. 5: H. 4; 14: 2. 1895. 8:o.
Halmstad. *Hallands läns hushållningssällskap.*
Handlingar. 1894: H. 3. 12:o.
Lund. *Universitetsbiblioteket.*
Akademiskt tryck 1894/95. 21 st. 8:o & 4:o.
Abbeville. *Société d'émulation.*
Mémoires. T. 19: P. 1. 1894. 8:o.
Bulletin. 1893: 1–4; 1894: 1. 8:o.
Cinquantenaire de M. Ernest Prarond. 1894. 12:o.
Amsterdam. *Société mathématique.*
Revue semestrielle des publications mathématiques. T. 3(1895): P. 2. 8:o.
Verslag. Vergad. 116(1895 20/4). 8:o.
Angers. *Société d'études scientifiques.*
Bulletin. Nouv. Sér. Année 22(1892)—23(1893). 8:o.
Auxerre. *Société des sciences historiques et naturelles de l'Yonne.*
Bulletin. Vol. 47(1893): Sém. 1–2; 48(1894): 1. 8:o.
Baltimore. *Peabody Institute.*
Annual report. 28(1894/95). 8:o.
— *Johns Hopkins university.*
University circulars. Vol. 14: N:o 119–120. 4:o.
Basel. *Naturforschende Gesellschaft.*
Verhandlungen. Bd 11: H. 1. 1895. 8:o.
Berlin. *K. Akademie der Wissenschaften.*
Abhandlungen. 1894. 4:o.
Sitzungsberichte. 1895: 1–38. 8:o.
— *Permanente Commission der Internationalen Erdmessung.*
Verhandlungen. Conferenz, Insbruck 1894. 4:o.
— *Deutsche geologische Gesellschaft.*
Zeitschrift. Bd 46(1894): 4; 47(1895): 1. 8:o.
— *Physikalische Gesellschaft.*
Verhandlungen. Jahrg. 12(1893)—14(1895): N:o 1–2. Lpz. 8:o.
Die Fortschritte der Physik. Jahrg. 49(1893): Abth. 1–3. 8:o.
— *K. Preussisches meteorologisches Institut.*
Ergebnisse der Gewitter-Beobachtungen im Jahre 1891. 4:o.
Ergebnisse der Beobachtungen an den Stationen 2:r und 3:er Ordnung im Jahre 1895. 4:o.
Bericht über die Thätigkeit. 1894. 8:o.

Berlin. *K. Preussische geologische Landesanstalt.*
Abhandlungen. N. F. H. 16 & Atlas. 1895. 8:o & 4:o.
— *Entomologischer Verein.*
Berliner Entomologische Zeitschrift. Bd 39(1894): H. 4; 40(1895): 1—2.
Besançon. *Académie des sciences, belles-lettres et arts.*
Procès-verbaux et mémoires. Années 1885—1890; 1893. 8:o.
— *Société d'émulation du Doubs.*
Mémoires. (7) Vol. 7(1892)—8(1893). 8:o.
Bonn. *Naturhistorischer Verein der preussischen Rheinlande . . .*
Verhandlungen. Jahrg. 51(1894): H. 2. 8:o.
Bordeaux. *Comission météorologique de la Gironde.*
Observations pluviométriques et thermométriques faites dans le département de la Gironde 1892, Juin—1893, Mai. Note. 1893. 8:o.
— *Société Linnéenne.*
Actes. Vol. 46. 1893. 8:o.
Catalogue de la bibliothèque. Fasc. 1. 1894. 8:o.
— *Société des sciences physiques et naturelles.*
Mémoires. (4) T. 3: Cah. 2; 4: 1—2. 1893—94. 8:o.
Bruxelles. *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts.*
Bulletin. (3) T. 29(1895): N:o 4—6; 30(1895): 7—8. 8:o.
— *Société R. de botanique de Belgique.*
Bulletin. T. 33. 1894. 8:o.
— *Office international de bibliographie.*
Decimal classification. Tables générales. 1895. 8:o.
» Sociologie. Tables méthodique et alphabétique . . . 1895. 8:o.
Budapest. *Magyar tudományos akadémia.*
Mathematikai és természettudományi értesitö (Mathematischer und naturwissenschaftlicher Anzeiger). Kötet 11: Füz. 6—9; 12: 1—12; 13: 1—2. 1893—95. 8:o.
Értekezések a mathematikai tudományok köréböl (Mathematische Abhandlungen). Kötet 15: Sz. 4—5. 1894. 8:o.
Értekezések a természettudományok köreböl (Naturwissenschaftliche Abhandlungen). Kötet 23: Sz. 3—12. 1893—94. 8:o.
Mathematikai és természettudományi közlemények (Mathematische und naturwissenschaftliche Mittheilungen). Kötet 25: Sz. 4—5; 26: 1—2. 1893—94. 8:o.
Archæologiai értesitö (Archäologisches Bulletin). Kötet 13(1893): Sz. 3—5; 14(1894): 1—5; 15(1895): 1—3. 8:o.
Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. Bd 11(1892/93): 1—2; 12(1893/94): 1. 8:o.
Ungarische Revue. Jahrg. 13(1893): H. 6—10; 14(1894): 1—10; 15 (1895): 1—4. 8:o.
Almanach. 1894—1895. 8:o.
Rapport sur l'activité de l'académie. Année 1893—1894. 8:o.
— *Königl. Ung. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus.*
Jahrbücher. Bd 22(1892). 4:o.

(Forts. å sid. 480.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1895. N:o 7.
Stockholm.

Om bestämningen af ojemnheter med mycket lång period i theorien för planeters och satelliters rörelser.

Af Hugo Gyldén.

(Meddeladt den 11 September 1895.)

Sedan Laplace visat, att i de analytiska uttrycken för himlakropparnas koordinater ganska märkliga termer kunna uppstå genom integration af de för fallet gällande differentialeqvationerna, äfven om koefficienterna till motsvarande termer i dessa eqvationer hade belopp, som betydligt låge under den numeriska gräns, man hade faststält för räkningens noggranhet, vunno dylika termer, hvilka alltid äro bundna vid, jemförelsevis med omloppstiderna mycket långa perioder, ett synnerligt intresse för de astronomiska forskningarna. — Till en början syntes undersökningen af dylika termer ej vara förenad med några nämnvärda svårigheter, utan tvärtom synnerligen enkel, för så vidt man nämligen fick antaga de motsvarande termerna i de dynamiska differentialeqvationerna vara numeriskt kända. Hade nämligen en sådan differentialeqvation t. ex. formen

$$\frac{d^2T}{dv^2} = -A \sin(2\lambda v + 2B),$$

der T betecknade den sökta funktionen, v den oberoende variabeln, samt A, λ och B numeriskt gifna konstanter, så erhölls resultatet omedelbart; detta blef nämligen

$$T = \frac{A}{4\lambda^2} \sin(2\lambda v + 2B).$$

Då nu den föreliggande termens period är $\frac{360^\circ}{2\lambda}$, så utsäger det funna resultatet, att en i differentialeqvation förekommande numeriskt gifven term, genom integrationen förstorades i förhållande af qvadraten på periodens förhållande till omloppstiden. Sedan detta enkla resultat blifvit vunnet, syntes undersökningarna rörande de långperiodiska ojemnheterna böra koncentreras på uppsökandet af sådana argument, der λ hade mycket små värden, samt att bestämma de motsvarande värdena A. Också har uppmärksamheten, då frågan gälde dylika ojemnheter, under det, sedan LAPLACES undersökning af desamma förgångna århundradet, nästan uteslutande varit riktad mot dessa två punkter af problemet.

Men under dessa bemödanden yppade sig likväl då och då anledning att återgå till det egentliga integrationsproblemet, och härvid kunde det icke undgå uppmärksamheten, att man ej ännu stode vid målet, äfven om alla ifrågakommande argument vore kända, och den s. k. störingsfunktionens utveckling verkstäld med önskvärd fullständighet. I afseende på de långperiodiska termernas inflytande märktes nämligen, att detta icke allenast var ett direkt, utan att detsamma äfven kunde inverka indirekt, enär produkterna af dessa termer med andra, i kortare perioder föränderliga ojemnheter, understundom blefvo märkliga, härigenom föranleddes räkningar, som förorsakade ganska betydande svårigheter utan att dock fullt motsvara ändamålet med desamma. Hvilka utvägar härvid anlitades och hvartill dessa ledt, kan man inhämta t. ex. genom att studera HANSENS måntheori, [1]) samt den öfversigt, Herr TISSERAND lemnar i tredje delen af sin mécanique-céleste, såväl af HANSENS bestämningar af vissa ojemnheter med lång period, som äfven af det förfaringssätt, han sjelf anser föra till målet. [2]).

---

[1]) Darlegung der theor. Berechnung der in den Mondtafeln angewandten Störungen. §§ 15 och 16.

[2]) Traité de méc. céleste. Tome III, Chap. XVIII, hvaraf i synnerhet må observeras n:o 176.

Härtill kommer en annan omständighet, som visserligen ej blifvit synnerligt beaktad, men hvilken dock, närmare beredd, måste framtvinga en omarbetning af integrationsmethoden. Denna omständighet består deri, att det resultat, ofvan angafs för T, ej gerna kan vara annat än approximatift, något som ju mycket väl låter tänka sig, då endast en enda term i högra membrum af den förelagda differentialeqvationen tillvaratogs. Om nämligen det anförda resultatet i afseende å T vore fullständigt, så skulle de långperiodiska termerna kunna växa till alldeles exorbitanta belopp, hvilket visserligen icke synes omöjligt, men dock mindre antagligt.

Intill början af detta sekels nionde decennium trädde man emellertid denna fråga ej närmare in på lifvet, sannolikt emedan man ej ansåg densamma hafva någon större praktisk betydelse; och då man någon gång påträffade ett mycket litet värde af koefficienten λ, var man benägen att antaga det motsvarande argumentet oscillera kring ett medelvärde, eller vara behäftadt med libration. Koefficienten λ skulle i detta fall i all stränghet hafva värdet noll.

I sådan riktning afgaf GAUSS i förklaringen till det nästan exakt kommensurabla förhållandet emellan Jupiters och Pallas medelrörelser, ehuru visserligen denne store forskare försigtigtvis endast uttalade sig i en chiffre, hvars innehåll han dock i ett bref meddelade åt BESSEL.[1]) Likaledes har Herr NEWCOMB för ej länge sedan förklarat, att theorien för Saturnsatelliterna Titan och Hyperion innehåller en med libration behäftad term,[2]) och slutligen har Herr STRUWE sökt visa, att librationstermer, d. v. s. termer, hvilkas argument oscillera omkring ett medelvärde, förekomma, såväl i theorien för satelliterna Mimas och Thetys som i theorien för Enceladus och Dione.[3]) Numera synes ingen

---

[1]) Briefwechsel zwischen GAUSS und BESSEL, p. 170.

[2]) On the motion of Hyperion. A new case in celestial Mechanics, by SIMON NEWCOMB.

[3]) Ueber die Bahnen von Mimas und Enceladus, von HERMANN STRUWE. Astr. Nachr. Band 125.

astronom omfatta GAUSS åsigt, ehuru visserligen något verkligt bevis för att den af honom förmodade librationen icke existerade, mig veterligen ännu ej blifvit offentliggjordt. Angående de inom Saturnsystemet förmodade librationerna, synes äfven en närmare undersökning behöflig, innan man får antaga deras existens vara definitift bevisad.

När jag för omkring 15 år tillbaka begynte mina undersökningar angående theorien för himlakropparnas rörelser, föresväfvade mig närmast två syften: 1:o, att, om möjligt, undvika alla utvecklingar efter potenser af tiden eller af den oberoende variabeln; 2:o, att framställa en integrationsmethod, som äfven i afseende på de långperiodiska termerna lemnade fullt pålitliga resultat.

Fullföljandet af det första af dessa syften har visserligen medfört en högst betydlig komplikation af hela perturbationstheorien. Denna ansåg jag dock oundviklig, för så vidt man ville ernå en verklig, och således för alla tider gällande theori för en himlakropps rörelse, och den erfarenhet, jag sedermera haft tillfälle att inhämta angående tillämpningen af den nya methodens räkneföreskrifter, har till fullo bekräftat min åsigt. — Undvikandet af s. k. sekulära perturbationer, d. v. s. af utvecklingar efter potenserna af den oberoende variabeln, medförde nämligen uppkomsten af termer, dem jag benämnt elementära; och utan att fästa afseende vid dessa är det icke möjligt att erhålla riktiga integrationsresultat, för så vidt dessa öfverhufvud genom integrationsprocessen blifva betydligt förstorade. Jag vågar derföre påstå, att alla i äldre undersökningar förekommande bestämningar af ojemnheter med mycket lång period, dervid man ej kunnat fästa afseende vid de elementära termernas inflytande, måste anses såsom mer eller mindre illusoriska. Intills nu har jag visserligen icke särskildt betonat denna omständighet, men densamma framgår dock tydligt och omedelbart, då man vill tillämpa de integrationsmethoder, som finnas förklarade i »nouvelles recherches &c.» från och med N:o 5 i § 6.[1]) I föreliggande

[1]) Acta mathematica. Bd. 15 och 17.

meddelande skall jag återkomma till denna punkt och i ett numeriskt exempel visa, huru fullkomligt ändradt integrationsresultatet kan blifva, allt efter som man, i enlighet med principerna i sist nämnda arbete tager hänsyn till de elementära termernas inflytande eller icke.

Utgångspunkten för de af mig utvecklade integrationsmethoderna bildar följande typiska differentialeqvation

$$\frac{d^2T}{dv^2} = -A_0 \sin(2\lambda_0 v + 2B_0 + s_0 T) - X_1 - \Omega_1 ,$$

der A_0, λ_0, B_0 och s_0 beteckna numeriskt gifna konstanter, X_1 en serie termer af alldeles samma beskaffenhet, som den främst till höger redan utsatta, samt slutligen Ω_1 en annan serie termer, hvilka endast derigenom väsentligen skilja sig från termerna i X_1, att koefficienterna till T äro qvantiteter af de störande krafternas storleksordning. Koefficienten s_0 och de analoga i X_1 antagas deremot vara qvantiteter af nollte ordningen, hvilka växa i samma mån, man fortskrider i utvecklingen. Dock äro i allmänhet koefficienterna A_0 och de motsvarande i X_1 större än koefficienterna i Ω_1, enär de största af de senare äro qvantiteter af andra ordningen af den störande kraften. hvaremot A_0 och de märkligaste koefficienterna i X_1 innehålla endast den första potensen af dessa krafter såsom faktor.

Bortlemnar man alla med T multiplicerade termer i argumenten till höger i ofvanstående likhet, d. v. s., utvecklar man efter potenserna af T, och medtager i en första approximation endast de af denna funktion oberoende termerna, så återfinner man den differentialeqvation, till hvilken jag i början af detta meddelande anknöt några betraktelser. Men det är just utvecklingen efter potenserna af T, som bör undvikas, åtminstone i den först till höger förekommande termen, samt i de väsentligaste af dem, som förekomma i X_1. Ty genom att bibehålla T inom argumenten vinner man en utgångspunkt för en verklig och tillfredsställande bestämning af denna funktion, hvaremot det provisoriska uttryck, som ofvan anfördes, i kritiska fall leder till

fullkomligt illusoriska resultat. Att utveckla funktionen Ω_1 efter potenserna af T synes deremot icke föranleda någon olägenhet, hvilket beror derpå, att T der ingår i argumenten multiplicerad med en liten qvantitet.

Karaktären af det resultat, man vinner, då T bibehålles inom argumenten hos termerna i X_1, kan emellertid öfverskådas, äfven om man förenklar den förelagda likheten derhän, att densamma endast innehåller en enda term, inom hvars argument T bör bibehållas. Jag skall derföre tillåta mig denna förenkling här, der det endast gäller att på möjligast direkta väg återfinna resultatets allmänna drag. Dessutom skall jag inskränka antalet termer i Ω_1 till endast två, hvilket för mitt nuvarande ändamål är tillräckligt.

Vår likhet blir då den följande:

$$(1) \qquad \frac{d^2T}{dv^2} = -A \sin(G + sT) - a_1 \sin H_1 - a_2 \sin H_2 ,$$

der jag för korthetens skull bortlemnat index $_0$, samt infört beteckningarna

$$G = 2\lambda v + 2B ,$$
$$H_1 = \sigma_1 v - b_1 ,$$
$$H_2 = \sigma_2 v + b_2 .$$

Koefficienterna σ_1 och σ_2 antager jag härvid vara mycket små qvantiteter, så att resultatet af en lineär integration [användande af den i början anförda formeln] kan uppgå till högst betydliga belopp.

Behandlingen af likheten (1) inleder jag nu medelst alldeles samma operationer, som förklarades i »nouvelles recherches», d. v. s., jag sätter:

$$T = Z_0 + \frac{2}{s} V_1 ,$$

samt bestämmer Z_0 ur likheten

$$\frac{d^2Z_0}{dv^2} = -A \sin(G + sZ_0) .$$

I enlighet med, hvad som blifvit anfördt i nämnda afhandling, samt äfven på några andra ställen, vinnes af denna likhet följande resultat:

$$sZ_0 = 2am \frac{2K}{\pi}(\lambda v + B) - G ,$$

i det modylen för de elliptiska funktionerna bestämmes ur likheten

$$\left(\frac{2K}{\pi}\right)^2 k^2 = \frac{sA}{\lambda^2} .$$

Subtraheras nu den differentialeqvation, hvarur Z_0 bestämdes, från likheten (1), sedan man å densamma utvecklat $\sin(G + sZ_0 + 2V_1)$ efter potenserna af $2V_1$, så kommer man till nedanstående resultat

$$\frac{d^2V_1}{dv^2} = -sA\cos(G + sZ_0)V_1 + sA\sin(G + sZ_0)V_1^2$$
$$+ \tfrac{2}{3}sA\cos(G + sZ_0)V_1^3 - \frac{s}{2}(a_1 \sin H_1 + a_2 \sin H_2) .$$

Vid bestämningen af modylen k kunna vi emellertid företaga den modifikation, att vi uppsöka densamma ur likheten

$$\left(\frac{2K}{\pi}\right)^2 k^2 = \frac{sA(1 - 2g)}{\lambda^2} ,$$

der g betecknar en ännu till vårt förfogande stående konstant. Detta medför, att vi i stället för den anförda differentialeqvationen i V_1 finna den följande

$$\frac{d^2V_1}{dv^2} = -sA\cos(G + sZ_0)V_1 + sA\sin(G + sZ_0)(V_1^2 - g)$$
$$+ \tfrac{2}{3}sA\cos(G + sZ_0)V_1^3 - \frac{s}{2}(a_1 \sin H_1 + a_2 \sin H_2) ;$$

eller, om vi beteckna

$$\lambda v + B = x ,$$

samt införa den elliptiska modylen och amplituden,

$$\frac{d^2 V_1}{dx^2} = -\frac{k^2}{1-2g}\left(\frac{2K}{\pi}\right)^2 \cos 2am\frac{2K}{\pi}x\cdot V_1 + \frac{k^2}{1-2g}\left(\frac{2K}{\pi}\right)^2 \sin 2am\frac{2K}{\pi}x\,(V_1^2 - g$$

$$+\tfrac{2}{3}\frac{k^2}{1-2g}\left(\frac{2K}{\pi}\right)^2\cos 2am\frac{2K}{\pi}x\cdot V_1^3 - \frac{s}{2\lambda^2}(a_1\sin H_1 + a_2\sin H_2).$$

Vi förutsätta nu g vara en konstant af samma storleksordning som V_1^2; och då vi redan bortlemnat de termer, som äro af fjerde graden, så kunna vi äfven negligera qvadraten af g, äfvensom produkterna af denna konstant med V_1^2 och med V_1^3. Vi erhålla då

$$(2)\quad \frac{d^2 V_1}{dx^2} = -k^2(1+2g)\left(\frac{2K}{\pi}\right)^2\cos 2am\frac{2K}{\pi}x\cdot V_1 + k^2\left(\frac{2K}{\pi}\right)^2\sin 2am\frac{2K}{\pi}x\,(V_1^2 -$$

$$+\tfrac{2}{3}k^2\left(\frac{2K}{\pi}\right)^2\cos 2am\frac{2K}{\pi}x\cdot V_1^3 - \frac{s}{2\lambda^2}(a_1\sin H_1 + a_2\sin H_2).$$

Med denna likhet skola vi nu vidtaga några transformationer, hvilka afse att ur henne härleda en ny differentialeqvation, genom hvars integration man omedelbart skall komma till uttryck för ojemnheterna med argumenten H_1 och H_2, hvilkas koefficienter aldrig kunna blifva oändligt stora, äfven om σ_1 och σ_2 fullständigt skulle försvinna.

För detta ändamål sätter jag först och främst

$$(3)\qquad V_1 = \frac{2K}{\pi}\,\mathrm{dn}\,\frac{2K}{\pi}x\cdot U,$$

hvarigenom erhålles

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{2K}{\pi}k^2\frac{\sin 2am\frac{2K}{\pi}x}{\mathrm{dn}\frac{2k}{\pi}x}\frac{dU}{dx} - 2\left(\frac{2k}{\pi}\right)^2 k^2 g\cos 2am\frac{2K}{\pi}x\cdot U$$

$$+\left(\frac{2K}{\pi}\right)^3 k^2\sin 2am\frac{2K}{\pi}x\,\mathrm{dn}\frac{2K}{\pi}x\cdot U^2 - \frac{2K}{\pi}k^2 g\frac{\sin 2am\frac{2K}{\pi}x}{\mathrm{dn}\frac{2K}{\pi}x}$$

$$+\tfrac{2}{3}\left(\frac{2K}{\pi}\right)^4\cos 2am\frac{2K}{\pi}x\left(\mathrm{dn}\frac{2K}{\pi}x\right)^2 U^3 - \frac{s}{2\lambda^2}\frac{\pi}{2K}(a_1\sin H_1 + a_2\sin H_2)$$

Vidare inför jag här de bekanta serieutvecklingarna för de elliptiska funktionerna, samt sätter härpå:

$$U = Y + \frac{4q}{1 - q^2} g \sin 2x \,. \tag{4}$$

Den förestående likheten blir sålunda transformerad till följande, i hvilken några här fullkomligt obehöfliga termer blifvit bortlemnade,

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 Y}{dx^2} - 128q^2(1 + 2q^2) g Y - \tfrac{64}{8} q^2(1 + 2q^2) Y^3 \qquad & (5) \\
= 16q(1 + q^2) \sin 2x \frac{dY}{dx} & \\
- 2g\{16q(1 + q^2) \cos 2x + 32q^2 \cos 4x\} Y & \\
+ \{16q(1 + q^2) \sin 2x + 64q^2 \sin 4x\} Y^2 & \\
+ \tfrac{8}{3} \{16q(1 + 9q^2) \cos 2x + 96q^2 \cos 4x\} Y^3 & \\
- \frac{8}{2\lambda^2} \frac{\pi}{2K} \{a_1 \sin H_1 + a_2 \sin H_2\} \,. &
\end{aligned}$$

Härifrån kan man nu på mångfaldiga sätt framkomma till en, för bestämningen af de långperiodiska termerna lämplig eqvation, en s. k. horistika; och man erhåller en för denna mer eller mindre lämplig form, beroende på den olika substitution, man använder för att transformera likheten (5).

Min afsigt är nu visserligen icke att i detta meddelande uppsöka det möjligast gynsamma transformationsresultatet, d. v. s. den horistika, hvars omedelbara integration skulle lemna ett möjligast noggrant resultat i afseende å de sökta termerna. Jag skall tvärtom till en viss grad lemna detta syfte ur sigte, och inskränka mig till att uppsöka den möjligast enkla substitution, som öfverhufvud leder till en horistika, d. v. s. en differentialeqvation, genom hvars integration man finner sådana koefficienter till de långperiodiska termerna, som icke bli oändliga med perioderna, eller då σ_1 och σ_2 försvinna. Att den sålunda funna horistikan i kritiska fall kan leda till resultat, som ännu äro ganska felaktiga, skall ej förnekas, men dessa få dock under

alla omständigheter anses såsom begynnelsevärden, med stöd af hvilka man, medelst successiva approximationer kan finna de sanna värdena, huru nära man vill.

Den substitution, som här skall komma till användande, är följande

$$(6)\qquad Y = \varphi_0 + \varphi_1 \cos 2x + \varphi_2 \cos 4x + \psi_1 \sin 2x + \psi_2 \sin 4x\,,$$

der φ_0, φ_1, o. s. v. beteckna funktioner af ν, dem jag dock tänker mig oberoende af argumentet x. Man finner häraf medelst differentiation:

$$\frac{dY}{dx} = \frac{d\varphi_0}{dx} + \left(\frac{d\varphi_1}{dx} + 2\psi_1\right)\cos 2x + \left(\frac{d\varphi_2}{dx} + 4\psi_2\right)\cos 4x + \left(\frac{d\psi_1}{dx} - 2\varphi_1\right)\sin 2x + \left(\frac{d\psi_2}{dx} - 4\varphi_2\right)\sin 4x\,,$$

$$\frac{d^2Y}{dx^2} = \frac{d^2\varphi_0}{dx^2} + \left\{\frac{d^2\varphi_1}{dx^2} + 4\frac{d\psi_1}{dx} - 4\varphi_1\right\}\cos 2x + \left\{\frac{d^2\psi_1}{dx^2} - 4\frac{d\varphi_1}{dx} - 4\psi_1\right\}\sin 2x + \left\{\frac{d^2\varphi_2}{dx^2} + 8\frac{d\psi_2}{dx} - 16\varphi_2\right\}\cos 4x + \left\{\frac{d^2\psi_2}{dx^2} - 8\frac{d\varphi_2}{dx} - 16\psi_2\right\}\sin 4x\,.$$

Insättas nu dessa uttryck i likheten (5), och observeras, att summorna af alla med $\sin 4x$, med $\cos 4x$, med $\sin 2x$ och med $\cos 2x$ multiplicerade termer, hvar för sig, måste försvinna, enär funktionerna ψ_2, φ_2, ... antogos oberoende af argumentet x, så uppstå följande eqvationer:

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} - 8\frac{d\varphi_2}{dx} - 16\psi_2 = 64q^2\varphi_0^2 + 16q(1+q^2)\psi_1\,,$$

$$\frac{d^2\varphi_2}{dx^2} + 8\frac{d\psi_2}{dx} - 16\varphi_2 = 64q^2\varphi_0^3 + 16q(1+q^2)\varphi_1 - 16q(1+q^2)\varphi_0\psi_1 - 64q^2g\varphi_0\,.$$

$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2} - 4\frac{d\varphi_1}{dx} - 4\psi_1 = 16q(1+q^2)\varphi_0^2 - 32q(1+q^2)\varphi_2\,,$$

$$\frac{d^2\varphi_1}{dx^2} + 4\frac{d\psi_1}{dx} - 4\varphi_1 = \tfrac{32}{3}q(1+9q^2)\varphi_0^3 + 16q(1+q^2)\varphi_0\psi_2$$
$$+ 64q^2\varphi_0\psi_1 - 32q(1+q^2)\varphi_2 - 32q(1+q^2)g\varphi_0\,,$$

$$\frac{d^2\varphi_0}{dx^2} = 128q^2(1+2q^2)g\varphi_0 + \tfrac{64}{3}q^2(1+2q^2)\varphi_0^3$$
$$+ 16q(1+q^2)\varphi_0\psi_1 - 16q(1+q^2)\varphi_1 + 64q^2\varphi_0\psi_2$$
$$- \frac{s}{2\lambda^2}\frac{\pi}{2K}\{a_1 \sin H_1 + a_2 \sin H_2\}\,,$$

dervid fortfarande alla termer blifvit utelemnade, som i afseende på q öfverstiga den 4:de ordningen, samt i afseende på φ_0, den tredje; äfvenså äro öfverallt de termer förbigångna, som i slutresultatet skulle föranleda qvantiteter af högre ordning.

Om vi nu antaga koefficienterna σ_1 och σ_2 så små, att derivatorna i de fyra första af nyss anförda eqvationer kunna negligeras, så få vi, under bibehållande af samma noggrannhetsgräns som ofvan, följande uttryck:

$$\psi_2 = 0\,,$$
$$\varphi_2 = -8q^2\varphi_0^3 - q(1+q^2)\varphi_1 + 4q^2g\varphi_0\,,$$
$$\psi_1 = -4q(1+q^2)\varphi_0^2\,,$$
$$\varphi_1 = -\tfrac{8}{3}q(1+9q^2)\varphi_0^3 - 8q^2\varphi_1 + 32q^3g\varphi_0 + 8q(1+q^2)g\varphi_0\,,$$

eller, i stället för den sista af dessa likheter,

$$\varphi_1 = -\tfrac{8}{3}q(1+q^2)\varphi_0^3 + 8q(1-3q^2)g\varphi_0\,.$$

Insättas dessa värden i den senast funna differentialeqvationen, så antager densamma följande enkla form

$$\frac{d^2\varphi_0}{dx^2} - 128q^2(1+2q^2)g\varphi_0 = -128q^2(1-2q^2)g\varphi_0$$
$$- \frac{s}{2\lambda^2}\frac{\pi}{2K}\{a_1 \sin H_1 + a_2 \sin H_2\}\,,$$

eller

$$\frac{d^2\varphi_0}{dx^2} - 512q^4g\varphi_0 = -\frac{s}{2\lambda^2}\frac{\pi}{2K}\{a_1 \sin H_1 + a_2 \sin H_2\}\,.$$

Sådan är den form, vi genom de anförda substitutionerna funnit för den horistiska likheten. I föreliggande fall är densamma befunnen vara lineär, hvarjemte koefficienten till φ_0 reducerades till en konstant. Integrationen af den horistiska eqvationen kan derföre omedelbart utföras.

Vi beteckna

$$a_1 = \frac{s}{2\lambda^2}\frac{\pi}{2K}a_1$$

$$\bar{a}_2 = \frac{s}{2\lambda^2}\frac{\pi}{2K}a_2$$

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{1}{\lambda}\sigma_1 \,.$$

$$\bar{\sigma}_2 = \frac{1}{\lambda}\sigma_2 \,,$$

hvarjemte vi sätta

$$\varkappa_1 = \frac{\bar{a}_1}{\bar{\sigma}_1^2 + 512q^4g}\,; \quad \varkappa_2 = \frac{\bar{a}_2}{\bar{\sigma}_2^2 + 512q^4g}\,;$$

integrationsresultatet blir då:

$$\varphi_0 = \varkappa_1 \sin H_1 + \varkappa_2 \sin H_2 \,.$$

Vi antaga nämligen medelrörelsen vara sålunda bestämd, att de med integrationskonstanter behäftade termerna kunde bortlemnas. Vore detta icke händelsen, så skulle uttrycket för φ_0 komma att innehålla exponentialfunktioner eller utvecklingar efter potenser af den oberoende variabeln. Häraf framgår äfven den tvingande nödvändigheten att alltid använda den verkliga medelrörelsen, och ej, såsom det ibland varit brukligt, en medelrörelse, som varit behäftad med koefficienten i den mot tiden proportionella termen i utvecklingen af en summa elementära termer.

Konstanten g står ännu till vårt förfogande. Det mest direkta och fördelaktigaste sätt att bestämma densamma synes vara, åtminstone vid detta tillfälle, att identifiera henne med den konstanta delen af φ_0^2, d. v. s., att sätta:

$$g = \tfrac{1}{2}\left(\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2\right).$$

Koefficienterna $\varkappa_1$ och $\varkappa_2$ komma då att bestämmas medelst två kubiska eqvationer, hvartill dock lösningen oftast erhålles ganska lätt medelst approximationer.

I ett numeriskt exempel, som hänför sig till asteroiden Hekuba, antogs:

$$\log A = 8.24915-10 ; \quad \log \lambda = 9.70973 ;$$
$$-a_1 = 4.01578-10 ; \quad -\sigma_1 = 7.11362 ;$$
$$-a_2 = 9.33990-20 ; \quad -\sigma_2 = 4.62172 ;$$
$$\log s = 9.99296 .$$

Med de anförda värdena af A, λ och s beräknades först, i enlighet med föreskrifterna i en uppsats, som blifvit intagen i astr. Nachrichten, Bd. 121,

$$\log q = 7.61850 ,$$

hvaraf vidare följde:

$$\log \frac{\pi}{2K} = 9.99281 ,$$

$$\log 512 q^4 = 3.18327 .$$

Vidare erhölls:

$$\log \bar{a}_1 = 4.28106-10 , \quad \log \bar{a}_2 = 9.60518-20 ,$$
$$-\bar{\sigma}_1 = 7.40389-10 , \quad -\bar{\sigma}_2 = 4.91199-10 .$$

Jag beräknade nu härmed först koefficienten $\varkappa_1$ under antagande att $\varkappa_2$ vid denna beräkning kunde negligeras, och erhöll då följande kubiska eqvation

$$[2.88224]\varkappa_1^3 + [4.80778]\varkappa_1 = [4.28106] ,$$

der talen inom [ ] äro logarithmer för de i densamma ingående koefficienter.

Genom att lösa denna eqvation erhölls

$$\log \varkappa_1 = 9.47283 ,$$

eller i båge:

$$\varkappa_1 = 17^\circ \, 1'.2 .$$

För bestämningen af $\varkappa_2$ härleddes härpå eqvationen

$$\varkappa_2\{[2.88224](\varkappa_1^2 + \varkappa_2^2) + [9.82398-20]\} = [9.60518-20],$$

hvaraf, med det redan funna värdet af $\varkappa_1$, erhölls:

$$\varkappa_2^3 + [8.94994]\varkappa_2 = [6.72294].$$

Lösningen af denna likhet förde slutligen till värdet

$$\log \varkappa_2 = 7.77283,$$

eller i båge:

$$\varkappa_2 = 20'{,}4.$$

Medelst lineär integration har Herr HARZER funnit värden för $\varkappa_1$ och $\varkappa_2$, af hvilka det första endast oväsentligt skiljer sig från det ofvan angifna, men det andra deremot uppnår det betydliga beloppet af 35,7 grader. [1]) Man inser häraf, huru koefficienterna till ojemnheter i mycket långa perioder kunna utfalla totalt oriktiga, såvida man ej använder den horistiska integrationsmethoden.

De i denna uppsats beräknade värdena af $\varkappa_1$ och $\varkappa_2$ äro emellertid ej heller definitiva, och det senare till och med ännu mycket för stort, men de skulle kunna användas att medelst approximationer finna de sanna värdena, så vida man ej hade mer kraftiga, ehuru på samma gång mer komplicerade methoder att tillgå [jmf. Nouvelles recherches, § 6, n:o 12].

[1]) P. HARZER, Untersuchungen über einen speciellen Fall des Problems der drei Körper.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 7.
Stockholm.

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

235. Om fenyl- och tribromfenylazokarbonsyra.

Af Oskar Widman.

[Meddeladt den 11 September 1895].

I sin afhandling: »Ueber die Hydrazinverbindungen»[1] har Emil Fischer omnämnt, att fenylsemikarbazid, om den i saltsur lösning behandlas med natriumnitrit, ger ett i färglösa blad kristalliserande nitrosoderivat, som vid kokning med alkalier sönderfaller i diazobenzolimid, kolsyra och amoniak, och vid reduktion med zinkgrått likaledes under afspaltning af nitrosogruppen återgår till semikarbazid. Så vidt jag vet, är detta allt, hvad hittills blifvit publiceradt angående detta nitrosoderivat. Redan för ett par år sedan undersökte jag emellertid kroppen något närmare i hopp om att därur kunna framställa ett tetrazolderivat enligt följande reaktionsformel:

$$
\begin{array}{c}
\mathrm{NO\ NH_2} \\
\mathrm{C_6H_5 . N \quad CO} \\
\mathrm{NH}
\end{array}
=
\begin{array}{c}
\mathrm{N{=}N} \\
\mathrm{C_6H_5 . N \quad CO} \\
\mathrm{NH}
\end{array}
+ H_2O.
$$

Då detta icke lyckades, afbröts undersökningen snart. Ett år senare fann jag emellertid, att ett från början alldeles rent preparat, som under tiden förvarats i ett tillslutet rör, hade förändrat utseende, hvilket föranledde mig att omkristallisera kroppen. Utan svårighet erhöll jag därvid en ny förening, som

[1] Ann. Chem. Pharm. 190, 114.

kristalliserade i vackra röda, vid 114° smältande nålar. Utredandet af denna kropps konstitution har gifvit anledning till den i det följande beskrifna undersökningen.

Nitrosofenylsemikarbazid

$C_6H_5 . N(NO) . NH . CO . NH_2$

har jag framställt antingen genom att försätta en lösning af 12 gr. fenylsemikarbazid i 400 gr. vatten med 8,3 gr. natriumnitrit och därpå ett litet öfverskott af ättiksyra eller ock genom att blanda en lösning af 10 gr. fenylsemikarbazid i 75 gr. alkohol vid 40° med 7,8 gr. amylnitrit. I båda fallen utkristalliserar nitrosoderivatet lätt och i vackra kristaller.

Substansen kristalliserar ur vatten i blekgula, långa, atlasglänsande, platta nålar, ur alkohol i tjockare kristaller. Vid 126—127° smälter den under stark utveckling af nitrösa ångor. I till och med kokande benzol är den svårlöslig, i eter så godt som olöslig. Vid omkristallisationer lider föreningen partiell sönderdelning.

Analys:

	Ber. för $C_7H_8N_4O_2$:	Funnet:
N	31,11	30,94.

Såsom redan är nämndt, öfvergår kroppen vid längre förvaring spontant i en annan förening. Såsom framgår ur andra, nedan beskrifna bildningssätt, är denna intet annat än

Fenylazokarbonamid.

$C_6H_5 . N : N . CO . NH_2$

Nitrosoföreningen visar stor benägenhet att öfvergå i denna. Redan vid blott smältning bildas azoföreningen. Likaså uppstår den, understundom i godt utbyte, om man försiktigt uppvärmer en alkohollösning af nitrosokarbaziden, tills gulbruna ångor börja utvecklas, därpå afbryter uppvärmningen och låter lösningen

kallna samt upprepar samma operation några gånger. Detta framställningssätt är dock temligen osäkert, ty ofta erhåller man som reaktionsprodukt blott en röd, icke kristalliserande, smetig olja.

Säkrare erhåller man azoföreningen ur nitrosoderivatet på följande sätt. 10 gr. fenylsemikarbazid lösas i 75 gr. kokande alkohol, lösningen afkyles till 40° och försättes med 7,8 gr. amylnitrit. Sedan det bildade nitrosoderivatet utkristalliserat, tillsättes ånyo lika stor mängd amylnitrit och blandningen uppvärmes försiktigt under omskakning i vattenbad till 50° à 60°. Då efter några timmar den mycket långsamma gasutvecklingen upphört, afdunstas den röda lösningen hastigt i vattenbad till torrhet, och den stelnade återstoden tvättas med eter och omkristalliseras därpå ur benzol. Utbyte omkring 8 gr.

Fenylazokarbonamiden är lättlöslig i alkohol, i ättiketer, i hett vatten och i varm benzol, ytterst svårlöslig däremot i eter. Ur vatten eller benzol kristalliserar den lätt i långa, röda nålar, som smälta vid 114°. Med vattenångor förflyktigas den ej.

Analys:

	Beräknadt:		Funnet:	
C_7	84	56,38	56,22	
H_7	7	4,70	4,75	
N_3	42	28,19	27,98	28,00
O	16	10,73	—	
	149	100,00.		

Konstitutionen framgår däraf, att samma kropp kan erhållas genom oxidation af fenylsemikarbazid. Såsom oxidationsmedel kan man använda såväl en blandning af kaliumbikromat och svafvelsyra, som ock kaliumpermanganat vid närvaro af svafvelsyra. För beredning af större kvantiteter fenylazokarbonamid lämpar sig bäst följande framställningsmetod.

10 gr. fenylsemikarbazid lösas i 200 gr. kokande vatten, och lösningen blandas i små portioner med en kokhet blandning af 7 gr. kaliumpermanganat, 45 kcm. normal svafvelsyra och 150

gr. vatten. Under svag gasutveckling affärgas härvid kaliumpermanganatet genast. Den utfällda mangansuperoxiden affiltreras därefter lämpligast, för att undgå kristallisation i tratten, på 2 Witt'ska filtrerplattor under stark sugning. Ur filtratet kristalliserar azoföreningen genast i rent tillstånd. Utbyte 7 gr.

EMIL FISCHER har för oxidation af sekundära hydraziner med god framgång användt gul kvicksilfveroxid. I ifrågavarande fall kan detta reaktionsmedel icke användas. En reaktion inträder visserligen, men produkten är icke kristalliserbar.

Azokarbonamiden löses lättare i utspädd natronlut än i rent vatten. Vid uppvärmning af en alkalisk lösning frigöres lätt amoniak. FEHLINGS lösning reduceras icke. I kall, koncentrerad svafvelsyra löses föreningen med intensiv brunröd färg, som icke förändras vid tillsats af järnkloridlösning. Tillsätter man enligt GATTERMANNS föreskrift beredt kopparpulver till en kokande vattenlösning af föreningen, inträder en riklig kväfgasutveckling, under det att i köld knappast någon inverkan eger rum. Löser man azokarbonamiden i varmt vatten och tillsätter några droppar ättiksyra och därpå zinkgrått, affärgas den röda lösningen lätt. Härvid återbildas fenylsemikarbazid.

Fenylkarbazinsyreetyleter.

$$C_6H_5 . NH . NH . CO O C_2H_5$$

10 gr. fenylhydrazin blandades med eter och afkyldes med snö, hvarefter 5 gr. klormyrsyreeter långsamt infördes. Sedan blandningen fått stå ett dygn, tillsattes vatten, och etern afdunstades på vattenbad. Den stelnade produkten omkristalliserades först ur vatten och metylalkohol och därpå ur en blandning af benzol och gasolja.

Långa taflor eller platta nålar. Omkristalliserad flere gånger ur ligroinbenzol, innehåller föreningen ännu en molekyl kristallvatten, som bortgår vid 85°. Vattenhaltig smälter substansen vid 79— 80°, vattenfri vid 82—83°. En lösning i koncentrerad

svafvelsyra färgas intensivt röd vid tillsats af järnklorid. Löses i kokande utspädd svafvelsyra och utkristalliserar därur oförändrad vid afsvalning.

Analys:

	Ber. för $C_9H_{12}N_2O_2 + H_2O$:	Funnet:		
N	14,14	14,17	14,36	14,60
H_2O	9,09		9,31.	

Fenylazokarbonsyreetyleter.

$C_6H_5 . N : N . CO O C_2H_5$

2 gr. fenylkarbazinsyreeter löstes i isättika, hvarefter under afkylning med snö en temligen koncentrerad, kall lösning af något mer än 0,586 gr. kaliumpermanganat långsamt under omrörning infördes. Sedan lösningen antagit en violett färg, reducerades öfverskottet af kameleon genom tillsats af några droppar vätesuperoxidlösning. Vid utspädning med vatten utföll en röd olja, som extraherades med kloroform. Kloroformlösningen tvättades därpå med vatten och sist med svag sodalut. Efter filtrering fick kloroformen frivilligt afdunsta och extraktet torkades därefter i HEMPELS vakuumexsiccator.

Röd, lättflytande olja, något flyktig redan vid vanlig temperatur. Färgas intensivt blodröd af koncentrerad svafvelsyra. Stelnar hastigt vid skakning med starkaste amoniak till kristaller af fenylazokarbonamid.

Analys:

	Ber. för $C_9H_{10}N_2O_2$:	Funnet:
H	5,62	5,67
N	15,73	15,57

Salter af fenylazokarbonsyra

kunna ock framställas, ehuru det icke lyckats mig att erhålla sådana i analysrent tillstånd. Sammanrifver man t. ex. fenylazokarbonamid med 33-procentig natronlut, inträder ingen reak-

tion vid 0°, men om man uppvärmer blandningen försiktigt, frigöres amoniak och de röda kristallerna öfvergå i gula. Småningom blir hela massan homogent gul och visar sig under mikroskopet bestå af gula prismer. Kristallerna lösa sig lätt i vatten och ännu lättare i alkohol och kunna svårligen befrias från öfverskottet af alkali. Vattenlösningen sönderdelas småningom redan vid vanlig temperatur under afskiljande af hartsiga produkter. Ur en alkohollösning utfälles saltet hvarken af eter eller benzol. Sätter man en syra till vattenlösningen, inträder genast utveckling af kolsyra och kväfgas under bildning af benzol och biprodukter.

De nu beskrifna azoderivaten stå i ett nära sammanhang å ena sidan med den af J. THIELE[1]) framställda, högst intressanta azodikarbonamiden:

$$NH_2 . CO . N : N . CO . NH_2$$

jämte dess derivat, å andra sidan med de af GABRIEL[2]) först erhållna additionsprodukterna af »diazocyanider» med cyanväte t. ex.

$$C_6H_5 . N : N . CN, HCN$$

och ännu mer med de helt nyligen af A. HANTZSCH och OTTO SCHULTZE[3]) beskrifna »p.klor- och p.nitrodiazobenzolcyaniderna»:

$$R . C_6H_4 . N : N . CN$$

hvilka senare ju lika väl kunna betecknas som »fenylazonitriler» och uppfattas som nitriler till motsvarande fenylazokarbonsyror. De sistnämnda forskarne hafva till och med erhållit hvar och en af sina föreningar i två isomera former (»syn-» och »anti-»), hvilka de uppfatta såsom stereoisomerer. Då man a priori kan vänta, att karbonamiderna och karbonsyreetrarne lika väl som nitrilerna kunna uppträda i stereoisomera former, och det icke

---

[1]) Ann. Chem. pharm. **270**, 42; **271**, 129.
[2]) Ber. d. Deutsch. chem. Ges. **12**, 2120.
[3]) » » » » **28**, 666.

syntes omöjligt, att den af mig använda oxidationsmetoden under passande förhållanden kunde gifva äfven labila former, har jag utsträckt undersökningen äfven till stabilare substitutionsderivat och därvid valt till utgångsmaterial symmetrisk tribromfenylhydrazin.

Tribromfenylsemikarbazid.

$$C_6H_2\left\langle\begin{matrix} Br_3 \\ NH\,.\,NH\,.\,CO\,.\,NH_2 \end{matrix}\right. \qquad \begin{matrix} 2,\ 4,\ 6 \\ 1 \end{matrix}$$

Enligt SILBERSTEIN's [1]) förfarande framställd tribromfenylhydrazin löstes i kokande alkohol och blandades med en tillräcklig mängd kaliumcyanatlösning, hvarefter blandningen surgjordes med ättiksyra. Efter koncentrering eller vid utspädning med vatten erhölls ett preparat, som smälte vid 230° och måste renas genom utkokning med amylalkohol, hvari föreningen är mycket svårlöslig. I rent tillstånd bildar den hvita, i alla lösningsmedel mycket svårlösliga, vid 235—236° under gasutveckling smältande nålar.

Analys:

	Ber. för $C_7H_6Br_3N_3O$:	Funnet:
Br	61,80	61,54
N	10,84	10,51.

Tribromfenylazokarbonamid.

$$C_6H_2Br\,.\,N : N\,.\,CO\,.\,NH_2$$

5 gr. tribromfenylsemikarbazid löstes i stor mängd isättika och försattes med en lösning af 0,815 gr. kaliumpermanganat. Härvid affärgades kameleonlösningen genast ända till slutet utan utfällning af mangansuperoxid. Vid utspädning af den vackert röda lösningen utföll en skarlakansröd fällning, som renades genom omkristallisation ur benzol. Föreningen är lättlöslig i kokande benzol, svårlöslig i kall och kristalliserar därur i långa,

[1]) Journ. f. prakt. Chemie 27, 99.

platta nålar af vackert röd färg. Smälter under gasutveckling vid 176°.

Analys:

	Ber. för $C_7H_4Br_3N_3O$:	Funnet:
Br	62,11	62,28
N	10,88	10,90.

För att om möjligt erhålla en labil form af tribromfenylazokarbonamid har jag i ett särskildt försök såsom lösningsmedel användt propionsyra i stället för ättiksyra, som stelnar för lätt vid afkylning. Lösningen afkyldes till — 10° à — 15° och den efter tillsats af kaliumpermanganatlösningen i detta fall mörkbruna lösningen affärgades genom tillsats af litet vätesuperoxid. Produkten utfälldes därpå genom försiktigt ingjutande af isvatten till den alltjämt med köldblandning afkylda lösningen och den röda, fasta fällningen affiltrerades genast och torkades på en porslinsskifva. Utan vidare rening smälte det så erhållna preparatet omkring 150°, och smältpunkten steg efter omkristallisation till 176°. Någon med den beskrifna isomer förening kunde jag icke med säkerhet iakttaga.

Tribromfenylkarbazinsyreetyleter.

$$C_6H_2Br_3 . NH . NH . CO\,O\,C_2H_5$$

En varm benzollösning af 5 gr. tribromfenylhydrazin försattes med 0,79 gr. klormyrsyreeter. Härvid afskiljde sig hastigt en slemmig fällning af klorvätesyrad tribromfenylhydrazin. Efter dennas affiltrering afdunstades lösningen till nära torrhet och blandades därpå med en stor mängd gasolja, då den nya föreningen utkristalliserade i spröda nålar eller långa prismer, som smälta vid 103° och äro ytterst lättlösliga i benzol eller alkohol, svårlösliga i gasolja.

Analys:

	Ber. för $C_9H_9Br_3N_2O_2$:	Funnet:
Br.	57,49	57,35
N	6,72	7,05.

Tribromfenylazokarbonsyreeter.

$C_6H_2Br_3 . N : N . CO O C_2H_5$

1 gr. af nyss beskrifna förening löstes i isättika och försattes långsamt under iskylning med 0,19 gr. kaliumpermanganat, löst i vatten. Öfvermangansyran reduceras i detta fall icke längre än till manganoxidsalt, hvarför lösningens färg hela tiden är svartbrun. Vid ringa utspädning med vatten kristalliserar föreningen i bladiga, spetsiga, guldglänsande kristaller, som smälta vid 72—73°. Substansen är lättlöslig i både benzol och gasolja. Kristalliserar i allmänhet väl och lätt. Afskiljer sig ur gasolja i romboïdrar.

Analys:

	Ber. för $C_9H_7Br_3N_2O_2$:	Funnet:
Br	57,77	57,44
N	6,75	6,89.

Tribromfenylazokarbonsyran och hennes salter.

Kaliumsaltet: $C_6H_2Br_3 . N : N . CO O K$ erhålles i fullkomligt rent tillstånd på följande sätt:

Nyss framställd, ännu fuktig tribromfenylazokarbonamid uppslammas i litet vatten, så att allt blir fint fördeladt, blandningen uppvärmes till omkring 60° och försättes därpå med ett ringa öfverskott af 10-procentig kalilut, hvarefter kärlet häftigt skakas och försiktigt uppvärmes, så att temperaturen håller sig vid 60°. Härvid afskilja sig under frigörande af amoniak och svag gasutveckling gula nålar. Då den röda färgen fullständigt försvunnit och öfvergått i ljusgul, afkyles lösningen skyndsamt med köldblandning, hvarvid den stelnar af utkristalliserande kaliumsalt. Det på sugfiltrum affiltrerade saltet innehåller emellertid litet vid reaktionen på grund af sönderdelning bildad tribrombenzol och renas därifrån genom upplösning i minsta mängd vatten af vanlig rumstemperatur. Den affiltrerade klara gula lösningen

skakas därpå med fast klorkalium och afkyles med köldblandning, då saltet ånyo utkristalliserar. Det upptages nu på filtrum, tvättas en gång med iskyldt vatten och torkas på porslin och är då alldeles rent.

Saltet kristalliserar i vackra, gula, långa nålar, hvilkas löslighetsförhållanden framgå af nyss beskrifna framställningssätt. Det sönderdelas mycket lätt. I torrt tillstånd exploderar det med knall, om det upphettas långsamt på ett urglas. Likaså förpuffar det vid öfvergjutning med koncentrerad svafvelsyra. Vid analys måste man därför, innan man tillsätter svafvelsyra, uppvärma det invägda profvet med vatten i vattenbad, tills det blir fullständigt sönderdeladt. Under uppvärmningen med vatten sublimera långa, hvita nålar af tribrombenzol.

Analys:

	Ber. för $C_6H_2Br_3N:N.COOK$:	Funnet:
K	9,12	9,21.

På samma sätt kan man äfven framställa natriumsaltet, hvilket alldeles liknar kaliumsaltet. Äfven andra salter torde kunna framställas.

Om en klar, utspädd lösning af kaliumsaltet afkyles starkt och försättes med utspädd svafvelsyra, uppstår genast utan all gasutveckling en gulhvit fällning af *fri tribromfenylazokarbonsyra:*

$$C_6H_2Br_3.N:N.COOH.$$

Efter få sekunder inträder dock sönderdelning under stark gasutveckling. Härvid bildas utom kolsyra och kväfgas symmetrisk *tribrombenzol*, hvilken igenkändes därpå, att den fasta produkten var ytterst lättflyktig med vattenångor, kristalliserade i långa, hvita nålar och smälte vid 119—120° (KÖRNER anger smältpunkten till 119,6°), hvarförutom en brombestämning gaf följande resultat:

	Ber. för $C_6H_3Br_3$:	Funnet:
Br	76,15	75,01.

Undersökningen af den fria tribromfenylazokarbonsyran erbjöd a priori ett särskildt intresse. Skulle öfverhufvud »fenyl-

azoväte» $C_6H_5 . N : NH$ kunna existera, så skulle det kunna vara möjligt, att reaktionen vid nämnda syras sönderdelning förlöpte i 2 stadier:

$$C_6H_2Br_3 . N : N . COOH = C_6H_2Br_3 . N : NH + CO_2 ,$$

$$C_6H_2Br_3 . N : NH = C_6H_3Br_3 + N_2 .$$

Något om ock blott momentant uppträdande af »tribromfenylazoväte» har jag emellertid icke kunnat iakttaga.

Slutligen lemnar jag här en kort beskrifning af tribromfenylhydrazins båda acetylderivat.

β-Acettribromfenylhydrazid

$$C_6H_2Br_3 . NH . NH . CO\,CH_3$$

erhålles genom sammanblandning af ekvimolekulära mängder hydrazin och ättiksyreanhydrid. Kan f. ö. äfven framställas genom längre kokning af klorvätesyrad tribromfenylhydrazin med isättika.

Föreningen kristalliserar i väl utbildade, fyrsidiga prismer med tillskärpta ändar. Smälter utan sönderdelning vid 188°. Lättlöslig i varm alkohol, metylalkohol och ättiketer, mycket svårlöslig i kokande benzol, olöslig eller åtminstone ytterst svårlöslig i kokande vatten.

Analys:

	Ber. för $C_8H_7N_2Br_3O$:	Funnet:
N	7,25	7,47.

α-β-Diacettribromfenylhydrazid

$$C_6H_2Br_3 . N_2H . (CO\,CH_3)_2$$

erhölls genom att koka tribromfenylhydrazin några minuter med ättiksyreanhydrid, hvarefter lösningen utspäddes med vatten. Kokar man längre, blir produkten förorenad af en smetig substans. Föreningen kristalliserar lätt ur kokande alkohol, hvari den är lättlöslig, i spröda nålar, som smälta vid 144—145°.

Samma kropp bildas äfven, om man kokar tribromfenyl-semikarbazid ett par timmar med öfverskott af ättiksyreanhydrid.

Analys:

	Ber. för $C_{10}H_9Br_3N_2O_2$:	Funnet:
N	6,54	6,73.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 7.
Stockholm.

Beiträge zur Kenntniss der Insektenfauna von Kamerun.

4.

Verzeichniss der von YNGVE SJÖSTEDT im nordwestlichen Kamerungebiete eingesammelten Hemipteren

von

C. J. EMIL HAGLUND.

[Mitgeteilt den 11. September 1895 durch CHR. AURIVILLIUS.]

2. [1]

Fam. Coreidæ.

Subfam. Mictidæ.

68. **Hoplopterna serrata** HAGL. n. sp. Oblongo-elongata, supra remotissime silaceo-sericea, testacea, femoribus tibiisque posticis obscurioribus; antennarum articulis 1—3 et basi ipsa art. 4:ti, margine laterali cum denticulis anguste, margine postico et spina laterali late, scutello apice ipso excepto, costa venisque hemelytrorum nec non membrana et connexivo nigris; pronotum margine postico rotundato, marginibus lateralibus remote sed fortiter serrato-dentatis, angulis lateralibus in spinam sat longam, acutam, extrorsum vergentem productis; dorsum abdominis flavo-testaceum; alæ hyalinæ, flavescentes seu vinaceæ, apice late et limbo posteriore anguste infuscatis. ♂♀. Long. 23—26, Lat. pronoti 11—12 mill.

Antennæ articulo 1:o 4:o subæquali seu paullo breviore, 2:do 3:o distincte longiore, 3:o 4:o multo breviore, atque ideo relatio articulorum plane ut in *Plectrocnemia.*

[1]) Erste Abteilung siehe Öfvers. Vet. Akad. Förh. 1894, n:o 8, p. 387.

♂. Ventris segmentum 2:um utrimque in medio pone marginem externum coxarum posticarum tuberculis duobus brevibus, conicis armatum, postice productum cum basi segmenti 3:tii tuberculum sat magnum, convexum, postice truncatum formans; femora postica paullo incrassata, basi leviter curvata, supra et subtus carina, præsertim apicem versus distincta, instructa, carina superior subtilissime denticulata seu granulata, carina inferior paullo distinctius denticulata in dentem anteapicalem terminata; tibiæ posticæ utrimque fere æqualiter dilatatæ, supra in apice calcaratæ, subtus *infra* medium denticulo armatæ.

♁. Ventris segmentum 2:um medio indistincte late productum, 3:um truncatum; femora postica non curvata, apice paullo incrassata, sed carinis distinctis sicut in mare; tibiæ posticæ basi angustatæ, utrimque, subtus minus et lineare supra magis et convexe dilatatæ.

1 ♀. (Gabun ♁♀. Coll. mea).

Species valde eximia, structura et præsertim colore affinibus aliena.

Von dieser Art erhielt ich schon vor 15—20 Jahren ein Weibchen aus Gabun durch den alten Dämel in Hamburg und neulich habe ich wieder ein Pärchen aus derselben Localität bekommen. Die Art ist wahrscheinlich selten, da ich dieselbe nirgends beschrieben finde. Die von STÅL in Enumeratio 3. p. 38 für *Hoplopterna* angegebenen Längenverhältnisse der Fühlerglieder treffen weder auf diese Art noch auf *H. cornuta* DALL. ein; dagegen sind die Fühlerglieder ganz so wie bei *Plectrocnemia* gebildet. STÅL hatte doch nur defekte Stücke untersuchen können. Bei einer unzweifelhaften *Plectrocnemia*, die ich gleich beschreiben will, sind im Gegentheil die Fühlerglieder so gebildet wie sie von STÅL für *Hoplopterna* angegeben werden. Vielleicht stehen diese beiden Hoplopternaarten, *cornuta* DALL. und *serrata* m. besser bei *Plectrocnemia*, wenn man nicht eher *Hoplopterna* mit *Plectrocnemia* vereinigen will, was vielleicht das richtigste wäre; wahrscheinlich werden doch neue, noch unbeschriebene Arten eine andere Umgrenzung sämtlicher Mictiden-

Genera bald nothwendig machen. STÅLS systematische Übersichten, obgleich auf ein damals sehr bedeutendes Material gegründet und mit der grössten Genauigkeit und Wissenschaftlichkeit ausarbeitet, sind nunmehr, seitdem so viele neue Arten entdeckt sind, natürlich unzureichend und müssen sämtlich aufs neue durchgegangen und verändert werden, ein ganz selbstverständliches Verhältniss, dass STÅLS ungeheure Verdienste, speciell um die Systematik der Hemipteren, nicht im mindesten verringern kann.

69. **Plectrocnemia cruciata** DALL., List. 2. p. 396. 31. (1852).

12 ♂♂, 11 ♀♀. 3 Nymphæ.

Hier mag eine der *Plectrocnemia cruciata* sehr verwandte Art kurz beschrieben werden.

Plectrocnemia bicolor HAGL. n. sp. Pl. cruciatæ Westw. similis et valde affinis, major, obscurior. Rufa, capite, scutello, margine interno clavi apice excepto, parte externa conii apice excepto, mesosterno maculaque inter coxas 2:di et 3:tii paris, tuberculis 4 conicis abdominalibus, segmento genitali, coxis omnibus, femoribus anterioribus, basi ipsa femorum posticorum nec non tibiis posticis nigris; prosterno medio infuscato; articulis duobus ultimis tarsorum nigro-maculatis; dorso abdominis, connexivo et apice exceptis, nigro, segmento 2:o postice macula media subquadrata, 3:o et 4:o macula magna cyathiformi medium totum segmentorum occupante, 5:o basi et apice anguste flavo-testaceis; alis hyalinis, dilute vinaceis, venis flavo-testaceis, macula costali ante cellulam, costa pone hanc maculam, apice et limbo posteriore anguste infuscatis.

♂. Long. 25, Lat. pronoti 8,2 mill.

Patria: Usambara Africæ orientalis. (1 ♂, Coll. mea).

Antennæ articulo 1:o 4:o longiore, 4:o 3:o paullo longiore.

♂. Segmentum ventris 2:um medio late et indistincte rotundato-productum, utrimque tuberculo conico armatum, 3:um medio triangulariter productum, tuberculis duobus ut in segmento 2:o, 4:um tuberculo ordinario gemino, rugoso, parum elevato instructum; femora postice sat incrassata, basi leviter curvata, subtus apicem

versus eminentia seu carina valida pluri-tuberculata instructa; tibiæ posticæ a basi usque ad apicem latissimum sensim dilatatæ, denticulo subtus *longe infra* medium et superne in apice calcari valido, lato armatæ.

Diese Art ist der *P. cruciatæ* am nächsten verwandt. Dieselbe ist wohl eine sogenannte vicariirende Art, da sie wahrscheinlich in Ost-Africa die west-africanische *cruciata* ersetzt.

Wie aus der Beschreibung zu sehen ist, sind die Längenverhältnisse der Fühlerglieder bei dieser Art dieselben, wie sie von STÅL für *Hoplopterna* angegeben werden, was ich übrigens schon oben bemerkt habe.

70. **Plectrocnemia oblongipes** FABR., S. R. p. 206. 12. (1803). 1 ♂, 3 ♀♀.

71. **Plectrocnemia lobata** HAGL. n. sp. Elongata, fere parallela, postice paullo angustior, cinnamomea seu ferrugineo-fusca, remote silaceo-sericea, maculis tribus pleurarum densissime albido-sericeis; antennæ totæ rufo-ferrugineæ, articulo ultimo densius pubescente; membrana fusco-nigra, cellula basali atra; alæ flavescenti-hyalinæ, apice limboque posteriore infuscatis, venis nigro-fuscis; dorsum abdominis obscure fuscum, velutinum, basi anguste, incisuris 1—3 maculisque triangularibus, obsoletis, lateralibus, in medio segmentorum sitis, dilutioribus; pedibus anterioribus et tarsis posticis dilutioribus; pronotum rugoso-punctatum, angulis lateralibus paullo triangulariter productis, obtusis, margine ante et pone angulum denticulis nonnullis obtusis instructo; venter et femora postica granulata. ♂. Long. 28, Lat. pronoti 9 mill.

1 ♂. (Gabun 1 ♂, Coll. mea).

♂. Segmentum ventris secundum prope apicem tuberculis duobus conicis, obtusis, late distantibus armatum, apice medio leviter triangulariter productum; segmentum tertium apice medio levissime et late rotundato-productum; quartum tuberculo ordinario gemino fortiter granulato seu longitudinaliter rugoso, sat elevato instructum; connexivum segmentorum 5:ti et 6:ti postice paullo sed distincte triangulariter dilatatum seu lobatum, lobo

ipso apice obtuso seu rotundato; femora postica incrassata, basi leviter curvata, granulata, subtus interne tuberculo apicali majusculo, 3—4-dentato, dente medio majore, validiusculo instructa; tibiæ posticæ ut in hoc genere normaliter constructæ, subtus *circiter in medio* denticulo armatæ, pone dentem sinuatæ, apice latissimæ.

Plectrocnemiæ granulatæ STÅL affinis, fere major, notis allatis abunde dignota, ab omnibus speciebus adhuc cognitis structura segmentorum 5:ti et 6:ti abdominis distinctissima.

72. **Plectrocnemia hottentotta** P. B. Ins. p. 203. Hém. pl. 12. f. 3. (1805). 2 ♂♂, 5 ♀♀.

73. **Mygdonia tuberculosa** SIGN., Rev. et Mag. Zool. 1851. p. 448. 15. pl. 12. f. 6. 8 ♂♂, 7 ♀♀.

74. **Mictis metallica** SIGN., Rev. et Mag. Zool. 1851. p. 447. 14. pl. 11. f. *a* et *b*.; Thoms. Arch. Ent. II. pl. 9. f. 6. (1858), 1 ♂, 3 ♀♀.

75. **Cossutia flaveola** DRURY, Ill. 3. p. 59. pl. 43. f. 3. (1782). 1 ♀.

76. **Anoplocnemis tristator** FABR., S. R. p. 206. 13. (1803); ♀. Mictis melancholica STÅL, Hem. afr. II. p. 35. 12. (1865); Enum. III. p. 49. 22. (1873). 9 ♂♂, 9 ♀♀.

Bei dem Männchen dieser Art ist der Hinterleibsrücken schwarz oder dunkel mit zwei kleinen, gelben oder gelblichen Flecken; bei dem Weibchen dagegen, mit Ausnahme der Basis und der Spitze, ganz roth oder gelbroth; ein Verhältniss, dass sich übrigens bei einigen anderen Mictiden wiederholt.[1]) Die Länge und Breite der Hinterschienen variiren bei dem Weibchen auch ein wenig. Selten ist der Apicalrand der Hinterflügel weisslich.

77. **Anoplocnemis gracilicornis** STÅL, Hem. afr. II. p, 42. 22. (1865). 1 ♀.

[1]) Ich habe doch soeben ein Weibchen gesehen mit dem Rücken wie bei dem Männchen gefärbt.

Subf. **Petascelidæ.**

78. **Petillia? Distanti** HAGL. n. sp. Oblonga, tota sat dense silaceo-sericea, fusco-nigra, tarsis dilutioribus; segmentis dorsi 1—3 sordide testaceis medio et lateraliter plus minusve nigromaculatis, ceteris, margine postico segmentorum 4 et 5 anguste sordide testaceo excepto, nigris; membrana maculis rotundis inæqualibus, parce et irregulariter conspersa; alis coeruleo-fuscis, basi antice dilutioribus. Long. 25, Lat. pronoti 11, Lat. abdom:s 11 mill.

♀. Antennæ articulo 1:mo margine laterali pronoti æquilongo 2:do tertia parte longiore, 3:o 2:o breviore. Rostrum medium metasterni subattingens articulo 1:mo basin capitis subsuperante, 2:do brevissimo 3:o et 4:o subæquilongis breviore. Prothorax supra sat dense, subtus parcissime granulatus, marginibus lateralibus præsertim postice dentibus nonnullis irregularibus instructis, angulis lateralibus paullo triangulariter productis, ipso apice subacuto, margine postico latissime subrotundato, fere truncato, angulis posticis distinctis. Abdomen connexivo, basi segmentorum excepta, crenulato, angulis apicalibus præsertim segmentorum 3 et 4 acutis, subspinosis, spiraculis maximis, oblongo-transversis. Femora anteriora subtus prope apicem utrimque spina parva, acuta, nigra armata, cetera inermia; postica sat incrassata, basi subcurvata, granulata, supra tuberculis minoribus, acutiusculis, fere seriatim positis, seriebus duabus, una interna et una externa, distinctioribus formantibus, parce conspersa, subtus apicem versus spinis paucis, 4—5, validis, apicali maxima, armata. Tibiæ posticæ femoribus paullo longiores, basi angustatæ, deinde subtus fere ad medium paullo convexe dilatatæ et usque ad apicem dentibus remotis instructæ.

Eine sehr ausgezeichnete Art, die leider nur in einem einzigen, sehr beschädigten und schlecht erhaltenen, weiblichen Stücke vorliegt. Da das Männchen bekannt wird, muss sie sicher die Aufstellung einer besonderen Gattung veranlassen. Aus Africa ist, wie bekannt, nur eine Art *Petillia* bisher be-

schrieben, *P. Mormo* STÅL; nach der Beschreibung zu urtheilen, kann auch diese Art vahrscheinlich nicht in derselben Gattung mit den typischen, asiatischen Arten stehen.

79. **Petascelisca velutina** DIST., Proc. Zool. Soc. 1881. p. 273. pl. 31. f. 8 et 9. 2 ♂♂, 3 ♀♀.

80. **Petascelis foliaceipes** DIST., Proc. Zool. Soc. 1881. p. 274. pl. 31. fig. 10 et 11. 1 ♀.

Subf. **Daladeridæ.**

81. **Hormambogaster expansus** KARSCH, Ent. Nachr. 1892. p. 131; Stettin. E. Z. 1894. p. 103. pl. 1. fig. 1. 1 ♀.

Subf. **Homoeoceridæ.**

82. **Homoeocerus pallens** FABR., Spec. II. p. 363. 149. (1781). Valde oblongus, mas minor et angustior, sordide testaceus seu virescens (vivus verosimiliter magis viridis), supra nigro-punctatus, margine laterali thoracis et margine costali corii impunctatis; subtus pleuris fortiter impresso-punctatis, abdomine basi subtilissime punctato, apicem versus fere levi; parte apicali articulorum antennarum 2 et 3, 3 latius, nigra; dorso abdominis, connexivo pallidiore excepto, rufo-testaceo, apice plus minusve nigro; membrana dilute fusca; alis hyalinis dilute fuscescenti-vinaceis. ♂♀.

♂. Long. 13—15, Lat. pronoti 4—4,5 mill. Segmentum genitale medio triangulariter productum, utrimque ad processum medium anguste sed distincte excisum.

♀. Long. 17, Lat. 5 mill. Segmentum sextum abdominis plica magna, apicali, angulata, apice ipso obtuso, angulis fissuralibus fere contiguis, paullo, interdum indistincte, dentato-productis, margine postico obsoletissime trisinuato. 4 ♂♂, 3 ♀♀.

Specimina valde sordidata et mutilata.

83. **Homoeocerus Karschi** HAGL. n. sp. Elongatus, parallelus, supra punctatus, subtus, propleuris partibusque supero-

posticis meso- et metapleurarum exceptis, fere levis, testaceus seu virescens, vivus verosimiliter magis viridis; macula minutissima ocellorum, marginibus lateralibus et fascia transversa inter angulos laterales pronoti, vittis 5 obliquis clavi et partis internæ corii, vittis 4 et 5 fere contiguis, tibiisque, apicibus præsertim apud feminam exceptis, nigris; dorso abdominis testaceo toto, disco plus minusve sanguineo; membrana fusca basi obscuriore; alis dilute fuscescenti-vinaceis, venis obscurioribus, costa sanguinea. ♂♀. Long. ♂ 18, ♀ 20; Lat. pronoti ♂ 5, ♀ 5,5 mill.

Oculi sessiles. Antennæ longæ, subgraciles, corporis longitudine, art. 1:mo apice subincrassato 2:do subæquali capite thoraceque ad unum æquilongo et 3:o longiore, 3:o et 4:o subæquilongis. Rostrum inter coxas medias, præsertim in mare, extensum, art. 4:o longissimo ceteris tribus subæqualibus singulatim distincte longiore, 3:o fere minimo. Prothorax præsertim supra dense punctatus, angulis lateralibus angulatis, non productis. Scutellum longius quam latum. Hemelytra parce punctata, vittis nigris densius et fere fortius punctatis. Hæ vittæ, 3 in clavo 2 in corio, sequenti modo positæ: 1:ma marginem internum totum clavi occupans, 2:a et 3:a in parte exteriore clavi a vena clavi elevata divisæ, 3:a et 4:a fere contiguæ a sutura clavi divisæ, 4:a et 5:a a vena interna corii separatæ, breviores, postice latiores, magis irregulares. Metapleura non nigro-maculata. Apices tibiarum apud marem obsolete apud feminam late dilutiores, testacei seu virescentes. Segmentum genitale maris apice late subemarginato, in medio nonnihil producto, indistincte bituberculato. Segmentum 6:um abdominis apud feminam plica angulata basali, angulis fissuralibus rotundatis, marginibus posticis fere bisinuatis, sinu externo obsoleto. 1 ♂, 1 ♀.

84. **Homoeocerus lineaticornis** Hagl. n. sp. Femina unica mutilata, præcedenti valde similis et affinis, sed latior, antennis brevioribus, harum art. 1:o viridi, supra et subtus nigro-lineato, 2:o et 3:o viridi-fuscis apicibus nigris; art. 1:o margine laterali pronoti æquilongo, atque ideo angulum lateralem pronoti non

attingente, 2:o 1:o sublongiore, 3:o præcedentibus multo breviore. Rostrum coxas intermedias fere attingens, articulo ultimo longissimo ceteris tribus subæqualibus singulatim paullo longiore. Prothorax præsertim supra fortiter rugoso-punctatus, angulis lateralibus distinctioribus, marginibus lateralibus concoloribus et fascia transversa nigra nulla. Vittæ hemelytrorum obsoletiores. Metapleuræ macula nigra, ovali-rotundata ornatæ. Pedes toti flavo-virides. Segmentum 6:um abdominis feminæ ut in præcedente. Long. 20, Lat. pronoti 6 mill.

Noch ein Paar diesen Arten sehr nahestehende Formen kenne ich aus West-Africa. Da ich von denselben nur einzelne defecte Stücke besitze, müssen sie vorläufig unbeschrieben sein.

Subf. **Latimbidæ.**

85. **Latimbus punctiventris** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. II. p. 299. 571. (1858). 2 ♂♂, 4 ♀♀.

Subf. **Anisoscelidæ.**

86. **Leptoglossus membranaceus** FABR., Spec. II. p. 351. 79. (1781). 1 ♂, 1 Nympha.

Subf. **Physomeridæ.**

87. **Rhyticoris spinipes** P. B., Ins. p. 203; Hem. pl. 12. f. 5. (1805). 8 ♂♂, 4 ♀♀.

88. **Acanthocoris spinosus** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. II. p. 304. 579. (1858). ♂♀.

89. **Acanthocoris obscuricornis** DALL., List. II. p. 516. 4. (1852). 3 ♂♂, 2 ♀♀, 2 Nymphæ.

90. **Acanthocoris dentatus** HAGL. n. sp. Fusco-cinnamomeus, griseo-tomentosus et præterea breviter et erecte fusco-pilosus. Caput linea media pallida, interdum obsoleta. Antennæ, articulo

ultimo pallido apicem versus plus minusve infuscato excepto, concolores; articulo 1:o supra tuberculis nonnullis minutis, nunc per paria, nunc irregulariter dispositis, 2:o et 3:o supra tritu-berculatis, tuberculo subapicali præsertim in articulo 3:o distinctiore, dilatationem apicis articuli mentiente. Articulus 1:us 2:o et 3:o æquilongis brevior, 4:us 3:o multo brevior. Pronotum parte anteriore fusco-nigra, velutina, marginibus et linea media longitudinali pallidis; parte posteriore multo majore, superne medio tuberculis 2 parvis, sed distinctis, subconicis instructo, postice lateribus transverse et rectangulariter dilatato-productis. Processus lateralis angulis anticis et posticis dentatis et margine apicali præterea indistincte bisinuato seu obsoletissime 1—2-dentato. Margo lateralis pronoti ante processum fortiter fere semicirculariter sinuatus; ante hunc sinum dente distincto, porrecto, interne nigro armato. Scutellum basi transverse elevatum, apicem versus obsolete carinatum. Corium et clavus præsertim hic, remote, sed sat fortiter punctata. Membrana fusco-cinnamomea. Dorsum abdominis fulvo-rubrum. Margo lateralis segmentorum connexivi in angulo apicali distincte et in medio obsolete dentatus. Pedes ut in affinibus. Femora præsertim postica incrassata, supra subtusque tuberculata. Tibiæ superne tuberculis nonnullis instructæ, posticæ etiam subtus denticulatæ et ante medium in modo ordinario paullo dilatatæ. Segmenta ventris granulis nonnullis nigris, in mare forsitan distinctius, conspersa, præterea inermia.

♂. Femora postica valde incrassata. Segmentum genitale apice truncatum seu obsoletissime sinuatum, angulis rotundatis; 6:um dorsale truncatum, angulis obtusis.

♀. Femora postica minus incrassata. Segmentum dorsale 6:um et segmentum penultimum genitale angulis obtuse productis, ultimum triangulariter emarginatum, angulis obtusis.

♂. Long. 10,5—12, Lat. pronoti 4—5, abdom:s 5—5,5; ♀. Long. 14. Lat. pronoti 5,2 abdom:s 7 mill. 6 ♂♂, 15 ♀♀, 7 Larvæ et Nymphæ. Species ab omnibus mihi cognitis structura antennarum et thoracis bene distincta.

Subf. **Pendulinidæ.**

91. **Pendulinus nigripes** HAGL. n. sp. Elongatus, capite et abdomine exceptis, sat dense et fortiter punctatus, fulvus seu fulvo-testaceus, subtus pallidior, articulis antennarum 1—3, basi primi concolore excepta, articulis 2—4 rostri, maculis tribus utrimque fasciæformibus pleurarum, membrana, dimidia parte apicali dorsi, fasciis 5 basalibus segmentorum 2—6 ventris nec non femoribus tibiisque nigris; articulo quarto antennarum flavescenti-albido; tarsis testaceis; alis fuscis, subcoerulescentibus, basi paullo decoloribus. ♂♀. Long. 20, Lat. pronoti $5,_2$—$5,_3$ mill.

♂. Segmentum genitale apice medio rotundato-productum, utrimque ad processum anguste sinuatum seu excisum. Caput et abdomen fere levia. Prothorax præsertim supra fortiter punctatus. Maculæ nigræ meso- et metapleurarum remote, sed fortiter punctatæ. Antennæ artic. 1:o et 2:o subæquilongis 4:o paullo brevioribus, 3:o brevissimo ultimo multo, fere dimidio breviore. Rostrum coxas posticas subsuperans, art. 1:o, 2:o et 4:o fere æquilongis 3:o brevissimo fere duplo longioribus. Fasciæ nigræ abdominis basin segmentorum occupantes: 1:a late et 5:a angustius medio interruptæ, 2:a in margine postico fere trisinuata, 3:a et 4:a postice in medio triangulariter emarginatæ.

P. melanocnemi STÅL et *P. rufifemorato* DALL. affinis, ab ambobus colore facile dignotus. 2 ♂♂, 1 ♀.

Subf. **Gonoceridæ.**

92. **Cletomorpha indicator** HAGL. n. sp. Testacea, supra obscurior, sat dense et fortiter punctata. Antennæ corpore paullo breviores, articulis 2:o et 3:o gracilibus, 1:o et ultimo crassioribus; 1:o subclavato, longissimo 2:o longiore, 3:o 2:o subbreviore, 4:o 3:o breviore, testaceo. Articuli 1—3 nigri; clava artic. 1:mi, basi et apice articulorum 2:di et 3:tii plus minusve rufescentibus. Pronotum angulis lateralibus longe productis, acutissimis,

nigris, fascia nigra transversa conjunctis, basi spinarum lateralium postice denticulis paucis (2—3) serrulata. Rostrum coxas intermedias superans. Pleuræ, abdomen nec non femora postica maculis minutis rotundatis valde remote conspersa. Anguli postici connexivi segmentorum 3—5, 3 obsoletissime 4 et 5 distinctius, paullo acute dentato-productis.

♂♀. Long. 8, Lat. pronoti vix 4,5 mill. Specimina mutilata et obscurata non rite describenda, ad divisionem bb. STÅL, Enumer. III. p. 79. pertinentia. 1 ♂, 1 ♀.

Hæ duæ species nec non *Cletomorpha lituripennis* STÅL transitum ad genus *Cletum* præbent. Genera *Cletus* et *Cletomorpha* forsitan conjungenda seu in tria genera dividenda.

93. **Cletomorpha lancigera** FABR. E. S. 4. p. 128. 7. (1794); S. R. p. 195. 17. (1803). 12 ♂♂, 9 ♀♀.

Subf. **Pseudophloeidæ.**

94. **Acanthomia hystrix** DALL. List. II. p. 512. 4. (1852). 1 ♂.

Subf. **Microlytridæ.**

95. **Dulichius gemellus** HAGL. n. sp. Supra flavo-testaceus, pronoto, corio et clavo nec non pleuris sat fortiter punctatis; subtus æneo-niger, levis, nitidus. ♂. Long. 10, Lat. pronoti 1,2 mill.

Antennæ articulo 1:o 2:o breviore, apice subincrassato, late nigro et præterea sparse fusco-punctato, 2:o gracili, apice late nigro. Caput macula obsoleta verticis triangulari, postice attenuata, infuscata; lateribus paginaque inferiore æneo-nigris, nitidis. Rostrum coxas posticas fere attingens, apicem versus infuscatum. Spinæ thoracis basi nigra. Scutellum nigro-fuscum spina testacea, apice obscuriore. Sulcus orificialis metasterni externe sat distinctus, tuberculum simulans. Pectus et venter æneo-nigra, hic levissimum, valde nitidum. Macula orificialis indeterminata,

margines acetabulorum, apices coxarum et trochanteres pallida; femora et tibiæ flavo-testacea, fusco-punctata; apicibus femorum late et tibiarum minus late nec non articulis duobus ultimis tarsorum nigris. Segmentum genitale maris duplicatum, apice paullo rotundato-emarginatum, medio processu erecto, gracili, compresso, apice acute dentato armatum.

D. trispinoso STÅL valde similis et affinis exceptis coloribus parum diversus, sed vix ejus varietas. Specimen unicum descriptum valde mutilatum.

Subf. **Leptocorisidæ.**

96. **Leptocorisa apicalis** WESTW. in Hope Cat. of Hem. II. p. 18. (1837). 1 ♀.

Subf. **Alydidæ.**

97. **Riptortus flavolinea** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. II. p. 301. 574. (1858); R. flavo-lineatus STÅL, Hem. Afric. II. p. 93. (1865). 1 ♀.

Fam. **Lygæidæ.**

Subf. **Eulygæidæ.**

98. **Melanospilus sternalis** DALL., List. II. p. 546. 43. (1852). 2 ♂♂, 1 ♀.

99. **Lygæus (Spilostethus) militaris** FABR., Syst. Ent. p. 717. 103. (1775). 3 ♂♂, 8 ♀♀.

100. **Graptostethus rufifemoratus** DALL., List. II. p. 534. 4. (1852). 4 ♂♂, 5 ♀♀.

Pictura ut in *G. servo* FABR. valde variabilis. Femora nunc tota, nunc partim rufa, sed etiam interdum tota nigra. Anguli postici superiores metapleurarum apud specimina camerunensia extrorsum rotundato-ampliati, non acuti.

Subf. **Blissidæ.**

101. **Ischnocoridella picipes** HAGL. N. G. et n. sp. Elongata, linearis, depressa. Caput et pronotum nigra, fortiter punctata. Antennæ nigræ, art. 1:o brevi, apicem capitis non superante, piceo, art. 2:o et 3:o æquilongis, 4:o his longiore. Rostrum gracile, longum, inter coxas posticas extensum, art. 1:o longitudine capitis, 2:o et 3:o longissimis, subæquilongis, 4:o his breviore. Pronotum fere quadratum, antice nonnihil angustatum, lateribus fere parallelis, antice rotundatis, basi latissime sinuata; disco paullo pone medium transverse impressum et in hac impressione præcipue fortiter punctatum. Scutellum punctis nonnullis majoribus, medio longitudinaliter subcarinatum. Hemelytra basi segmenti 6:ti dorsalis attingentia, serie subcostali fovearum punctiformium, medium hemelytrorum fere attingente instructa, cetera impunctata, nigra, sutura clavi et macula minuta longitudinali pone medium clavi, parte dimidia basali corii serie punctigera subcostali æquilonga, a sutura clavi linea lata nigra separata, testacea. Membrana magna nigra, margine interno basali, a sutura clavi concolore continuata, testacea, macula magna subtriangulari in angulo basali externo et macula minore discali (apud marem obsoleta), basi propiore et cum macula majore triangulari fere conjuncta, fasciam obliquam irregularem fere formante nec non apice albidis seu pallidis. Propleuræ fortiter sed remotius et abdomen distincte sed densius punctata. Mesopleuræ transversim subrastratæ et punctis nonnullis remotis instructæ. Metapleuræ opacæ. Orificia sat distincta. Mesosternum leve, nitidum, medio longitudinaliter canaliculatum. Pedes dilute picei, apud marem dilutiores. Femore antica sat incrassata, subtus in parte dimidia apicali spinulis 5 (interdum 6) armata, interna (interdum duæ) a ceteris 4 apicalibus, arcte approximatis, paullo remota; femora posteriora paullo incrassata, inermia. ♂♀. Long. ♂. 6,3, ♀ 7,3; Lat. circ. 2 mill.

Acetabula antica postice occlusa. Coxæ anticæ marginem posticum prosterni haud superantes. Coxæ intermediæ paullo distantes. 1 ♀. (1 ♂, Gabun, Coll. mea).

Ischnocoridella ist wahrscheinlich der Gattung *Ischnocoridea* HORV. nahe verwandt. Nach HORVÁTH's Beschreibung kann doch meine Art nicht in seine Gattung gehören. *Ischnocoridella* ist unter den Blissiden durch den langen Rüssel, die Reihe punktförmiger Grübchen am Costalrande des Corium, die Bewaffnung der Vorderschenkel etc. sehr ausgezeichnet.

Subf. **Aphanidæ.**

102. **Pamera capicola** STÅL, Enum. IV. p. 148. 7. (1874). 5 ♂♂, 6 ♀♀.

Specimina camerunensia a *P. parvula* DALL. antennis paullo longioribus *forte* diversa.

103. **Pamera Bergrothi** HORV., Term. Füzet. Vol. XV. p. 4. p. 261. 14. (1892). forte! 1 ♀.

P. ferruginosæ STÅL valde affinis, forsitan varietas ejus obscurior vel rite colorata. Caput puberulum, fronte inter oculos alutacea. Pronotum opacum, atro-fuscum, impunctatum, margine postico ante scutellum angustissime rufescente. Antennæ art. 1:o capite breviore, apicem capitis attingente, art. 2:o 1:o fere duplo et 3:o distincte longiore, 3:o et 4:o subæquilongis, 4:o 3:o sublongiore. Rostrum coxas anticas superans, art. 1:o art. 1:o antennarum distincte longiore. Femora antica basi et apice anguste, posteriora fere dimidia parte basali pallida; tibiæ et tarsi fusca, basi dilutiora. Femora antica subtus apicem versus spinulis nonnullis minutissimis et indistinctis, in margine anteriore duabus distinctioribus armata. Long. 6 mill.

104. **Dieuches armipes** FABR., Ent. syst. IV. p. 164. 102. (1794). Femina unica valde mutilata.

105. **Dieuches flavipes** HAGL. n. sp. Caput nonnihil exsertum, paullo productum, subacuminatum, impunctatum, nigrum. Vertex ante marginem pronoti maculis duabus minutis trans-

versis flavo-testaceis ornatus. Antennæ art. 1—3 flavo-testaceis, apice imo articulorum fusco, art. 4:o ultra medium albo, apice infuscato. Rostrum flavo-testaceum, art. 4:o, basi excepta, nigro. Pronotum præsertim pars ejus postica remote punctata, lateribus obtuse carinatis; carinis lateralibus ab apice ultra stricturam valde obtusam, nec non carinula brevi longitudinali pone medium testaceis; disco partis posticæ maculis 4 minutis indistinctis, fere quadratim positis, duabus posterioribus in margine ipso postico sitis, rufescentibus. Scutellum lateribus et apice punctatum, maculis duabus minutis, oblongis, geminatis, fere in medio apiceque testaceis. Hemelytra clavo et parte interna corii seriatim, parte externa et postica irregulariter punctatis, disco fere levi, nigro-fusca, margine costali ad apicem clavi et macula oblongo-rectangulari costali, paullo ante apicem corii nec non maculis 4 minutis, duabus in disco et duabus aliis intra marginem apicalem pallidis seu testaceis. Membrana fuscescens, basi dilutiore. Abdomen subtus nigrum, marginibus anguli postici metapleurarum anguste nec non macula elongata connexivi segmenti 4:ti testaceis. Pedes elongati, coxis nigris exceptis, totis flavo-testaceis, apicibus ipsis femorum tibiarumque nec non tarsorum infuscatis. Tarsi postici art. 1:o apicalibus duobus simul sumtis duplo longiore. ♀. Long. 11,2, Lat. pronoti 3 mill. Antennæ corporis longitudine, art. 1:o capite æquilongo seu sublongiore, articulis 2—4 subæquilongis. Rostrum coxas medias attingens, art. 1:o basin capitis non attingente, art. 1:o antennarum breviore. Spinulæ coxarum anticarum apud specimen descriptum non rite distinguendæ. Femora antica subincrassata, subtus in margine anteriore spinulis 4—5, subapicali maxima, armata. Pronotum lateribus obtuse carinatum.

Ad divisionem Stålii ff in Enum. IV. p. 162. pertinens. 1 ♀.

106. **Dieuches dispar** Hagl. n. sp. Elongatus, gracilis, subparallelus. Caput subexsertum, non productum, antice obtusiusculum, nigrum, pubescentia sericea flavo-grisea tectum, apice tyli flavo. Antennæ longæ, sexuum difformes, art. 1:o nigro, ceteris fuscis seu nigris, 2:o dilutiore, art. 4:o ultra me-

dium albo. Rostrum apud marem coxas anticas attingens, apud feminam subsuperans, flavo-testaceum, apice nigro. Prothorax sexuum valde difformis, lateribus fortiter et acute carinatis, strictura obtusissima. Pronoti latera et præsertim pars postica fortiter punctata. Pars antica pronoti brunnea seu rufescenti-fusca, margine antico præsertim in medio, marginibus lateralibus, apud feminam etiam linea media levigata longitudinali partis anticæ flavis; pars postica flava, macula media oblongo-elongata maculisque 4 irregularibus, postice plus minusve conjunctis limbum posticum fere totum occupantibus, lateralibus antrorsum magis productis, nigris; angulis lateralibus levigatis, nitidiusculis, nigris. Margo pronoti posticus ipse flavus. Sentellum fortiter punctatum, nigro-fuscum, macula discali geminata apiceque flavo-testaceis. Hemelytra fortiter sed irregulariter punctata, flavo-testacea, clavo fere irregulariter punctato, basi excepta, strigis 1—2 partis corii internæ, fascia magna irregulari pone medium nec non angulo apicali nigris. Membrana nigra, macula apicali triangulari alba, angulo basali externo nec non maculis seu strigis nonnullis (3—4) basalibus ad venas testaceis. Alæ coerulescentes, venis nigris. Corpus subtus nigrum. Prosternum transverse rugosum, margine antico et postico nec non angulo postico superiore propleurarum fortiter punctato, testaceis, hoc intus rufescente. Abdomen sericeo, griseo-pubescens, connexivo segmentorum 3—5, ad marginem posticum segmenti 4:i interrupto, testaceo. Pedes elongati cum acetabulis flavo-testaceis, femoribus supra apicem versus plus minusve infuscatis; apicibus tibiarum tarsorumque etiam infuscatis. Tarsi postici art. 1:o duobus apicalibus ad unum triplo longiore. ♂♀. Long. ♂ 11—13,5, ♀ 11, Long. pronoti ♂. 3,5 ♀ 2; Lat. pronoti 2,5 mill.

♂. Antennæ longissimæ, corpore dimidio longiores, art. 1:o stricturam thoracis fere attingente, 2:o et 3:o longissimis, 2:o 1:o duplo longiore, 3:o apice ipso subdilatato 2:o paullo et 4:o brevissimo triplo longiore. Prothorax valde elongatus, basi apice vix duplo latiore. Pars antica pronoti parte postica duplo longior. Coxæ anticæ spinulis duabus et trochanteres spinula

unica armata. Femora antica paullo incrassata, subtus denticulis minutissimis numerosis exasperata et in margine anteriore spinulis circiter 6, subapicali maxima, armata. Tibiæ rectæ, basi ipsa vix curvatæ, subtus denticulis 4 æquidistantibus instructæ, apice ipso subtus paullo dilatatæ. Segmentum genitale tuberculatum.

♀. Antennæ corpore paullo breviores, art. 1:o capite paullo longiore, 2:o 3:o et 4:o subæquilongis paullo longiore. Prothorax brevior, basi apice duplo latiore. Pars antica et postica pronoti æquilongæ. Coxæ anticæ spinula minutissima armatæ. Femora antica minus exasperata, cetera fere ut apud marem. Tibiæ anticæ inermes.

1 ♂. Specimen valde mutilatum. (Gabun 2 ♂♂, 1 ♀, Coll. mea).

Bei dieser Gelegenheit will ich auf eine neue stattliche *Pachymerus-Art* aus West-Africa aufmerksam machen.

Pachymerus crudelis HAGL. n. sp. Caput fere ad oculos immersum, triangulare, antice paullo productum, nigrum, supra fusco-rufescens, maculis duabus fere oblongis ad ocellos et tribus minutis frontis, in triangulum dispositis, nigris. Antennæ dimidio corporis longiores, art. 1:o capite breviore, apicem capitis paullo superante, art. 2:o articulis 3:o et 4:o subæquilongis sublongiore; art. tribus basalibus flavo-testaceis, apice art. 3:i et art. 4:o nigris, hoc annulo non lato, subbasali albido. Rostrum inter coxas anticas extensum, testaceum, apice nigro, art. 1:o art. 1:o antennarum æquilongo, basin capitis vix attingente. Prothorax validus, lateribus postice rectis et ante medium antrorsum rotundatis; parte antica parte postica fere duplo longiore; lateribus intra marginem et parte postica remote punctatis; supra nigro-fuscus, linea lata laterali, intramarginali, basin non attingente, sed postice dilatata et cum fascia transversa, postice præsertim irregulari, maximam partem partis posticæ pronoti occupante, fuscopunctata, testaceis; disco levi in medio et postice maculis et strigis obsoletis seu plus minus distinctis testaceis. Prothorax subtus niger, lateribus exceptis, remote punctulatus, margine

laterali ut in pagina superiore colorato et margine postico anguste testaceo, angulo postico superiore nigro. Mesopleuræ punctulatæ, margine laterali et postico, hoc intus ad coxas remote subrugoso, levibus; angulo superiore punctulato. Metapleuræ præsertim intus ad coxas subrugosæ, opacæ, lateribus, linea marginali punctata excepta, levia; angulo superiore postico testaceo. Scutellum fortiter remote punctatum, nigrum, linea tenui, longitudinali, media apiceque nec non maculis duabus in disco, non parvis, postice rotundatis, antice acutis, apice extrorsum vergentibus, testaceis. Hemelytra, regione apicali interna levi excepta, remote punctata, nigra. Clavus, irregulariter punctatus, et pars interna corii strigis et maculis nonnullis minutissimis, obsoletis nec non margine costali ad medium testaceis; fascia anteapicali antice fere recta, postice tridentata alba. Membrana nigra, strigis subbasalibus venarum testaceis. Abdomen nigrum, sericeo-opacum, impunctatum, maculis oblongo-elongatis, sat obsoletis, basalibus connexivi segmentorum 4—6 testaceis. Pedes cum acetabulis flavo-testaceis, femoribus late pone medium nec non apicibus tibiarum tarsorumque nigris; art. 1:o tarsorum posticorum duobus apicalibus ad unum plus duplo longiore. Femora antica, apice ipso testaceo, elongata, oculos attingentia, valde incrassata, subtus spinulis minutis exasperata et prope apicem utrimque spina majore, sat valida instructa. Tibiæ anticæ parte basali tenuiore, valde curvata, subtus antice serrulata; infra medium triangulariter dilatatæ et dentibus tribus magnitudine crescentibus, infimo maximo, armatæ; parte apicali validiore, subtus depressa et setis rigidis nonnullis instructa. Segmentum genitale non tuberculatum. ♂. Long. 9, Lat. vix 3 mill. Gabun. (Coll. mea).

Fam. **Pyrrhocoridæ.**

Subf. **Largidæ.**

107. **Physopelta festiva** FABR., S. R., p. 220. 70. (1803). 4 ♂♂. 6 ♀♀, 1 Larva, 2 Nymphæ.

108. **Physopelta analis** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. II. p. 306. 583. (1858). 8 ♂♂, 10 ♀♀.

Subf. **Pyrrhocoridæ.**

109. **Sericoris acromelanthes** KARSCH, Ent. Nachr. 1892. p. 133. 8; Stettin. Ent. Z. 1894. p. 106. 47. pl. 1. f. 7. (fig. pessima). forte! 5 ♀♀.

Corpus brevissime pubescens. Antennæ, dimidia parte basali art. 4:i alba excepta, nigræ, art. 1:o 2:o evidenter longiore. Caput tylo vel vitta percurrente nigris. Area antica callosa pronoti nunc punctis nigris circumscripta nunc tota nigra. Scutellum testaceum basi nigra vel nigrum apice ipso testaceo. Membrana dilute fusco-flavescens, apice dilutiore, immaculata vel macula magna media transversa oblonga seu rotunda nigra, basi flavescenti et apice albo. Pleuræ testaceæ, interdum nigræ. Femora testacea supra plus minus infuscata, sed interdum tota nigra.

Wie aus diesen Erörterungen ersichtlich, ist die Bestimmung zweifelhaft. Das grösste Bedenken veranlassen die schwarzen Fühler (die Figur zeigt dieselben dunkel) und das angegebene Längenverhältniss der zwei basalen Fühlerglieder. — Die Farbe ist bei den Pyrrhocoriden, wie bekannt, sehr variabel; eine Art mit drei hellen Fühlerglieder habe ich noch nicht gesehen. Sind die Geschlechter vielleicht verschieden? Dr KARSCH' Beschreibung stimmt übrigens recht gut.

In der Sammlung ist noch ein einzelnes Weibchen vorhanden, das ich nun beschreiben will.

♀. Oblonga, flavo- vel rufo-testacea. Caput testaceum, basi et vitta media percurrente, postice latiore, nigris. Antennæ et rostrum nigra. Pronotum, lateribus subreflexis, fere rectis, testaceum, area antica callosa nigra. Scutellum nigrum apice ipso testaceo. Hemelytra testacea, postice rufescentia striga obsoleta, basali, subcostali, scutello subbreviore infuscata. Membrana nigra, basi angustissime testacea et limbo apicali albo.

Alæ infuscatæ, cellula magis lutescente et venis apicalibus obscurioribus. Sterna testacea, impressionibus leviter infuscatis et marginibus posticis nec non acetabulis dilutioribus. Femora obscure testacea, superne infuscata; tibiæ et tarsi nigra. Long. 13,5 Lat. pronoti 5.

Oculi subpedunculati. Antennæ art. 1:o longissimo 2:o longiore, 2:o 4:o subbreviore, 3:o minimo 4:o fere dimidio breviore. Rostrum coxas posticas attingens. Præcedenti ut ovum ovo similis, sed non pubescens; præterea antennis totis nigris et lateribus pronoti rectis diversa.

110. **Roscius circumdatus** DIST. Proc. Zool. Soc. Lond. 1881. p. 275 pl. 31. f. 4.

3 ♂♂, 5 ♀♀, 1 Nympha. (1 ♀ VALDAU et KNUTSSON).

111. **Cenæus sanguinolentus** HAGL. n. sp. Sanguineus seu ruber, art. 3:o apiceque art. 4:i albi antennarum; basi ipsa scutelli; fascia irregulari, transversa, subbasali, in margine interno continuata membranæ flavo-albidæ; meso- et metapleuris superne; margine antico mesopleuræ, maculis lateralibus mesosterni nec non orificiis nigris; apice art. 2:i antennarum et rostro præsertim apicem versus nec non trochanteribus tarsisque plus minus infuscatis. Alæ subhyalinæ, vix flavescentes, venis, basi sanguinea excepta, distincte flavescentibus. ♂♀. Long. ♂ 8,5, ♀ 11; Lat. pronoti ♂ 3, ♀ 4 mill.

Oculi subpedunculati. Caput, pronotum et scutellum levia; hemelytra punctulata. Antennæ art. 1:o et 4:o æquilongis capite et art. 2:o longioribus, 3:o minimo 4:o fere dimidio breviore. Rostrum coxas posticas subsuperans, art. basali capite æquilongo seu subbreviore. Pronotum lateribus vix reflexis et area antica linea continua punctata circumscripta. Mesosternum carinatum. Femora antica inermia. 1 ♂, 1 ♀.

112. **Cenæus apicicornis** FAIRM. in Thoms. Arch. Ent. II. p. 307. 585. (1858). 1 ♀.

113. **Cenæus bifasciatus** HAGL. n. sp. Elongatus. Caput supra et lateribus sanguineum, subtus nigricans. Antennæ art. tribus basalibus nigris (4:us deest). Rostrum coxas posticas

superans, medium segmenti 2:di ventris fere attingens, nigrum. Pronotum flavo- seu rufo-testaceum, area antica callosa et fascia transversa antebasali marginibus valde reflexis attingente nigris (unde nomen). Scutellum nigrum. Hemelytra rufo-testacea, punctulata, basi clavi nigra et margine costali usque ad apicem dilutiore. Membrana nigra, basi flavescente et limbo apicali albo. Alæ fuscescentes venis, basi sanguinea excepta, testaceis. Sterna et pleuræ nigra, margine antico tenue et postico latius propleurarum, margine postico meso- et metapleurarum nec non acetabulis pallidis. Abdomen dorso et segmentis 4 basalibus ventris sanguineo-rufescentibus (in vivo sanguineis?), incisuris et segmento 5:o, margine postico tenuissime pallido excepto, nigris, 6:o et genitale sanguineis. Pedes nigri. ♀ Long. 12. Lat. pronoti 4,5 mill.

Oculi subpedunculati. Antennæ art. 1:o 2:o longiore. Femora antica spinis 3—4 minutissimis, duabus externis distinctioribus, armata. *C. apicicorni* FAIRM. similis et affinis, sed angustior et magis elongatus. 1 ♀ mutilata et male conservata.

114. **Censeus plebejus** HAGL. n. sp. Brevior, elongato-ovatus. Caput sanguineum. Antennæ nigræ, articulo ultimo albo, apice ipso nigro. Rostrum inter coxas posticas extensum, nigrum. Pronotum, lateribus valde reflexis, nigrum, marginibus omnibus rufo-testaceis, parte postica remote punctulata. Scutellum nigrum, apice ipso rufescente. Hemelytra rufescenti-fusca, fortiter punctulata, clavo obscuriore et margine apicali corii dilutiore. Membrana fusca, limbo apicali albido. Alæ dilute fuscescentes, venis paullo obscurioribus. Sterna et pleuræ nigra, margine antico tenue et postico latius propleurarum, margine postico meso- et metapleurarum nec non acetabulis albidis. Abdomen sanguineum. Pedes toti nigri. ♀. Long. 11. Lat. pronoti 3,5 mill.

Oculi distincte pedunculati. Antennæ art. 1:o 2:o longiore, 2:o et 4:o subæquilongis 3:o non duplo longioribus. Femora antica spinis duabus minutissimis armata.

Femina unica mutilata et male conservata.

115. **Dysdercus melanoderes** KARSCH, Ent. Nachr. 1892. p. 133. 9; Stettin. Ent. Zeit. 1894. p. 106. 50. pl. 1. f. 4. (fig. mala). D. nigro-fasciatus STÅL var. b. Hem. afr. III. p. 15. (1865). 3 ♂♂, 3 ♀♀. (Congo et Gabun. Coll. mea).

116. **Dysdercus superstitiosus** FABR., S. Ent. p. 719. 109. (1775). 6 ♂♂, 4 ♀♀.

Fam. Capsidæ.

117. **Linocerocoris cariniventris** KARSCH, Ent. Nachr. 1892. p. 133. 10; Stettin. Ent. Z. 1894. p. 107. 51. pl. 1. f. 12. (fig. pessima). 2 ♀♀.

Ich liefere hier einige Zusätze und Berichtigungen.

♀. Caput deflexum, valde nutans, fere ad oculos immersum, latitudine oculari subæquilongum seu paullo longius; parte anteoculari producta reliqua parte capitis fere æquilonga. Vertex postice non marginatus, sulculo tenui medio longitudinali. Spatium intra-oculare postice latitudine oculorum paullo latius. Frons inter antennas medio obtuse subcarinata. Genæ (juga Fieb.) lateribus subdilatatis, præsertim antrorsum acutis seu, si vis, distincte carinatis. Loræ non discretæ. Gula retrorsum convexa, postice submarginata et basi carinula media longitudinali brevissima. Oculi magni, oblongi, linea longitudinali capitis fere paralleli, antice vix emarginati, margine interno antrorsum valde divergente. Scutellum lateribus convexis, supra fere planum. Vena cubitalis fracturam vix attingens; ramus furcalis et vena brachialis sat obsoleta. Abscissa basalis cunei exitum venæ brachialis incidens. Cuneus elongatus, fractura profunda. Membrana bicellulata. Parapleuræ albidæ, orificiis magnis, fere auriculatis. Abdomen forma ordinaria, non angustatum. Vagina medium abdominis vix attingens, squama mediocri. Tibiæ spinulis seu setis brevibus, tenuissimis instructæ. Tarsi postici articulis duobus basalibus fere æquilongis, ultimo his, simul sumtis, subbreviore. Unguiculi subgraciles. Arolia non magna.

Rostrum, dorsum abdominis et pedes fulvescentia. Tibiæ anteriores annulo anteapicali, lato, nigro seu fuscescente et etiam medio vel ante medium plus minus, interdum obsolete, infuscatæ. Femora postica supra pone medium macula dilutiore; tibiæ posticæ basi concolore, deinde ultra medium nigræ; parte apicali flava vel pallida.

118. **Odoniella Reuteri** HAGL. N. G. et. n. sp. Caput parvum, vix declive, breve, latum, transversum, leve, glabrum, nitidum, fronte fere verticali. Vertex levissimus, nitidus, non marginatus. Oculi parvi, non granulati, verticales, subrotundati, latissime subpedunculati. Rostrum coxas medias attingens, art. 1:o basin capitis attingente, subtus compresso-dilatato, reliquis in speciminibus descriptis non rite distinguendis (subæquilongis?). Antennæ in medium marginis interioris oculorum insertæ, sed ab oculis paullo remotæ; art. 1:o subglabro, parce pubescens, levi, crasso, capite dimidio breviore, 2:o æqualiter incrassato, pubescente, capite cum pronoto fere æquilongo (reliqui desunt). Pronotum et scutellum glabra, fortiter cicatricosa, id est foveis profundis rotundis dense impresso-punctata. Pronotum convexum, apice magis abrupte declivi, latum, transversum, longitudine dimidio latius, antice angustatum collare et callis levibus instructum, lateribus antice convexis, rotundis, postice fere semicirculariter dilatatis, submarginatis; margine basali ante scutellum paullo et late sinuato. Collare leve, nitidum, supra fovea minuta, rotunda impressum. Scutellum valde convexum, fere semiglobosum, basi truncatum et apice obtusissime rotundatum. Hemelytra pubescentia, vix punctulata, venis sat obsoletis; margine apicali corii late subsinuato; cuneo elongato, postice sat producto; fractura minus distincta. Membrana magna, abdomen longe superans, unicellulata; cellula rhomboidea, latere externo latere interno circiter quadruplo longiore, apice acutangulata, sed angulo ipso rotundato. Latus apicale cellulæ antrorsum subsinuatum. Sterna, meso- et metapleuræ levia, glabra, nitida; parapleuræ et orificia minus distincta. Angulus superior posterior metapleurarum retrorsum valde productus. Abdomen latum,

fere circulare, postice attenuato-productum, angulis apicalibus segmentorum connexivi saltim mediorum rectangulariter subproductis. Segmentum genitale non carinatum. Pedes breviusculi, non graciles, pilosi; femora postica vix incrassata. Tibiæ non spinulosæ. Tarsi postici breves, art. 1:o et 2:o fere æquilongis, ultimo his simul sumtis subbreviore. Unguiculi valde curvati. Flavo-testacea, antennarum art. 2:o, basi et apice ipsis exceptis; callis et maculis quatuor posticis, duabus mediis obliquis, multo majoribus pronoti; maculis duabus oblongis scutelli; macula subbasali clavi et disco corii nec non angulo basali interno, macula pone marginem apicalem corii limboque apicali membranæ nigris. Color ventris in speciminibus descriptis non rite distinguendus. Long. corp:s 8, cum membrana 10; Lat. pronoti 4 mill.

2 ♂♂. Specimina valde mutilata et pessime conservata.

Ich gebe hier die Beschreibung von einer recht interessanten Capsiden-Art aus West-Africa.

Sahlbergella singularis HAGL. N. G. et n. sp.

♀. Caput vix deflexum, brevissimum, valde transversum, latitudine oculari longitudine capitis triplo longiore. Vertex foveis duabus rotundis, obsoletis impressus. Frons inter antennas tuberculis duobus minutis instructa. Clypeus (tylus Fieb.) verticalis. Genæ antice ad clypeum paullo elevatæ, subtuberculatæ, nitidæ. Bucculæ distinctæ. Oculi subrotundi, fortiter granulati, antice non emarginati, valde prominentes, pedunculati. Antennæ pubescentes, infra medium marginis interioris oculorum insertæ; art. 1:o brevi, capite subbreviore, crassissimo; 2:o incrassato, capite cum pronoto æquilongo, apice breviter sed fortiter clavato et præterea supra tuberculis tribus obtusis, æquidistantibus, extrorsum magnitudine crescentibus ornato et art. 3:o crassissimo ac valde clavato plus duplo longiore (4:us deest). Rostrum coxas medias attingens, art. basali crasso, subcompresso, marginem basalem gulæ non attingente; reliquis tribus subæquilongis. Pronotum sexangulare, convexum, antice valde declive, collare distincto, subrugoso et callis sublevibus instructum, fortiter

punctato-rugosum et tuberculis minutis, callosis, rotundatis, præsertim postice, remote conspersum; lateribus antice convexis; angulis lateralibus subdilatatis, rotundatis et cum margine toto basali tenuissime marginatis. Margo basalis pronoti ante scutellum late sinuatus et margines inter angulos posticos rotundatos et angulos laterales etiam distincte sinuati. Scutellum maximum, valde convexum, apice obtuso, supra postice crasse et obtuse sat productum, fortiter rugoso-punctatum et tuberculis callosis ut in pronoto, sed paullo majoribus et magis oblongis, præsertim apicem versus remote conspersum. Hemelytra subtilissime punctulata, pubescentia, venis subdistinctis; vena cubitali non furcata; fractura non profunda; cuneo paullo elongato; margine apicali corii fere recto. Membrana abdomen longe superans, unicellulata; cellula subtriangulari, apice acutangulata, sed apice ipso obtuso. Latus apicale cellulæ subcurvatum. Sterna et pleuræ posteriores levia; parapleuræ et orificia minus distincta. Abdomen latum, angulis apicalibus segmentorum mediorum connexivi fere rectangulariter subproductis. Vagina medium abdominis attingens, squama destituta. Segmentum 6:m abdominis medio fissum. Pedes pilosi; tibiæ non spinulosæ. Femora postica vix incrassata. Tarsi postici art. 1:o et 3:o fere æquilongis 2:o minimo longioribus.

Fusco-cinnamomea, antrorsum et subtus magis testacea, oculis, antennis, art. 1:o excepto, lateribus externis callorum pronoti, protuberantia scutelli subtus, basi membranæ, mesopleuris, lateribus externis coxarum nec non macula anteapicali ventris vaginaque nigris. Rostrum apicem versus, basis pronoti, medium scutelli, hemelytra apicem versus, maculæ connexivi plus minus fuscescentia. Venter sanguineo-conspersus. Pedes pallide testacei nigro et fusco- (postici etiam sanguineo-?) variegati; basi et apice femorum, præsertim posticorum, late nigris. Long. corp:s 8,5, cum membrana 10,5; Lat. pronoti 4 mill. Femina unica.

Patria: Congo, Kuilu. (Coll. mea).

Genera *Odoniella* et *Sahlbergella*, nunc descripta, ab omnibus generibus *Capsidarum*, adhuc cognitis, valde aliena.

Fam. **Tingididæ.**

119. **Phyllontochila Mayri** HAGL. n. sp. Nigro-fusca, antennarum art. 3:o et basi art. 4:i, dorso abdominis nec non tibiis dilutioribus, fusco-testaceis; lateribus valde dilatatis pronoti basi et maculis 2, 1 basali 1 discali, areæ externæ hemelytrorum vitreis, irregularibus, fusco-reticulatis. ♂♀. Long. corp:s 4, ad apicem hemelytrorum vix 5. Lat. pronoti 4,5, hemelytrorum vix 5. mill. *Ph. erosæ Fieb.* et *Ph. Wahlbergi* STÅL affinis. Antennæ corpore subbreviores, art. 2:o gracillimo. Pronotum tricarinatum, carinis lateralibus postice subdivergentibus; vesicula antica sub-vitrea, dense fusco-reticulata, in spinam acutam, antrorsum paullo vergente terminata; lateribus in lobum foliaceum maximum, transversum productis. Margo anticus lobi lateralis pronoti plus minus distincte quadrisinuatus et spinulis tribus armatus; margo externus seu lateralis trisinuatus, angulo antico-obtuso, postico spinula armato; margo posticus profundius unisinuatus. Hemelytra amplissima, abdomine multo longiora et latiora, membrana costæ corio pone medium multo latiore, margine laterali (costali) a basi sensim rotundato-ampliato, dein paullo ante medium subangulato et ab angulo ad apicem paullo sinuato. Hemelytra postice subparallela, non angustata, angulis apicalibus, externo subproducto, rotundatis; margine laterali ante medium obsolete 3—4-sinuato et spinulis 3—5 instructo. Lobus lateralis pronoti dimidia basali plus minus vitrea et præterea extra medium cellulis nonnullis vitreis sparsis et in margine postico serie cellularum vitrearum ornatus. Hemelytra intra costam præsertim postice dilutiora, subvitrea. Maculæ vitreæ hemelytrorum in membrana costæ sitæ; basalis extus maculam parvam irregularem fuscam includens; discalis major, extus profunde, fere triangulariter sinuata. Magnitudo et forma macularum vitrearum paullo variabiles. 3 ♂♂, 4 ♀♀.

Fam. Aradidæ.

120. **Brachyrrhynchus rugosus** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. II. p. 309. 590. (1858). 1 ♀.

Fam. Reduviidæ.

Subf. Harpactoridæ.

121. **Margasus Afzelii** STÅL, Öfv. Vet. Ak. Förh. 1855, p. 189.

Specimen unicum femininum connexivo segmentorum omnium flavo et tibiis totis nigris gaudet.

122. **Archilochus quadridens** FABR., Ent. Syst. IV. p. 200. 25. (1794). 1 ♂ 4 ♀♀.

123. **Domnus flavo-niger** STÅL, Öfv. Vet. Ak. Förh. 1858. p. 446. ♂♀.

124. **Phonoctonus Cæsar** HAGL. n. sp. Maximus, sanguineus, antennis, vitta lata inæquali, subinterrupta capitis pone antennas, articulis duobus apicalibus rostri, disco lobi antici et strictura transversa medio in fundo nec non fascia antebasali marginem lateralem non attingente pronoti, scutello, fascia media marginem costalem non attingente margineque apicali, extrorsum in maculam rotundatam subcostatam dilatato corii, sternis partim pleurisque, dorso abdominis, ventre ad maximam partem, femoribus tibiisque, basi et apice exceptis, nec non tarsis nigris; margine basali pronoti ante scutellum, sternis plus minusve, margine postico propleurarum, acetabulis partim, marginibus segmentorum ventris, margine postico segmenti 6:ti excepto, nec non maculis mediis transversis lateralibus segmentorum flavidis; membrana fusca, abdomine paullo superante. ♀. Long. c. membrana 32; Lat. pronoti 9, abdominis 10 mill.

Species nobilissima, speciebus adhuc cognitis multo major. Art. 2:us antennarum capite cum pronoto paullo brevior, an-

gulum lateralem pronoti fere attingens. Rostrum coxas anticas non attingens, art. 1:o subtus infuscato. Strictura pronoti sat profunda, lateribus exceptis, nigra, antrorsum lineas quatuor breviores nigras projiciens, externæ angustiores antrorsum sat divergentes, mediæ latiores in maculam discalem, irregularem lobi antici pronoti confluentes. Segmenta ventris medio maculis sanguineis, prima obsoleta, 2:a, 3:a et 6:a elongatis vel oblongis, 4:a et 5:a ⊥-formibus ornata. Fasciæ pallidæ quatuor posteriores ventris connexivum immaculatum non attingentes. Femina unica. —

125. **Vestula lineaticeps** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. II. p. 327. 624. (1858). 6 ♂♂ 11 ♀♀.

126. **Vestula obscuripes** STÅL, Hem. afr. III. p. 66. 3. (1865). 1 ♂ 4 ♀♀.

Vestula paupera STÅL et *V. obscuripes* STÅL non nisi varietates *Vestulæ lineaticipitis* SIGN. Color apud species Reduviidarum admodum variabilis. Spinæ laterales pronoti forma et longitudine paullo variant, interdum longiores et acutiores.

127. **Hæmatochares obscuripennis** STÅL, Öfv. Vet. Ak. Förh. 1855. p. 190; l. c. 1856. p. 65. pl. 1. f. 4. (fig. non bona). 2 ♀♀ varr. Species colore valde variabilis.

128. **Cosmolestes æthiopicus** STÅL, Hem. afr. III. p. 92. 36. (1865). 1 ♂.

129. **Pisilus tipuliformis** FABR. Ent. Syst. IV. p. 190. 9. (1794). 4 ♂♂ 3 ♀♀.

130. **Sphedanolestes cinctipes** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. II. p. 322. 615. (1858). 1 ♂.

131. **Harpactor acutus** P. B., Ins. p. 63. Hém. pl. 2. f. 1. (1805). 2 ♂♂ 3 ♀♀.

132. **Harpactor nitidulus** FABR., Spec. II. p. 378. 5. (1781). 4 ♀♀.

133. **Harpactor obtusus** P. B., Ins. p. 63. Hém. pl. 2. f. 2. (1805). 16 ♂♂ 14 ♀♀, 1 Nympha.

H. bellicosus STÅL et *H. obtusus* P. B. verosimiliter una eademque species.

134. **Harpactor bicolor** FABR., Spec. II. p. 379. 11. (1781). 3 ♂♂ 4 ♀♀.

135. **Harpactor albo-pilosus** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. II. p. 320. 612. (1858). 4 ♂♂ 8 ♀♀.

136. **Harpactor albo-fasciatus** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. II. p. 323. 618. (1858). 1 ♀ var.

Specimen camerunense lobo postico pronoti et corio, fascia nigra excepta, testaceis gaudet.

H. tibialis STÅL et *H. albo-fasciatus* SIGN. forsitan species non distinctæ.

Subf. **Ectrichodiidæ.**

137. **Physorhynchus intermedius** HAGL. n. sp. *Ph. lucido St. F. et S.* et *Ph. distincto* SIGN. valde similis et affinis; a priore corpore minus elongato et præsertim apud feminas latiore; scutello vix vel obsolete vermiculato-rugoso; dorso abdominis minus distincte transversim rastrato-rugoso nec non fossis spongiosis tibiarum anteriorum ut in *Ph. distincto* formatis; ab hoc antennis apud marem minus longe pilosis, et articulis apicalibus ± dilutioribus, testaceis, articulis basalibus feminarum etiam non raro rufescentibus; scutello, præsertim apice ± rufo-sanguineo nec non parte basali costali hemelytrorum corallina multo breviore facile dignotus. ♂♀. Long. 23—27. Lat. pronoti 6—7,5, abdom:s 9—12 mill. 5 ♀♀, 5 Larvæ et Nymphæ. (♂♀. Gabun. Coll. mea).

Specimina camerunensia conservatione mala obscurata.

Species *Physorhynchorum* Africæ adhuc non rite cognitæ, nec descriptæ. *Ph. gigas H. S.* lobo postico pronoti transversim rugoso a ceteris bene distinctus. (Sierra Leona, Coll. mea).

138. **Physorhynchus distinctus** SIGN. in Thoms. Arch. Ent. II. p. 315. 600. (1858). 2 ♂♂, 1 Nympha. Antennæ maris longe pilosæ, totæ nigræ.

139. **Cimbus chalybæus** HAGL. n. sp. Chalybæus plus minus viridescens, hemelytris nigris; apice rostri fusco-testaceo; apicibus tibiarum nec non tarsis subtus testaceo-pilosis. ♀.

Long. 11, Lat. pronoti vix 3, abdom:s 3,4 millim. *A. C. producto* HAHN ex insula *Java* differt: capite medio latiore; parte ocellos ferente magis convexo et tumido, levi; parte anteoculari basi non coarctata; antennis ab oculis minus remotis nec non lateribus pronoti magis sinuatis. Vix novum genus. Femina unica.

140. **Santosia trimaculata** P. B., Ins. p. 64. Hém. pl. 2. f. 3. (1805). 3 ♂♂ 3 ♀♀, 2 Nymphæ.

141. **Santosia simillima** STÅL, Öfv. Vet. Ak. Förh. 1858. p. 443. 2. Bathysmataspis rufipes REUTER ad Cogn. Reduv. mundi antiqui p. 40. (1881). 11 ♂♂ 1 ♀.

S. trimaculatæ certe simillima, nonnihil magis elongata, collo capitis longiore præcipue differt. Antennæ sicut apud *S. trimaculatam* coloratæ i. e. articulo basali marium basi ipsa, feminarum fere toto rufescenti-corallino. Macula basalis colli nigra apud specimina camerunensia obsoletissima, sæpissime plane deest. Specimina camerunensia maculis anterioribus pronoti semper in medio et etiam sæpe cum maculis posterioribus confluentibus gaudent.

Subf. **Acanthaspididæ.**

142. **Platymeris horrida** STÅL. Hem. afr. III. p. 123. 1. (1865). 5 ♀♀.

143. **Acanthaspis spinifera** P. B., Ins. p. 15. Hém. pl. 1. f. 4. (1805). 1 ♂ 1 ♀.

144. **Acanthaspis bilineolata** P. B., Ins. p. 14. Hém. pl. 1. f. 3. (1805). 4 ♂♂ 7 ♀♀.

145. **Cethera musiva** GERM. in Silberm. Rev. Ent. V. p. 128. 19. (1837). 1 ♂ 1 ♀.

146. **Carcinomma astrologus** BERGR., Ann. de la Soc. Ent. Belg. 1894. p. 10. 14. 1 ♀.

Subf. **Salyavatidæ.**

147. **Petalochirus rubiginosus** P. B., Ins. p. 14. Hém. pl. 1. f. 2. (1805). 1 ♂ 1 ♀.

Subf. **Stenopodidæ.**

148. **Oncocephalus subspinosus** AM. et SERV., Hém. 388. 1. 1 ♀.

149. **Oncocephalus sp.** O. fuscescenti REUTER, Mon. p. 33. 19. forte affinis. 1 ♀.

Subf. **Emesidæ.**

150. **Gardena Sjöstedti** HAGL. n. sp. Fusco-testacea, femoribus anticis apice, posterioribus apicem versus nec non tibiis posterioribus ultra basin obscurioribus. Antennæ, basi apiceque exceptis, caput parte antica partis postocularis excepta, thorax, basis et fere dimidia pars apicalis abdominis nec non coxæ et trochanteres posteriora nigra. Genua pedum posteriorum latissime alba. ♀. Long. corp:s 26, abdom:s circa 15, femorum posticorum 25 mill.

Femur anticum tibia cum tarso fere duplo longius. Spinæ majores femorum anticorum circiter 11. Specimen unicum.

Gardena prima ex Africa reportata.

151. **Ischnobæna Preussi** KARSCH, Ent. Nachr. 1892. p. 136. 16; Stettin. Ent. Z. 1894. p. 111. 71. 1 ♂ 5 ♀♀.

Specimen femininum e Gabun in collectione mea tibiis intermediis annulis pallidis tribus obsoletis, tertio a duobus subbasalibus magis remoto, et genibus posticis latissime albis gaudet.

Fam. **Henicocephalidæ.**

152. **Henicocephalus sp.** Nigro-fuscus, basi hemelytrorum, trochanteribus, basi femorum intermediorum nec non genibus omnibus testaceis. Long. 7 mill. Specimen unicum, minus bene conservatum.

Fam. **Veliidæ.**

153. **Rhagovelia æneipes** HAGL. n. sp. Atra vel fusco-atra, pedibus, præsertim femoribus posterioribus, nigro-viridi-ænescentibus; pronoto antice rufescenti-cinereo; hemelytris totis nigris,

vitta obsoleta basali cinerascenti; coxis, trochanteribus et basi femorum anticorum ± rufescenti-testaceis. ♂♀. Long. vix 4, Lat. 1,3 mill.

♂. Femora postica sat incrassata, subtus paulo ante medium spina majore testacea et pone hanc apicem versus serie spinularum sensim minorum armata.

♀. Femora postica minus incrassata, spina majore pone medium sita et spinulis paucioribus (2—4) instructa.

Rh. nigricanti BURM. (*luctuosæ* STÅL) valde similis et affinis, colore antennarum, pronoti et pedum distincta; ab ea præsertim antennis totis nigris primo intuitu dignota. Tarsus intermedius tibia æquilongus. Tibia postica tarso plus quadruplo longior. Specimina numerosa, plurima aptera. Nonne *Rh. Reitteri* mas? REUTER ad cogn. Heteropt. Afr. occident. p. 39.

Fam. **Gerrididæ.**

154. **Gerris sp.** 3 Ex.

155. **Tenagogonus sp.** *T. albo-vittato* STÅL in Mus. Holm. valde similis et affinis et verosimiliter una eademque species, sed speciem Ståli nunc comparare nequeo. 1 Ex., 2 Larvæ.

Einzelne Species von den *Gerrididen* zu beschreiben, finde ich nicht statthaft. Die *Gerrididen* müssen monographisch behandelt werden.

Fam. **Galgulidæ.**

Subf. **Mononychidæ.**

156. **Phintius grandicollis** GERM. in Silberm. Rev. V. p. 122. 4. (1837). 2 ♂♂.

Fam. **Naucoridæ.**

157. **Macrocoris angusticeps** HAGL. n. sp. *M. flavicolli* SIGN. similis et affinis, paullo minus convexus. Caput multo angustius. Pronotum antice magis emarginatum, margine basali

capite cum oculis fere quintuplo (apud M. flavicollem capite latissimo non quadruplo) latiore. Mesosternum postice minus tuberculatum. Femora antica adhuc magis dilatata. Differentia sexualis? Long. 10, Lat. pronoti vix 6, abdom:s 6,4 mill. 1 ♂?

Fam. **Belostomatidæ.**

158. **Appasus nepoides** FABR., S. R. p. 111. 7. (1803). Mayr, die Belostomiden p. 433 (sep. p. 35). 1. (1871). forte. 3 Ex., 1 Nympha, 1 Larva.

Fam. **Nepidæ.**

159. **Nepa (Laccotrephes) sp.** Specimen unicum sordidatum et mutilatum.

Bemerkungen.

1. Da eine Gattung *Montandonia* schon unter den Coleopteren existirte, muss meine Gattung desselben Namens anders benannt werden. Vielleicht, ja nicht unwahrscheinlich, ist meine Gattung *Montandonia* identisch mit *Caternaultiella* SPIN., obgleich dies aus Spinolas Beschreibung nicht zu ermitteln war. Ob die Type existire oder nicht, ist mir unbekannt. Unter solchen Umständen ist es wohl am besten für meine Gattung *Montandonia* den Namen *Caternaultiella* SPIN., wenigstens bis auf weiteres, zu adoptiren.

2. Unter den von SJÖSTEDT eingesammelten Heteropteren sind noch einige wenige Arten vorhanden, die ich bisher nicht bestimmen konnte. Die allermeisten derselben liegen übrigens nur in einzelnen, defekten und schlecht conservirten Stücken vor. Wenn es sich lohnt, werde ich später über dieselbe berichten.

3. Schliesslich wünsche ich zu betonen, dass die Reihenfolge der Familien meinen systematischen Auschaungen nicht entspricht. Ich habe hier nur *Stål's Hemiptera Africana* gefolgt.

Homoptera.

Fam. Stridulantia.

160. **Platypleura confusa** KARSCH, Berliner E. Z. 1890. p. 95. 10. pl. III. f. 11. 3 ♂♂ 2 ♀♀.

161. **Platypleura Afzelii** STÅL, Öfv. Vet. Ak. Förh. 1854. p. 241. 1 ♂.

162. **Platypleura Rutherfordi** DIST. Ann. and Mag. Nat. Hist. 1883. p. 173. pl. II. fig. D. 2 ♂♂ 2 ♀♀.

163. **Platypleura clara** A. et S. Hist. des Hém. p. 469. 1. (1843). 1 ♂.

Margo costalis tegminum basi spinulis minutissimis distincte serrulatus.

164. **Trismarcha umbrosa** KARSCH, Ent. Nachr. 1891. p. 349. 4 ♂♂.

Specimina a me ad hanc speciem relata, vitta media determinata, medio angustata, nigra pronoti et tegminibus alisque, præsertim his, basi fulvescentibus gaudent. An propria species?

165. **Trismarcha fuliginosa** KARSCH, Ent. Nachr. 1893. p. 173. 7.; T. ferruginosa KARSCH, Ent. Nachr. 1891. p. 350. 4. 1 ♂ 3 ♀♀.

Vena transversa basalis areæ apicalis secundæ multo minus obliqua quam apud præcedentem. Transitum ad *Abromam Stål* præbet.

166. **Musoda flavida** KARSCH, Berl. E. Z. 1890. p. 128. 70. pl. IV. f. 15. 1 ♂ 4 ♀♀.

Antennæ articulo basali nigro. Pars basalis venæ ulnaris anterioris ramo furcali posteriore apud marem paullo brevior, apud feminas æquilonga vel sublongior. Plica rami furc. post. in medio vel pone medium sita. Terebra feminæ plane ut apud *Nablistem* constructa, longissima, abdominis apicem longe superans.

167. **Nablistes terebrata** KARSCH, Ent. Nachr. 1891. p. 351. 5. 1 ♀.

Plica rami furc. post. subbasalis.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 418.)

Budapest. *Ungar. Centralbureau für ornithologische Beobachtungen.*
HERMAN, O., A madárvonulás elemei magyarországban 1891:ig. — Die Elemente des Vogelzuges in Ungarn bis 1891. 1895. 4:o.
— *Musée national de Hongrie.*
Természetrajzi füzetek (Zeitschrift für Zoologie, Botanik...). Vol. 18(1895): Füz. 1—2. 8:o.
Buenos Aires. *Sociedad científica Argentina.*
Anales. T. 39 (1895): Entr. 1—5. 8:o.
Buitenzorg. *'s Lands plantentuin.*
Mededeelingen. N:o 14. Batavia 1895. 8:o.
Caen. *Société Linnéenne de Normandie.*
Bulletin. (4) Vol. 7(1893). 8:o.
Calcutta. *Indian museum.*
WOOD-MASON, J., Figures and descriptions of nine species of Squillidæ from the collection in the I. M. 1895. 4:o.
— *Asiatic society of Bengal.*
Journal. N. S. Vol. 61(1892): P. 1: Extra N:o; 63(1894): 1: 4; 2: 4; 64 (1895): 2: 1. 8:o.
Proceedings. 1894: N:o 10; 1895: 1—2. 8:o.
— *Geological survey of India.*
Records. Vol. 28(1895): P. 2. 8:o.
Cambridge. *University library.*
Annual report. Year 1894. 4:o.
CAYLEY, A., The collected mathematical papers. Vol. 8. 1895. 4:o.
Cambridge, U. S. A. *Museum of comparative zoölogy at Harvard college.*
Bulletin. Vol. 26: N:o 1; 27: 1; 28: 1. 1894—95. 8:o.
Chambésy. *Herbier Boissier.*
Bulletin. T. 3(1895): N:o 6—8. 8:o.
Cincinnati. *Observatory.*
Publications. N:o 13. 1895. 4:o.
— *Society of natural history.*
Journal. Vol. 17(1894/95): N:o 4. 8:o.
Coimbra. *Sociedade Broteriana.*
Boletim. 12(1895): Fasc. 1. 8:o.
Dijon. *Académie des sciences, arts et belles-lettres.*
Mémoires. (4) T. 4(1893—94). 8:o.
Dorpat. *Naturforscher-Gesellschaft.*
Schriften. 8. 1895. 4:o.
Sitzungsberichte. Bd 10: H. 3(1894). 8:o.
Dresden. *Statistisches Bureau des K. Sächs. Ministeriums des Innern.*
Kalender und statistisches Jahrbuch für das Königreich Sachsen. Jahr 1896. 8:o.

(Forts. å sid. 489.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 7.
Stockholm.

Bidrag till frågan om den rätta definitionen på derivator med komplexa indices.

Av A. Edv. Fransén.

[Meddeladt den 11 September 1895 genom M. Falk.]

1. Förebådad genom några korta anmärkningar av Leibnitz, Euler, Laplace och Fourier, framträdde den nya kalkylen i sin första klart definierade form år 1832, då Liouville på en gång publicerade tre stora avhandlingar [1]) om derivator med indices av vilken natur som helst (»sur le calcul des différentielles à indices quelconques»). Liouville utgick från den bekanta formeln

$$D^{\mu} e^{ax} = a^{\mu} e^{ax}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

som enligt differentialkalkylen gäller för hela positiva μ, då

$$D = \frac{d}{dx},$$

och enligt integralkalkylen för hela negativa μ, då

$$D^{-1} = \int dx .$$

Denna formel (1), som således är sann för alla hela tal μ, tog Liouville såsom definition på derivatan av e^{ax} med index μ, der μ får vara vilket tal som helst, positivt eller negativt, helt

[1]) Journal de l'école polytechnique, cahier 21, (tome 13), p. 1—186. Om samma ämne skrev han senare i Crelles Journal, 11 och 12, och i sin egen Journal, I: 20.

eller brutet, rationelt eller irrationelt, reelt eller imaginärt. Men varje funktion y av x kan, säger LIOUVILLE, utvecklas i en konvergent exponentialserie

$$y = \sum A_m e^{mx}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

och hans allmänna definition lyder

$$D^{\mu} y = \sum A_m m^{\mu} e^{mx} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Häremot kan åtminstone den invändningen göras, att definitionen blir illusorisk, dels för *alla* x-värden, då serien (3) saknar konvergensområde, dels för *somliga* x-värden, då serien (3) har mindre konvergensområde än serien (2). LIOUVILLES definition måste således kompletteras med ett tillägg av ungefär följande lydelse: Under förutsättning, att ett gemensamt konvergensområde för serierna (2) och (3) verkligen finnes, gäller definitionen för alla x-värden inom detta. Varje derivering måste således vara förenad med en konvergensundersökning såväl av den ursprungliga som av den härledda serien. [1])

2. Valet av exponentialfunktionen såsom utgångspunkt var synnerligen lyckligt, och huvudsaken i detta meddelande är i sjelva verket, att jag funnit ett *nödvändigt* sammanhang mellan den vanliga differentialkalkylen och LIOUVILLES allmänna differentialkalkyl, förmedladt genom en viss exponentialfunktion. Men det blev ödesdigert för den nya kalkylens framtid, att ingen objektiv motivering gavs, varför just *denna* funktion valdes. Det minsta antalet av LIOUVILLES efterföljare har tagit intryck av hans alltför subjektiva motivering (p. 72): »Il me paraît comme impossible d'acquérir une idée exacte et complète des differentielles à indices quelconques, sans faire usage du dévelop-

[1]) Detta är i sjelva verket endast ett konsekvent genomförande av LIOUVILLES egen princip: »Cette nécessité de n'employer que des séries convergentes n'est plus contestée par personne. Les séries divergentes, amenant le plus souvent des résultats fautifs, doivent être tout-à-fait bannies de l'analyse. Si donc il m'arrive quelquefois de raisonner sur des séries qui ne soient pas toujours convergentes, entendez qu'il faut restreindre les conséquences obtenues par ce moyen dans les limites où la convergence des séries dont on se sert est démontrée.» Journal polyt., cah. 21, p. 77.

pement des fonctions en séries d'exponentielles.» KELLAND, BUCHWALDT och HAMMOND ha utgått från potensen. Det stora flertalet (HJ. HOLMGREN, GRÜNWALD, MOST, LETNIKOFF, NEKRASSOFF, LAURENT, KRUG, LINDNER) har slagit in på en alldeles ny väg och definierat »*begrenzte* Derivationen» eller »*begrenzte* Ableitungen mit complexem Zeiger», en generalisation av definita integraler. Denna kalkyl framstäldes nästan samtidigt (1865—1873) och säkerligen fullt sjelvständigt av HOLMGREN,[1]) GRÜNWALD och LETNIKOFF. Den sammanhänger väl närmare med integralkalkylen än med differentialkalkylen, så att jag kan lemna den alldeles à sido, då jag nu går att söka den närmaste generalisationen av *differentialkalkylen* och dervid antingen a priori förutsätter eller ser mig tvungen antaga, att den reela delen av derivatans index μ är *positiv*. Resultatet kommer att ansluta sig till LIOUVILLES kalkyl. Men då jag så till vida avviker från honom, att jag inskränker μ till det ena halvplanet, öppnar jag ju möjligheten för en annan kalkyl, som må inskränka μ till det andra halvplanet. Detta blir då en generalisation av *integralkalkylen*, under det att LIOUVILLES kalkyl, modifierad på angivet sätt, blir en generalisation av *differentialkalkylen*.

3. I varje framställning av differentialkalkylen måste limesformeln, även om den icke rent av användes såsom definition, intaga ett framstående rum. Den första derivatan av $f(x)$ är ju

$$f'(x) = \lim_{h=0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

och härvid måste man iakttaga följande, som numera är allmänt erkändt och skall utgöra grundvalen för våra undersökningar:

1:o) Inkrementet h är av minst *lika allmän natur* som argumentet x, så att h måste vara en komplex kvantitet på

[1]) »Om differentialkalkylen med indices af hvilken natur som helst.» Vet. Ak. H., B. 5, N:o 11, 1865. GRÜNWALDS första publikation är av år 1867. — För att göra min författarelista något så när fullständig, må jag anföra namnen SERRET, TORTOLINI, WESTERGAARD, PEACOCK, GREGORY och slutligen OLTRAMARE (»Essai sur le calcul de généralisation», Genève 1893, refererad i SCHLÖMILCHS Zeitschrift, 40, år 1895, p. 94).

samma gång som x, och x måste vara en reel kvantitet på samma gång som h.

2:o) Resultatet är oberoende av den *riktning*, i vilken h går mot noll, med undantag möjligen av enstaka x-värden.

3:o) Resultatet är oberoende av det *sätt*, på vilket h går mot noll, så att h får vara en godtycklig försvinnande funktion av en försvinnande eller oändligt växande, kontinuerlig eller diskontinuerlig, variabel.

Dessa tre grundsatser för limesövergången gälla också vid den allmänna limesformeln

$$f^{\mu}(x) = \lim_{h=0} \frac{1}{h^{\mu}} \sum_{n=0}^{\mu} (-1)^n (\mu)_n f(x + \overline{\mu - n}h),$$

där

$$(\mu)_n = \frac{\mu(\mu-1)\ldots(\mu-\overline{n-1})}{1 \cdot 2 \ldots . n}.$$

Här betyder μ ett helt positivt tal, och såsom övre summationsgräns kan man använda vilket helt positivt tal som helst, endast det är större än eller lika med μ, således även

$$f^{\mu}(x) = \lim_{h=0} \frac{1}{h^{\mu}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (\mu)_n f(x + \overline{\mu - n}h) \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Vad blir det av denna formel, då μ icke är helt positivt tal? Skulle icke detta kunna användas säsom definition på derivatan med index μ av $f(x)$? — Nej, ty då innehåller formeln en oändlig serie, som i allmänhet är divergent. LIOUVILLES behandling av denna fråga är mycket bristfällig. Men lyckligtvis fäster han ringa vikt vid sina betraktelser i detta avseende (»j'attache fort peu d'importance à tous ces détails», p. 109), och avdelningen V (p. 106—113) i hans huvudarbete står icke i sammanhang med det övriga. Emellertid må det här påpekas, att han begår två fel (p. 110), det ena, då han från utvecklingen

$$F(x) = \sum A_m e^{mx}$$

utan vidare sluter till utvecklingen

$$F(x + \overline{\mu - nh}) = \sum A_m e^{m(x + \overline{\mu - nh})},$$

och detta även för oändligt växande n, vilket skulle förutsätta ett obegränsadt konvergensområde, det andra, då han inskränker h till en positiv kvantitet, vilket strider mot vår andra grundregel för limesövergången. Ty, väl att märka, då ju den nya kalkylen skulle vara en generalisation av differentialkalkylen, måste varje formel i den nya kalkylen kunna specialiseras till en motsvarande formel i differentialkalkylen. Om nu h inskränktes i den allmänna formeln, kvarstode ju denna inskränkning vid specialiseringen.

4. Även den kalkyl, som vanligen bär GRÜNWALDS eller LETNIKOFFS namn, har sin limesformel, ehuru somliga (t. ex. HOLMGREN) derav icke göra någon användning. Då emellertid GRÜNWALD sjelv fäster en så stor vikt dervid, att han rent av tar den till utgångspunkt för kalkylen, torde en anmärkning mot densamma vara av intresse. Här inskränkes h på det sätt, att

$$\lim h = \lim_{n=\infty} \frac{x - x_0}{n} = 0,$$

der n är ett positivt heltal och x_0 en konstant. Detta strider tydligen mot vår tredje grundregel för limesövergången.

5. Då således serien (5) icke utan vidare kan användas i en limesformel för derivator med komplex index μ, kan man föresätta sig den uppgiften att finna en lämplig konvergent serie, som för alla hela positiva μ-värden antager formen (5). Om detta är möjligt, så torde det vara möjligt på flera sätt, och något godtyckligt skulle kvarstå vid valet av den nya kalkylens grunddefinition. Men antag nu, att det finnes *någon* funktion $f(x)$ så beskaffad, att serien (5) blir konvergent, åtminstone för *några* x-värden, och att en limesövergång kan verkställas utan kränkning av de tre grundreglerna i § 3; då ha vi ju funnit ett fall av *omedelbar* generalisation av differentialkalkylens limesformel, och det synes mig omöjligt att bestrida det på sådant

sätt erhållna resultatet namn av *derivata* med index μ, för så vidt nemligen den nya kalkylen vill göra anspråk på att i första hand vara en generalisation av differentialkalkylen. Antag vidare, att andra funktioner kunna utvecklas i summor av sådana funktioner, som vi enligt det sagda kunna derivera, så ha vi ju en metod att derivera även dessa andra funktioner, och så torde väl åtminstone en början vara jord till ett slutligt avgörande av den sekelgamla striden om den rätta definitionen på derivator med komplexa indices.

6. Låt oss alltså bestämma funktionen $f(\ )$ och, om så behöves, även konstanten μ, så att serien (5) blir konvergent. Argumentet i $f(\ )$ är för seriens allmänna term

$$\xi = x + (\mu - n)h\,, \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \infty.$$

Huru litet än $|h|$ tages, kommer ξ att överfara hela argumentets plan, och då $|h|$ måste tillåtas antaga godtyckliga värden i en liten närhet till noll, blir ju ξ för varje särskild term alldeles obestämd, om n tages tillräckligt stort. Detsamma inträffar i allmänhet med kvoten mellan två successiva termer

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n-\mu}{n+1}\frac{f(\xi - h)}{f(\xi)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Och eftersom n och h skola gå till limes oberoende av varandra, kan $\lim \xi$ icke bestämmas, då $\lim n = \infty$ och $\lim h = 0$. För avgörande av konvergensen med ledning av (6) fordras således först och främst, att ξ utgår ur denna formel. Nu betrakta vi två variabler n och h. De kunna ersättas med ξ och h. Således måste

$$\frac{f(\xi - h)}{f(\xi)} = \varphi(h)$$

eller

$$f(\xi - h) = f(\xi)\,\varphi(h)\,.$$

Härur kan $f(\ )$ bestämmas. Ty derivera partielt med avseende på ξ och h successive och eliminera $f'(\xi - h)$, så fås

$$\frac{f'(\xi)}{f(\xi)} = -\frac{\varphi'(h)}{\varphi(h)} = a\,,$$

således

$$f(\xi) = Ce^{a\xi}, \quad f(x) = Ce^{ax}.$$

Men då $f(x)$ har denna form, blir serien (5), om den antages konvergent,

$$Ce^{ax}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n(\mu)_n e^{(\mu - n)ah} = Ce^{ax}(e^{ah} - 1)^{\mu}, \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

och för konvergensen fordras, att antingen den reela delen av ah är positiv eller

$$R(ah) = 0, \quad R(\mu) > 0.$$

Det första alternativet måste förkastas. Ty låt h vara reel och positiv, så måste $R(a)$ vara positiv; låt vidare h vara reel och negativ, så måste $R(a)$ vara negativ. Det ena strider mot det andra. Enligt det andra alternativet måste till en början $R(\mu) > 0$, och så inskränka vi nu μ, såsom redan i § 2 angivits. Vidare måste $R(ah) = 0$. Låt då t. ex. h vara reel, så följer härav, att $R(a) = 0$. Utbyt derför a mot ia, så fås

$$f(x) = Ce^{iax}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

der a är en *reel* konstant. Sätt sedan

$$h = \varepsilon + i\eta,$$

så fås vilkoret

$$a\eta = 0.$$

Antingen måste då $a = 0$, således $f(x) = C$ och enligt (5)

$$D^{\mu}C = \lim_{h=0}\frac{C(1-1)^{\mu}}{h^{\mu}},$$

d. v. s.

$$D^{\mu}C = 0,$$

ett resultat, som gillas av alla. Eller också måste $\eta = 0$, således h reel, derför även x reel, enligt den första grundregeln i § 3. Med denna inskränkning få vi nu enligt (5), (7) och (8)

$$D^{\mu}Ce^{iax} = \lim_{h=0}\frac{(e^{iah} - 1)^{\mu}}{h^{\mu}}Ce^{iax},$$

d. v. s.

$$D^{\mu} Ce^{iax} = (ia)^{\mu} Ce^{iax}.$$

Och detta överensstämmer med LIOUVILLES utgångsformel (1), dock med den inskränkning, att variabeln x måste vara reel och den konstanta faktorn till x måste vara rent imaginär.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 480.)

Erlangen. *Physikalisch-medicinische Societät.*
Sitzungsberichte. H. 26(1894). 8:o.
Frankfurt a. M. *Senckenbergische naturforschende Gesellschaft.*
Abhandlungen. Bd 19: H. 1. 1895. 4:o.
Genova. *Musei di zoologia e anatomia comparata della R. università.*
Bolletino. 1894: N:o 27; 1895: 28–33. 8:o.
— *Società Ligustica di scienze naturali e geografiche.*
Atti. Vol. 6(1895): N:o 2. 8:o.
Giessen. *Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde.*
Bericht. 30. 1895. 8:o.
's-Gravenhage. *Ministerie van binnenlandsche zaken.*
KOPS, J., & VAN EEDEN, F. W., Flora Batava. Afl. 309—310 Leiden 1895. 4:o.
Granville, Ohio. *Scientific laboratories of Denison University.*
Bulletin. Vol. 8: P. 1–2. 1893—94. 8:o.
Graz. *Naturwissenschaftlicher Verein für Steiermark.*
Mittheilungen. Jahrg. 1894. 8:o.
Göttingen. *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*
Nachrichten. Math.-phys. Kl. 1895: H. 2. 8:o.
» Philol.-hist. Kl. 1895: H. 2. 8:o.
» Geschäftliche Mittheilungen. 1895: H. 1. 8:o.
— *K. Sternwarte.*
Astronomische Mittheilungen. Th. 4. 1895. 4:o.
Halle a. S. *Naturwissenschaftlicher Verein für Sachsen und Thüringen.*
Zeitschrift für Naturwissenschaften hrsg. von G. BRANDES. Bd 68 (1895): H. 1–2. Lpz. 8:o.
Hamburg. *Deutsche Seewarte.*
Katalog der Bibliothek. Nachtrag 1. 1894. 8:o.
Harlem. *Musée Teyler.*
Archives. (2) Vol. 4: P. 4. 1895. 4:o.
— *Koloniaal museum.*
Bulletin. 1895: Juli. 8:o.
— *Société hollandaise des sciences.*
Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. 29: Livr. 2. 1895. 8:o.
Helsingfors. *Institut météorologique central de la Société des sciences de Finlande.*
Observations météorologiques. 1889—1890. Fol.
Observations météorologiques faites à Helsingfors. Vol. 12(1893): Livr. 1. 4:o.
— *Universitets-biblioteket.*
Akademiskt tryck 1894/95. 13 st. 8:o & 4:o.
Houghton. *Michigan mining school.*
Prospectus of elective studies. 1895, May. 8:o.

Irkutsk. *Troizkossawsk-Kjachtaer Section der Amurländischen Abteilung der Kais. Russischen geographischen Gesellschaft.*
Отчетъ. — Jahresbericht. 1894. 8:o.

Jekaterinburg. *Société ouralienne d'amateurs des sciences naturelles.*
Sapiski. — Bulletin. T. 13: Livr. 2; 15: 1. 1891—95. 4:o.

Jena. *Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.*
Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd 29: H. 3—4. 1895 8:o.

Kasan. *Observatoire astronomique de l'Université Imp.*
Resultate der Beobachtungen in Kasan betreffend die Veränderlichkeit der Polhöhe. Beobachtungsreihe 1(1892/93). 4:o.
— *Kejserl. universitetet.*
Ученыя записки. Г. 61(1894): Кн. 6; 62(1895): 1—4. 8:o.
Akademiska dissertationer. 5 st. 8:o.

Kharkow. *Université Impériale.*
Annales. 1895: Кн. 2. 8:o.
Akademisk dissertation. 1 st. 8:o.

Kiel. *Naturwissenschaftlicher Verein für Schleswig-Holstein.*
Schriften. Bd 10: H. 2. 1895. 8:o.

Kjöbenhavn. *Det meteorologiske Institut.*
Meteorologisk Aarbog. 1892: D. 2; 1894: 3. Fol.
— *Carlsberg Laboratoriet.*
Meddelelser. Bd 4: H. 1. 1895. 8:o.
— *Kgl. danske Videnskabernes Selskab.*
Skrifter. Naturvid.-math. Afd. (6) T. 7: N:o 10. 4:o.
Oversigt over Forhandlinger. 1894: N:o 3; 1895: 1. 8:o.
— *Universitets-Observatorium.*
BURRAU, C., Undersögelser over Instrumentkonstanter ved Kjöbenhavns Universitets astronomiske Observatoriums Maaleapparat for fotografiske Plader. 1895. 4:o.

Krakau. *Académie des sciences.*
Bulletin international. 1895: 7. 8:o.

Kristiania. *Norske Gradmaalingskommission.*
Astronomische Beobachtungen und Vergleichung der astronomischen und geodätischen Resultate. 1895. 4:o.
SCHIÖTZ, O. E., Resultate der im Sommer 1894 in dem südlichsten Theile Norwegens ausgeführten Pendelbeobachtungen. 1895. 8:o.

Königsberg. *Physikalisch-ökonomische Gesellschaft.*
Schriften. Jahrg. 35(1895). 4:o.

Lausanne. *Société Vaudoise des sciences naturelles.*
Bulletin. (3) Vol. 31: N:o 117. 1895. 8:o.

Leipzig. *Astronomische Gesellschaft.*
Vierteljahrschrift. Jahrg. 30(1895): H. 1—2. 8:o.
Catalog. Abth. 1. Catalog der Sterne bis zur 9:ten Grösse zwischen 80° nördl. und 2° südl. Declination für das Aequinoctium 1875: St. 10. 1895. 4:o.
— *Verein für Erdkunde.*
Wissenschaftliche Veröffentlichen. Bd 2. 1895. 8:o.
Mitteilungen. Jahr 1894. 8:o.

Liége. *Société géologique de Belgique.*
Annales. T. 20(1892/93): Livr. 3; 21(1893/94): 3; 22(1894/95): 1. 8:o.
Lille. *Université.*
Travaux & mémoires des facultés. T. 3: Mém. N:o 10—14. 1893—94 8:o.
Lima. *Sociedad geográfica.*
Boletin. T. 4(1894): Trim. 3. 8:o.
Linz. *Museum-Francisco-Carolinum.*
Jahres-Bericht. 53(1894). 8:o.
Lisboa. *Academia R. das sciencias.*
Jornal de sciencias mathematicas, physicas e naturaes. (2) T. 3: N. 12. 1895. 8:o.
London. *Geologists' association.*
Proceedings. Vol. 14: P. 3. 1895. 8:o.
— *British museum (Natural History).*
Catalogue of the fishes. 2:d ed. Vol. 1. 1895. 8:o.
THORELL, T., Descriptive catalogue of the Spiders of Burmah. 1895. 8:o.
— *R. Astronomical society.*
Monthly notices. Vol. 55(1894/95): N:o 7—8. 8:o.
— *Chemical society.*
Journal. Vol. 67—68(1895): 7—8. 8:o.
Proceedings. Session 1894/95: N:o 153—154. 8:o.
— *Geological society.*
Quarterly journal. Vol. 51(1895): P. 3. 8:o.
— *Linnean society.*
Transactions. (2) Zool. Vol. 6: P. 3. 1894. 4:o.
» » Bot. Vol. 4: P. 2; 5: 1. 1894—95. 4:o.
Journal. Zool Vol. 25: N:o 158—160. 1894. 8:o.
» Bot. Vol. 30: N:o 209—210. 1894—95. 8:o.
Proceedings. 1893/94. 8:o.
List. 1894/95. 8:o.
— *R. Microscopical society.*
Journal. 1895: P. 3—4. 8:o.
— *Royal society.*
Philosophical transactions. Vol. 185(1894): A: P. 1—2; B: 1—2. 1895. 4:o.
Proceedings. Vol. 57(1894/95): N:o 346; 58(1895): 347—350. 8:o.
List. 1894 30/11. 4:o.
— *Zoological society.*
Proceedings. 1895: P. 2. 8:o.
— *Royal gardens, Kew.*
Bulletin of miscellaneous information. 1895: N:o 100—104. 8:o.
London, Ontario. *Entomological society of Ontario.*
The Canadian Entomologist. Vol. 27(1895): N:o 6—8. 8:o.
Lyon. *Académie des sciences, belles-lettres at arts.*
Mémoires. Sciences et lettres. (3) T. 2. 1893. 8:o.

Cartulaire Lyonnais. Documents inédits pour servir à l'histoire des anciennes provinces... compris jadis dans le Pagus major Lugdunensis. T. 2. 1893. 4:o.

Lyon. *Société d'agriculture, sciences et industrie.*

Annales. (7) T. 1(1893). 8:o.

— *Société Linnéenne.*

Annales. N. S. T. 38(1891)—40(1893). 8:o.

Madrid. *Comisión del mapa geológico de España.*

Memorias. 8:o.

LOZANO, R. S., Descripción fisica, geológica y minera de la provincia de Logroño. 1894.

— *Observatorio.*

Resumen de las observaciones meteorológicas effectuadas en la peninsula y algunas de sus islas adyacentes. Año 1891—1892. 8:o.

Manchester. *Literary and philosophical society.*

Memoirs and proceedings. (4) Vol. 9(1894/95): N:o 3—5. 8:o.

Manila. *Observatorio meteorológico bajo la dirección de los padres de la compañia de Jesús.*

Observaciones. 1894: 6—10. 4:o.

Marseille. *Faculté des sciences.*

Annales. T. 3: Fasc. 1—3, Suppl. 4: 1—3. 1893—95. 4:o.

PEROT, A., Sur l'existence et la propagation des oscillations électromagnétiques dans l'air. 1894. 8:o.

Melbourne. *Royal society of Victoria.*

Proceedings. N. S. Vol. 7. 1895. 8:o.

— *R. Geographical society of Australasia* (*Victorian Branch*).

Journal, notes and addresses on the voyage of the Norwegian S. S. »Antarctic» to the South Polar Seas 1894/95. 8:o.

Mexico. *Observatorio meteorologico central.*

Boletín de agricultura, minería é industrias. Año 4(1894/95): N. 7—9. 8:o.

Boletín mensual. 1895: 4—6. 4:o.

Milano. *Società Italiana di scienze naturali.*

Atti. Vol. 35(1895): Fasc. 1—2. 8:o.

Minneapolis. *Minnesota academy of natural sciences.*

Occasional papers. Vol. 1: N:o 1. 1894. 4:o.

Mirfield. *Yorkshire geological and polytechnic society.*

Proceedings. N. S. Vol. 12: P. 5. 1894. 8:o.

Photograph of Boulder cliffs, Carr Naze, Filey. Fol.

Montpellier. *Académie des sciences et lettres.*

Mémoires. Section des sciences. (2) T. 1: N:o 1—4; 2: 1. 1893—94. 8:o.

» » de médecine. (2) T. 1: N:o 1. 1893. 8:o.

» » des lettres. (2) T. 1: N:o 1—4. 1893—94. 8:o.

Moscou. *Observatoire météorologique de l'université Imp.*

Observations. 1894: 2—12. 8:o.

— *Imp. Obžestvo ljubitelei estestbosnanija, antropologii i etnografii.*

Isvjestija. T. 73: 1—2; 75—77: 1; 78: 1—2; 80: 1: 1—2; 82; 83: 1; 85; 86: 1—2; 88—89; 91: 1. 1891—94. 4:o.

Moscou. *Société Imp. des naturalistes.*
Bulletin. 1895: 1. 8:o.

Mount Hamilton. *Lick observatory.*
A brief account of the observatory. 2:d ed. Sacramento 1895. 8:o.

München. *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Sitzungsberichte. Philos.-philol. u. hist Cl. 1895: H. 1. 8:o.

Nancy. *Académie de Stanislas.*
Mémoires. (5) T. 11(1893). 8:o.
— *Société des sciences.*
Bulletin. (2) T. 13=Fasc. 28(1893). 8:o.

Napoli. *Accademia delle scienze fisiche e matematiche.*
Rendiconto. (3) Vol. 1(1895): Fasc. 5—7. 8:o.

New Haven. *Connecticut academy of arts and sciences.*
Transactions. Vol. 9: P. 2. 1895. 8:o.
— *Editors of the American journal of science.*
The American journal of science. (3) Vol. 47—48(1894). 8:o.
— *Yale university observatory.*
Report. Year 1894/95. 8:o.

New York. *Academy of sciences.*
Annales. Vol. 3: N:o 13; 5: 9—12 & Extra N:o 1—3 & Index; 6: 7—12; 7: Index; 8: 5. 1890—95. 8:o.
Transactions. Vol. 9: N:o 3—4 & Index; 10: 1; 11: 6—8. 1889—92. 8:o.
— *American museum of natural history.*
Bulletin. Vol. 6(1894). 8:o.
— *Microscopical society.*
Journal. Vol. 11(1895): N:o 3. 8:o.

Nürnberg. *Naturhistorische Gesellschaft.*
Abhandlungen. Bd 10: H. 3. 1895. 8:o.

Odessa. *Société des naturalistes de la Nouvelle-Russie.*
Mémoires. T. 19: 1—2. 1894—95. 8:o.

Offenbach. *Verein für Naturkunde.*
Bericht. 33—36(1891/95). 8:o.

Ottawa. *Royal society of Canada.*
Proceedings and transactions. Vol. 12(1894). 4:o.
— *Geological survey of Canada.*
LAMBE, L. M., Sponges from the western coast of North America. 1894. 4:o.

Palermo. *Circolo matematico.*
Rendiconti. T. 9(1895): Fasc. 3—4. 8:o.

Paris. *Bureau central météorologique.*
Annales. Année 1892: 1. 4:o.
— *Bureau des longitudes.*
Connaissance des temps pour l'an 1896. 8:o.
» » » Extrait à l'usage des écoles d'hydrographie ... pour l'an 1895. 8:o.
Rapport sur les observatoires astronomiques de province. 1893. 8:o.
LOEWY, M., Éphémérides des étoiles de culmination lunaire et de longitude pour 1894. 1893. 4:o.

Paris. *Bureau international des poids et mesures.*
Travaux et mémoires. T. 10. 1894. 4:o.
— *École polytechnique.*
Journal. Cahier 64. 1894. 4:o.
— *Ministère des travaux publics, Division des mines.*
Annales des mines. (9) T. 3—4(1893): Livr. 10—12; 5—6(1894): 1—12; 7—8(1895): 1—2.
Statistique de l'industrie minérale pour l'année 1892. 4:o.
— *Muséum d'histoire naturelle.*
Nouvelles archives. (3) T. 5—6: Fasc. 1. 1893—94. 4:o.
Centenaire de la fondation du Muséum d'histoire naturelle. Volume commémoratif. 1893. 4:o.
Bulletin. Année 1(1895): N:o 4—5. 8:o.
— *Observatoire de Paris.*
Annales. Observations 1885—87. 4:o.
— *Société d'études scientifiques.*
Feuille des jeunes naturalistes. (3) Année 25(1894/95): N:o 297—300. 8:o.
— *Société entomologique de France.*
Annales. Vol. 62(1893): Trim. 1—4. 8:o.
— *Société de géographie.*
Bulletin. (7) T. 16(1895): Trim. 1—2. 8:o.
Comptes rendus des séances. 1895: N:o 9—12. 8:o.
— *Société géologique de France.*
Bulletin. (3) T. 23(1895): N:o 2—4. 8:o.
Mémoires. T. 4: Fasc. 2—4; 5: 1 & 3. 1894—95. 4:o.
— *Société zoologique de France.*
Mémoires. T. 6(1893). 8:o.
Bulletin. T. 18(1893). 8:o.
Philadelphia. *Academy of natural sciences.*
Journal. (2) Vol. 9: P. 4. 1895. 4:o.
Proceedings. 1894: P. 3. 8:o.
— *Geographical club.*
Bulletin. Vol. 1: N:o 5. 1895. 8:o.
— *American philosophical society.*
Proceedings. Vol. 32(1893): N:o 143; 33(1894): 146. 8:o.
Plymouth. *Marine biological association.*
Journal. N. S. Vol. 3: Special number. 1895. 8:o.
Port of Spain. *Victoria Institute of Trinidad.*
Proceedings. P. 2. 1895. 8:o.
Potsdam. *K. Preussisches geodätisches Institut.*
Astronomisch-geodätische Arbeiten 1:r Ordnung. Telegraphische Längenbestimmungen in den Jahren 1890—93. 4:o.
Prag. *Spolek chemiků Českych.*
Listy chemické. R. 19(1895): č. 1—10. 8:o.
— *K. K. Sternwarte.*
Magnetische und meteorologische Beobachtungen. Jahrg. 55(1894). 4:o.
Pressburg. *Verein f. Heil- u. Naturkunde.*
Verhandlungen. H. 8(1892—93). 8:o.

Richmond. *Kew Observatory.*
Report. Year 1894. 8:o.

Roma. *R. Accademia dei Lincei.*
Atti. Cl. di scienze morali . . . (5) P. 1: (Memorie): Vol. 1. 1894. 4:o.
» » » » » » P. 2: (Not. degli Scavi): Vol. 3(1895): 4-7. 4:o.
» Cl. di scienze fisiche. (5) Rendiconti. Vol. 4(1895): Sem. 1: Fasc. 11—12; 2: 1—6. 4:o.
» Rendiconto dell' adunanza solenne del 9/6 1895. 4:o.
Rendiconti. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 4(1895): Fasc. 3-6. 8:o.
— *Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei.*
Atti. Anno 47(1893/94): Sess. 5—7; 48(1894/95): 1—6. 4:o.
— *R. Osservatorio del Campidoglio.*
Catalogo delle ascensioni rette medie pel 1890,0 di 2438 stelle comprese fra l'equatore ed il parallelo 80° Nord e di 45 stelle dell' emisfero australe. 1894. 4:o.

San Francisco. *California academy of sciences.*
Proceedings. (2) Vol. 4: P. 1. 1894. 8:o.

St. Petersburg. *Académie Imp. des sciences.*
Bulletin. (5) T. 2(1895): N:o 3—4. 4:o.
— *Institut imp. de médecine expérimentale.*
Archives des sciences biologiques. T. 3: N:o 5. 1895. 4:o.
— *Société Imp. Russe de géographie.*
Bulletin. T. 31(1895): 1. 8:o.

Stettin. *Entomologischer Verein.*
Stettiner entomologische Zeitung. Jahrg. 55(1894): N:o 10—12. 8:o.

Stuttgart. *Verein für vaterländische Naturkunde in Württemberg.*
Jahreshefte. Jahrg. 51(1894/95). 8:o.

Strassburg. *Universität.*
Academische Schriften 1894/95. 90 st.

Sydney. *Geological survey of New South Wales.*
Records. Vol. 4: P. 3. 1895. 4:o.
Annual report. Year 1894. Fol.
— *Australian museum.*
Report of trustees. Year 1894. Fol.

Tiflis. *Physikalisches Observatorium.*
Beobachtungen. Jahr 1893. Fol.
Beobachtungen der Temperatur des Erdbodens. 1888—89. 8:o.

Tokyo. *Imp. university, College of science.*
Journal. Vol. 7: P. 5. 1895. 4:o.

Torino. *R. Accademia delle scienze.*
Atti. Vol. 30(1894/95): Disp. 5—11. 8:o.
Osservazioni meteorologiche. Anno 1894. 8:o.
— *Musei di zoologia ed anatomia comparata.*
Bollettino. Vol. 10(1895): N:o 193-209. 8:o.

Toulouse. *Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres.*
Mémoires. (9) T. 5. 1893. 8:o.

Trieste. *Museo civico di storia naturale.*
Atti. 9. 1895. 8:o.
Troyes. *Société académique d'agriculture, des sciences, arts et belles-lettres du dép. de l'Aube.*
Mémoires. (3) T. 30(1893). 8:o.
Utrecht. *K. Nederlandsch meteorologisch instituut.*
Meteorologisch jaarboek voor 1893. tv. fol.
Onweders in Nederland. D. 15(1894). 8:o.
Verona. *Accademia d'agricoltura, arti e commercio.*
Memorie. (3) Vol. 70(1894)—71(1895): Fasc. 1. 8:o.
Washington. *U. S. Department of agriculture, Div. of ornithology and mammalogy.*
North American fauna. N:o 8. 1895. 8:o.
— *Smithsonian Institution.*
Annual report. 1892/93. 8:o.
Miscellaneous collections. 854, 969—970. 8:o.
— *U. S. Geological survey.*
Annual report. 14(1892/93): P. 1—2. 8:o.
Monographs. 23—24. 1894. 4:o
Bulletin. N:o 118—122. 1894. 8:o.
Wellington. *New Zealand Institute.*
Transactions and proceedings. Vol. 27(1894). 8:o.
Wien. *K. K. Zoologisch-botanische Gesellschaft.*
Verhandlungen. Bd 45(1895): H. 5—7. 8:o.
— *K. K. Geologische Reichsanstalt.*
Jahrbuch. Bd 44(1894): H. 2—4. 8:o.
— *K. K. Geographische Gesellschaft.*
Mittheilungen. Bd 37(1894). 8:o.
Würzburg. *Physikalisch-Medicinische Gesellschaft.*
Verhandlungen. N. F. Bd 29: N:r 1. 1895. 8:o.
Sitzungsberichte. Jahrg. 1895: N:o 1—2. 8:o.
Zürich. *Naturforschende Gesellschaft.*
Vierteljahrsschrift. Jahrg. 40(1895): H. 2. 8:o.

Af Herr H. Hyltén-Cavallius, Vexjö.

Småskrifter utgifna af botaniska bytesföreningen Linnæa.

Af Protokollsekreteraren J. Tegnér.

BRAUNE, F., Anteckningar om abbreviations-signaturer i svensk literatur. Sthlm 1893. 8:o.

Af utgifvarne:

P. A. NORSTEDT & SÖNERS förlagskatalog. N:o 1—2(1823—93). Sthlm. 8:o.

Annaes de sciencias naturaes publ. par A. NOBRE Anno 2(1895): N:o 3. 8:o.

Festskrift i Anledning af Professor HJALMAR HEIBERGS 25 Aars Jubilæum som Professor ved Kristiania Universitet. Kra 1895. 8:o.

Af författarne:

HOLST, N. O., Har det funnits mera än en istid i Sverige? Sthlm 1895. 8:o.
JUNGNER, J. R., Wie wirkt träufelndes und fliessendes Wasser auf die Gestaltung des Blattes? Stuttg. 1895 4:o.
KLINCKOWSTRÖM, A., Zur Anatomie der Edentaten. Jena 1895. 8:o.
NERMAN, G., En inomskärs farled mellan Stockholm och Öregrund. Sthlm 1885. 8:o.
— Om kanaler och slussar. Sthlm 1894. 8:o.
— Polheims slussar och Trollhätte kanal. Sthlm 1895. 8:o.
RYDELIUS, J. P., & CEDERBERG, V. A., Minne från John Ericssons graf i Filipstad. Sthlm 1895. 8:o.
THORELL, T., Decas Aranearum in ins. Singapore a Th. Workman inventarum. Firenze 1894. 8:o.
— Scorpiones exotici R. Musei historiæ naturalis Florentini. Firenze 1894. 8:o.
TRYBOM, F., Iakttagelser om vissa blåsfotingars uppträdande i gräsens blomställningar. Sthlm 1895. 8:o.
— Fisket i Halland år 1894. Halmstad 1895. 8:o.
CRIVETZ, TH., Essai sur le postulat d'Euclide. Bucarest 1895. 8:o.
FRESENIUS, C. R., Anleitung zur qualitativen chemischen Analyse. 16:e Aufl. Braunschweig 1895. 8:o.
HARTZ, N., Östgrönlands Vegetationsforhold. Khvn 1895. 8:o.
HJELT, E., Minnestal öfver A. E. Arppe. Hfors 1895. 4:o.
HOLM, TH., On the validity of some fossil species of Liriodendron. 1895. 8:o.
JANET, CH., Etudes sur les fourmis. Note 8—11. Paris 1895. 8:o.
— 3 småskrifter. 4:o.
KUNZE, O., Geogenetische Beiträge. Lpz 1895. 8:o.
KÖLLIKER, A. V., Zum feineren Baue des Zwischenhirns und der Regio hypothalamica. Jena 1895. 8:o.
LE JOLIS, A., Remarques sur la nomenclature hépatologique. Paris 1894. 8:o.
LEYST, E., Über den Magnetismus der Planeten. St. Petersb. 1894. 4:o.
MOURGNE, Docteur, La doctrine physiologique moderne. Programme des travaux. Alais 1892. 8:o.
REUTER, E., Zwei neue Cecidomyinen. Hfors 1895. 8:o.
SAINT-LAGER, Dr., Les anes et le vin. Paris 1893. 8:o.
SÖRENSEN, W., Forelöbig Meddelelse om Spiraclerne hos Insecterne i Almindelighed og hos Scarabæerne i Særdeleshed. Khvn 1895. 8:o.
THOMPSON, S. P., Polyphase electric currents and alternate-current motors. Lond. 1895. 8:o.
WILD, H., Das Konstantinow'sche meteorologische und magnetische Observatorium in Pawlowsk. St. Petersb. 1895. 4:o.

Stockholm 1895. Kungl. Boktryckeriet

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 52. 1895. № 8.

Onsdagen den 9 Oktober.

INNEHÅLL:

Tillkännagafs, att Akademiens inländske ledamot, Professorn vid Stockholms Högskola VICTOR RYDBERG, samt utländske ledamoten Professor LOUIS PASTEUR i Paris med döden afgått.

Letterstedtske stipendiaten Professor SAM. WIDE hade aflemnat berättelse om den resa, som han i sådan egenskap utfört till Italien och Grekland.

På tillstyrkan af komiterade antogos till införande dels i Akademiens Handlingar en afhandling af Amanuensen N. EKHOLM med titel: »Spännkraft und Dichte des Wasserdampfes und Eisdampfes nebst einigen anderen das Wasser betreffenden physikalischen Grössen», och en afhandling af Doktor K. G. OLSSON med titel: »Ueber die allgemeinen Jupitersstörungen des Planeten (127) Johanna»; samt dels i Bihanget till Handlingarne följande afhandlingar: 1:o) »Ueber die algebraischen Curven von

den Geschlechtern $p = 4$, 5 und 6, welche eindeutige Transformationen in sich besitzen», af Docenten A. WIMAN; 2:o) »Sphærulina halophila, en parasitisk pyrenomycet», af Docenten K. STARBÄCK; 3:o) »Ein bryologischer Ausflug nach Tåsjö», af Lektor H. W. ARNELL och Apothekaren C. JENSEN; 4:o) »De sydsvenska formerna af Rinodina sophodes och Rinodina exigua», af Fil. Doktor G. O. A:SON MALME; och 5:o) »Ueber Wurzelsprosse bei Listera cordata», af studeranden J. A. Z. BRUNDIN; hvarjemte Akademiens ledamot Hr LINDSTRÖM för intagande jemväl i Bihanget öfverlemnade en af honom författad afhandling med titel: »On remains of a Cyathaspis from the Silurian strata of Gotland.»

Hr ODHNER redogjorde för innehållet af ofvannämnda reseberättelse af Professor WIDE samt för de vigtigaste af denne derunder utförda arbeten.

Hr HASSELBERG lemnade meddelande om en i Amerika utförd spektroskopisk undersökning rörande den fysiska konstitutionen af planeten Saturni ringsystem.

Hr GYLDÉN meddelade följande af honom författade uppsatser: 1:o) »En transformation af den differentialeqvation, som bestämmer ojemnheterna med mycket långa perioder i en planets longitud»*, 2:o) »Till theorien för rörelsen hos en pendel med variabel längd»*, samt redogjorde för dessa uppsatsers hufvudsakliga innehåll.

Sekreteraren meddelade för intagande i Öfversigten af Akademiens förhandlingar följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Tvänne nya fyndorter för subfossila Trapafrukter i Misterhults socken, Småland», af Prof. A. G. NATHORST*; 2:o) »Kärlväxtfloran på Visby ruiner», af Lektor C. A. M. LINDMAN*; 3:o) »Om Bunsens iskalorimeter och dess användning för bestämning af ångbildningsvärmet vid 0° C., af Filos. Licentiaten A. SVENSSON*; 4:o) »Ueber Zuschlagspræmien und einige damit zusammenhängende Fragen», af Filos. Doktor H. TISELIUS*.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

Stockholm. *Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Sveriges officiela statistik. 3 häften. 4:o.
Lund. *Universitetsbiblioteket.*
Porträtt af professor M. V. Odenius. 1 bl. fol.
Upsala. *K. Vetenskaps societeten.*
Nova acta. (3) Vol. 15: Fasc. 2. 1895. 4:o.
Östersund. *Jämtlands läns fornminnesförening.*
Tidskrift. Bd 1: H. 4. 1895. 8:o.
Albany. *New York state library.*
Annual report. 47(1893). 8:o.
Amsterdam. *K. Akademie van wetenschappen.*
Verhandelingen. Sect. 1: D. 2: N:o 7; 3: 1—4. 1894—95. 8:o.
» » 2: D. 4: N:o 1-6. 1894—95. 8:o.
» Afd. Letterkunde. D. 1: N:o 4. 1895. 8:o.
Verslagen en mededeelingen. Afd. Letterkunde. (3) D. 11. 1895. 8:o.
Verslagen van de zittingen der wis- en natuurkundige afdeeling. D. 3(1894/95). 8:o.
Jaarboek. 1894. 8:o.
Myrmedon aliaque poemata. 1895. 8:o.
Berkeley. *University of California.*
Biennial report of the president. 1888; 1893. 8:o.
Annual report of the secretary. 1893/94. 8:o.
Bulletin. N:o 7, 10, 13, 15—17, 19—20, 23, 26—28, 31, 33—35. 1875—81. 8:o.
Studies. Vol. 1: N:o 1—2. 1893—94. 8:o.
College of agriculture. Reports. 1879, 1884, 1887. 8:o.
Agricultural experiment station. Report of work. 1888/89; 1891/92; 1892/93.
» » » Report of the viticultural work. 1885—86; 1887—89. 8:o.
» » » Reports of examinations of waters, water supply, and related subjects. 1886—89. 8:o.
» » » Alkali lands, irrigation and drainage in their mutual relations. 1892. 8:o.
» » » Reports of experiments on methods of fermentation, 1886—87. 8:o.
Bulletin of the department of Geology. Vol. 1: N:o 1—9. 1893—95. 8:o.
» » » » » Mechanical engineering. N:o 2—3. 1887. 8:o.
Library. Contents-index. Vol. 1. 1889—90. 8:o.
» Bulletin. N:o 1, 9, 12. 1887—94. 8:o.
Register. 1893/94. 8:o.
Addresses at the inauguration of the presidents. 1881, 1886—88, 1893. 8:o.
The blue and gold hand-book. 1886. 8:o.

Berkeley. *University of California.*
WRIGHT, J. W. A., Lecture on cotton culture. 1875. 8:o.
HOLDEN, E. S., List of recorded earthquakes. 1887. 8:o.
HARRISON, G. F. E., Report of physical training. 1888. 8:o.
JACKSON, A. W., On the building stones of California. 1888. 8:o.
STRINGHAM, I., Class-room notes on uniplanar kinematics. 1893. 8:o.
GAYLEY, C. M., & BRADLEY, C. B., Suggestions to teachers of English in secondary schools. 1894. 12:o.
Memorial of Professor John Le Conte. 1892. 4:o.
Alumni association. 3 papers. 8:o.

Bruxelles. *Société entomologique de Belgique.*
Annales. T. 38. 1894. 8:o.
— *Société Belge de microscopie.*
Bulletin. Année 21(1894/95): N:o 7—9. 8:o.

Bucarest. *Institutul meteorologic.*
Analele. T. 9(1893). 4:o.

Buenos Aires. *Sociedad científica Argentina.*
Anales. T. 39(1895): Entr. 6; 40(1895): 1. 8:o.

Calcutta. *Asiatic society of Bengal.*
Journal. N. S. Vol. 63(1894): P. 1: Index; 64(1895): P. 1: N:o 1; 2: 2. 8:o.
Proceedings. 1895: N:o 4—6. 8:o.
— *Geological survey of India.*
Records. Vol. 28(1895): P. 3. 8:o.

Cambridge, U. S. A. *Museum of comparative zoology.*
Memoirs. Vol. 18. 1895. 4:o.

Chambésy. *Herbier Boissier.*
Bulletin. T. 3(1895): N:o 9. 8:o.
BARBEY, C. & W., Herbarisations au Levant. Lausanne 1882. 4:o.
BARBEY, W., Floræ Sardoæ compendium. Lausanne 1885. 4:o.
— Epilobium. Lausanne 1885. 4:o.
— Lydie, Lycie, Carie. Études botaniques. Lausanne 1890. 4:o.
— Cypripedium Calceolus Macranthos. Lausanne 1891. 4:o.
BERNET, H., Catalogue des Hépatiques du sud-ouest de la Suisse. Genève 1888. 8:o.
BOISSIER, E., Icones Euphorbiarum. Genève 1866. 4:o.
— & BUHSE, F., Aufzählung der auf einer Reise durch Transkaukasien und Persien gesammelten Pflanzen. Moskau 1860. 4:o.
HELDEREICH, T. DE, Flore de l'île de Céphalonie. Lausanne 1883. 8:o.
LERESCHE, L., & LEVIER, É., Deux excursions botaniques dans le Nord de l'Espagne et le Portugal. Lausanne 1880. 8:o.
LOSCOS, F., & PARDO, J., Serie imperfecta de las plantas Aragonesas espontáneas. Alcañiz 1867. 8:o.
MAJOR, C. J. F., Le gisement ossifère de Mitylini. Lausanne 1894. 4:o.
— & BARBEY, W., Halki, étude botanique. Lausanne 1894. 4:o.

(Forts. å sid. 512.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 8.
Stockholm.

En transformation af den differentialeqvation, som bestämmer ojemnheterna med mycket långa perioder i en planets longitud.

Af HUGO GYLDÉN.

[Meddeladt den 9 Oktober 1895.]

I mitt meddelande vid K. Akademiens senaste sammankomst återkom jag till en fråga, som sedan länge och vid flere tillfällen sysselsatt mig, och till hvars fullt tillfredsställande lösning jag genom fortsatta bemödanden sökt närma mig, nämligen till undersökningen af den differentialeqvation, hvars lösning förmedlar bestämningen af sådana ojemnheter i planeternas och satelliternas rörelser, hvilkas perioder i förhållande till omloppstiden äro mycket stora tal, jemförbara med förhållandet af centralkroppens massa till den störande kroppens. Denna gång skall jag åter anföra ett litet bidrag till undersökningen af denna ytterst svårlösta fråga, i det jag i likheten (5) af det föregående meddelandet inför en ny oberoende variabel. Genom denna åtgärd vinner jag en ny horistika, som omedelbart leder till ett betydligt mer approximeradt numeriskt resultat än det, jag senast anförde.

Ifrågavarande likhet är den följande [1])

$$\frac{d^2Y}{dx^2} - 16q(1+q^2)\operatorname{Sin}2x\frac{dY}{dx} - g[128q^2(1+2q^2)+32q(1+q^2)\operatorname{Cos}2x + 64q^2\operatorname{Cos}4x]\,Y = -\Omega\,,$$

der jag nu dels bortlemnat de med Y^2 och Y^3 multiplicerade termerna, dels med $-\Omega$ betecknat summan af de bekanta.

[1]) Angående betydelsen af de i den anförda eqvationen förekommande bokstäfverna, hänvisas till mitt meddelande vid sistlidne septembersammankomst.



I denna likhet inför jag nu den nya variabeln, som må betecknas med u, och hvars förhållande till x, jag tills vidare fastställer medelst relationen

$$dx = e^{\int \Phi du} du ,$$

der Φ tänkas såsom en funktion af u, som det ännu återstår oss att bestämma. Man erhåller nu:

$$\frac{dY}{dx} = \frac{dY}{du} e^{-\int \Phi du} ,$$

$$\frac{d^2 Y}{dx^2} = \frac{d^2 Y}{du^2} e^{-2\int \Phi du} - \frac{dY}{du} \Phi e^{-2\int \Phi du} .$$

Den ursprungliga likheten antar härmed följande form:

$$(1) \quad \frac{d^2 Y}{du^2} - \{16q(1+q^2) \operatorname{Sin} 2x \, e^{\int \Phi du} + \Phi\} \frac{dY}{du}$$
$$- g[128q^2(1+2q^2) + 32q(1+q^2) \operatorname{Cos} 2x$$
$$+ 64q^2 \operatorname{Cos} 4x] Y e^{2\int \Phi du} = - \Omega e^{2\int \Phi du} ;$$

och det är tydligt, att man kan bestämma funktionen Φ sålunda, att den med $\frac{dY}{du}$ multiplicerade termen fullständigt försvinner. Man vinner dock ändamålet äfven medelst ett mindre strängt fasthållande af detta vilkor, och jag skall derföre använda det uttryck, som bestämdes för ifrågavarande funktion i afhandlingen »Nouvelles recherches &c.» Enligt denna bestämning har man

$$e^{\int \Phi du} = \frac{K}{E} \left(\operatorname{dn} \frac{2K}{\pi} u \right)^2 .$$

Häraf följer

$$\int \Phi du = \log \frac{K}{E} + 2 \log \operatorname{dn} \frac{2K}{\pi} u ,$$

samt

$$\Phi = - 2k^2 \frac{2K}{\pi} \frac{\operatorname{sn} \frac{2K}{\pi} u \operatorname{cn} \frac{2K}{\pi} u}{\operatorname{dn} \frac{2K}{\pi} u}$$

$$= - \frac{16q}{1-q^2} \operatorname{Sin} 2u ;$$

och det bör anmärkas, att största termen, som blifvit bortlemnad i det senaste approximativa uttrycket, är multiplicerad med q upphöjd till den tredje potensen.

Ur den nämnda afhandlingen hemta vi nu följande afkortade uttryck

$$\left(\frac{\pi}{2K}\right)^2\left(\frac{\pi}{2E}\right)^2 = 1 - 16q^2 + 208q^4,$$

$$\frac{\pi}{2K}\frac{\pi}{2E}\left(\frac{2K}{\pi}\right)^2\left(\mathrm{dn}\,\frac{2K}{\pi}u\right)^2 = 1 + 8q(1 - 7q^2)\,\mathrm{Cos}\,2u + 16q^2\,\mathrm{Cos}\,4u,$$

$$\left(\frac{\pi}{2K}\frac{\pi}{2E}\right)^2\left(\frac{2K}{\pi}\right)^4\left(\mathrm{dn}\,\frac{2K}{\pi}u\right)^2 = 1 + 32q^2 - 320q^4$$
$$+ 16q(1 + q^2)\,\mathrm{Cos}\,2u + 64q^2\,\mathrm{Cos}\,4u,$$

samt vidare:

$$\mathrm{Cos}\,2x = -4q + 44q^2 + (1 - 12q^2)\,\mathrm{Cos}\,2u + 4q\,\mathrm{Cos}\,4u + \ldots,$$

$$\mathrm{Sin}\,2x = (1 - 20q^2)\,\mathrm{Sin}\,2u + 4q\,\mathrm{Sin}\,4u + \ldots,$$

$$\mathrm{Cos}\,4x = 24q^2 - 8q\,\mathrm{Cos}\,2u + \mathrm{Cos}\,4u + \ldots,$$

$$\mathrm{Sin}\,4x = -8q\,\mathrm{Sin}\,2u + \mathrm{Sin}\,4u + \ldots.$$

Med stöd af dessa uttryck erhåller man nu följande resultat ur (1):

$$\frac{d^2Y}{du^2} - 128q^2(1 + 2q^2)(1 + 32q^2)gY + 16q(1 + q^2)\,\mathrm{Sin}\,2u\,\frac{dY}{du}$$
$$= 16q(1 + q^2)\{(1 - 20q^2)\,\mathrm{Sin}\,2u + 4q\,\mathrm{Sin}\,4u\}$$
$$\times\{1 + 8q(1 - 7q^2)\,\mathrm{Cos}\,2u + 16q^2\,\mathrm{Cos}\,4u\}\frac{dY}{du}$$
$$+ g\{128q^2(1 + 22q^2) - 32q(1 - 27q^2)\,\mathrm{Cos}\,2u - 192q^2\,\mathrm{Cos}\,4u\}$$
$$\times\{1 + 32q^2 + 16q(1 + q^2)\,\mathrm{Cos}\,2u + 64q^2\,\mathrm{Cos}\,4u\}\,Y$$
$$= -\Omega\left(\frac{K}{E}\right)^2\left(\mathrm{dn}\,\frac{2K}{\pi}u\right)^2.$$

Utföres här de betecknade multiplikationerna, så förenklas resultatet väsentligen, och man bibehåller följande likhet:

$$(2)\quad \frac{d^2Y}{du^2} - 11776gq^4 Y = \{-192q^3 \operatorname{Sin} 2u + 128q^2 \operatorname{Sin} 4u\}\frac{dY}{du}$$
$$- g\{32q(1+21q^2) \operatorname{Cos} 2u + 448q^2 \operatorname{Cos} 4u\} Y$$
$$- \Omega_1 ,$$

der vi för korthetens skull betecknat den sista termen med Ω_1.

Den senast funna eqvationen är emellertid ännu ej fullt lämplig för sitt ändamål, emedan den horistiska termens koefficient, vid fortsatta approximationer, kommer att väsentligen förminskas. Sätter man emellertid:

$$(3)\quad Y = \{1 + g[8q(1+21q^2) \operatorname{Cos} 2u + 28q^2 \operatorname{Cos} 4u]\}\zeta ,$$

så erhåller man följande nya eqvation i ζ:

$$(4)\quad \frac{d^2\zeta}{du^2} - 6144gq^4\zeta = \{32q(g - 6q^2 + 21gq^2) \operatorname{Sin} 2q$$
$$+ 32q^2(4+7g) \operatorname{Sin} 4u\}\frac{d\zeta}{du}$$
$$- \Omega_1 ,$$

der alla med g^2 multiplicerade termer blifvit bortlemnade.

Det är denna likhets härledning, jag åsyftat med föreliggande meddelande. Att densamma i högre grad, än den, jag anförde i mitt föregående meddelande, begränsar koefficienterna till de långperiodiska termerna, inses utan svårighet. Densamma egnar sig derföre bättre än den sistnämnda till att härleda numeriska resultat. Genom att använda densamma på det exempel, som anfördes i föregående meddelande, finner man ett resultat, som är omkring 10 gånger mindre än det förra, således i vida högre grad begränsadt.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 8.
Stockholm.

Till theorien för rörelsen hos en pendel med variabel längd.

Af Hugo Gyldén.

[Meddeladt den 9 Oktober 1895.]

I det senast utkomna häftet af Acta mathematica [1]) finnes införd en afhandling af Herr Léon Lecornu, der författaren utvecklar theorien för pendelrörelsen under förutsättning att pendelns längd tänkes föränderlig. Detta arbete har särskildt väckt mitt intresse derföre, att innehållet af detsamma företer vissa likheter med ett problem, som jag för ett antal år sedan behandlat, och till hvilket jag då fann en, i alla afseenden tillfredsställande lösning. Jag sökte nämligen vid detta tillfälle den inverkan på planeternas rörelser, som skulle uppstå, om solens massa oafbrutet vore underkastad förändringar. [2]) — Det är tydligt, att detta problem måste hafva vissa beröringspunkter med det af Herr Lecornu behandlade, alldenstund en ändring af pendellängden kan kompenseras genom motsvarande ändringar af tyngdkraftens intensitet, och således äfven genom ändringar af jordens massa.

I anseende till beröringspunkterna emellan de båda omnämnda problemen, syntes det mig genast antagligt, att den af Herr Lecornu behandlade uppgiften, äfven på den väg som jag brukat beträda vid liknande tillfällen, skulle kunna finna sin lösning. Jag kunde derföre icke motstå frestelsen, att träda ifrågavarande problem något närmare, och synes mig ett kort meddelande om gången af min undersökning ej sakna sitt in-

[1]) Acta math. Bd. 19.
[2]) Öfversigten, 1884, Mars 12.

tresse, hufvudsakligen i betraktande af den anmärkningsvärdt korta räkning, densamma erfordrat.

Det omnämnda problemet reducerar Herr LECORNU till integrationen af följande differentialeqvation:

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{\gamma^2}{1 + p\gamma t} u = 0 . \tag{1}$$

Betydelsen af de olika, i denna likhet förekommande bokstäfver inhemtas ur följande utredning.

Antag, med Herr LECORNU, att den variabla pendellängden l förändras, helt enkelt proportionelt mot tiden, så att man har:

$$l = a + bt ,$$

der a och b beteckna konstanter. Låt vidare θ beteckna pendelns utslagsvinkel, och g, såsom i liknande undersökningar vanligt, tyngdkraftens intensitet; dä gälla uttrycken

$$\gamma^2 = \frac{g}{a} ; \; p = \frac{l}{\sqrt{ag}} ,$$

och slutligen

$$\begin{aligned} u &= l\theta \\ &= a(1 + p\gamma t)\theta . \end{aligned}$$

Likheten (1) måste integreras medelst på hvarandra följande approximationer. För att finna en lämplig utgångspunkt för desamma, inför jag först och främst en ny variabel τ, som jag bestämmer medelst likheten

$$d\tau = \frac{dt}{\sqrt{1 + p\gamma t}} . \tag{2}$$

Ur likheten (1) erhålles då följande:

$$\frac{d^2u}{d\tau^2} - \frac{1}{2} \frac{p\gamma}{\sqrt{1 + p\gamma t}} \frac{du}{d\tau} + \gamma^2 u = 0 . \tag{3}$$

Jag anmärker i förbigående att, alldenstund man ur likheten (2) finner

$$\tau = \frac{2}{pg} \sqrt{1 + p\gamma t} ,$$

der integrationskonstanten tänkes införlifvad med τ, så kan likheten (3) äfven skrifvas såsom följer:

$$(3,\ a)\qquad \frac{d^2u}{d\tau^2}-\frac{1}{\tau}\frac{du}{d\tau}+\gamma^2u=0\,;$$

och sätter man vidare:

$$u=\tau y\,,$$

så antager densamma följande form

$$\frac{d^2y}{d\tau^2}+\frac{1}{\tau}\frac{dy}{d\tau}+\left(\gamma^2-\frac{1}{\tau^2}\right)y=0\,;$$

eller, om man betecknar:

$$\gamma\tau=\lambda\,,$$

$$\frac{d^2y}{d\tau^2}+\frac{1}{\lambda}\frac{dy}{d\lambda}+\left(1-\frac{1}{\lambda^2}\right)y=0\,.$$

Men denna eqvation kan, såsom bekant är, integreras medelst s. k. cylinderfunktioner, och på denna bas har äfven Herr LECORNU begynt sin undersökning. Man finner för öfrigt, om man inför

$$y=\lambda J\,,$$

att ifrågavarande likhet öfvergår i denna:

$$\frac{d^2J}{d\lambda^2}+\frac{1}{\lambda}\frac{dJ}{d\lambda}+J=0\,.$$

Då emellertid den väg, som sålunda blifvit beträdd, ej synes i alla afseenden ledande till målet, anknyter Herr LECORNU sin undersökning till en ny utgångspunkt. Utvecklingarna enligt den senare methoden utför han dock icke synnerligen långt, emedan de leda till, såsom han uttrycker sig, en räkning »d'une longeur rebutante». — Ur likheten (3) kan man emellertid vinna en annan utgångspunkt för undersökningen af funktionen u, än de författaren till meranämnda afhandling tillgripit, och vill det synas som om man sålunda lättare kommer till det åsyftade resultatet. Den framställning af mitt tillvägagående, jag i följande rader skall lemna, är dock inskränkt, ehuru sådant icke varit

nödvändigt, till det fall, då tiden antages hafva ett värde emellan 0 och ∞, samt värdet af produkten $p\gamma$ understiger enheten.

För att vinna den afsedda utgångspunkten, utsätter jag först och främst den integrationskonstant, som tänktes ingå i τ, och tilldelar åt densamma värdet $\frac{2}{p\gamma}$. Härigenom vinnes relationen

$$(4) \qquad 1 + \tfrac{1}{2} p\gamma\tau = \sqrt{1 + p\gamma t}\,;$$

och i stället för likheten (3), hafva vi nu den följande

$$(5) \qquad \frac{d^2u}{d\tau^2} - \tfrac{1}{2}\frac{p\gamma}{1 + \frac{1}{2}p\gamma\tau}\frac{du}{d\tau} + \gamma^2 u = 0\,.$$

Genom att åter här införa:

$$(6) \qquad u = \sqrt{1 + \tfrac{1}{2}p\gamma\tau}\; y\,,$$

finnna vi:

$$(7) \qquad \frac{d^2y}{d\tau^2} + \gamma^2\left(1 - \tfrac{5}{16}\frac{p^2}{(1 + \frac{1}{2}p\gamma\tau)^2}\right)y = 0\,.$$

Ville man i denna likhet bortlemna termer af ordningen $p^3\gamma^3$, då vore densamma omedelbart integrabel. Men vi kunna gå vidare och genom en ytterligare transformation än mer närma den resulterande likheten till en sådan, som har ifrågavarande egenskap. Införa vi nämligen en ny oberoende variabel medelst likheten

$$(8) \qquad d\tau = \frac{d\vartheta}{\sqrt{1 - \frac{5}{16}\frac{p^2}{(1 + \frac{1}{2}p\gamma\tau)^2}}}\,,$$

så framgår ur den föregående differentialeqvationen den följande

$$(9) \qquad \frac{d^2y}{d\vartheta^2} + \tfrac{5}{32}\frac{\gamma p^3}{\left[(1 + \frac{1}{2}p\gamma\tau)^2 - \frac{5}{16}p^2\right]^{\frac{3}{2}}}\frac{dy}{d\vartheta} + \gamma^2 y = 0\,.$$

Denna likhet blir integrabel, om man bortlemnar termer, som äro af fjerde ordningen i afseende på p, men uppnåendet af detta resultat var icke anledningen till föreliggande meddelande. Deremot tror jag mig genom de anförda transforma-

tionerna hafva framvisat, huruledes man, genom fortsatta sådana, allt mer och mer skall kunna närma sig en differentialeqvation, som besitter ifrågavarande egenskap. Stannar man emellertid vid den senast anförda likheten, och bortlemnar man de med p^4 och högre potenser af p multiplicerade termerna, så vinnes resultatet

$$(10) \qquad \eta = \{c_1 \operatorname{Sin} \gamma\vartheta + c_2 \operatorname{Cos} \gamma\vartheta\} e^{-\frac{5}{64}\gamma p^2 \vartheta},$$

der c_1 och c_2 beteckna de båda integrationskonstanterna.

I detta uttryck bör nu variabeln ϑ ersättas först med τ och sedan med t. Men äfven om man föredrar att bibehålla detsamma under den ursprungliga formen, som onekligen är den enklaste, så måste dock den ändliga relationen emellan ϑ och τ uppsökas, ur hvilken sedermera relationen emellan ϑ och t omedelbart kan erhållas. För detta ändamål skrifver jag likheten (8) såsom följer

$$d\vartheta = \frac{\sqrt{(1 + \frac{1}{2}p\gamma\tau)^2 - \frac{5}{16}p^2}}{1 + \frac{1}{2}p\gamma\tau}\, d\tau,$$

och finner ur densamma, efter att på ett passande sätt hafva bestämt integrationskonstanten, det approxiva resultatet

$$(11) \qquad \vartheta = (1 - \tfrac{5}{32}p^2)\tau$$
$$= \frac{2(1 - \frac{5}{32}p^2)}{p\gamma}\{\sqrt{1 + p\gamma t} - 1\}.$$

Att införa detta värde i formeln (10) synes fullkomligt öfverflödigt, ty resultatets allmänna egenskaper äro med tillräcklig tydlighet synliga ur de relationer, som redan blifvit utsatta. Deremot vill jag ännu påpeka, att ett strängare uttryck för relationen emellan ϑ och t lätt nog hade kunnat erhållas, om man hade integrerat uttrycket

$$\frac{d\vartheta}{d\tau} = 1 - \frac{5}{32}\frac{p^2}{(1 + \frac{1}{2}p\gamma\tau)^2} + \ldots.$$

Någon ändrig af resultatet, som hade berört dess allmänna karaktär, hade dock icke blifvit följden häraf, och derföre har jag uraktlåtit att fortsätta denna räkning.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 502.)

Chambésy. *Herbier Boissier.*

STEFANI, C. DE, MAJOR, C. J. F., & BARBEY, W., Samos. Étude géologique, paléontologique et botanique. Lausanne 1892. 4:o.

— — — Karpathos. Étude géologique, paléontologique et botanique. Lausanne 1895. 4:o.

37 småskrifter.

Córdoba. *Academia nacional de ciencias.*

Boletin. T. 14(1894): Entr. 2. 8:o.

Danzig. *Provinzial-Commission zur Verwaltung der Provinzial-Museen.*

Abhandlungen zur Landeskunde der Prov. Westpreussen. H. 9. 1895. 4:o.

Des Moines. *Iowa academy of sciences.*

Proceedings. Vol. 1: P. 2–3(1890—92); 2(1894). 8:o.

Göttingen. *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*

Nachrichten. Hist.-philol. Kl. 1895: H. 3. 8:o.

Hamburg. *Naturhistorisches Museum.*

Mitteilungen. Jahrg. 12(1894). 8:o.

Hanau. *Wetterauische Gesellschaft für die gesammte Naturkunde.*

Bericht. 1892/95. 8:o.

Harlem. *Société hollandaise des sciences.*

Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles. T. 29(1895): Livr. 3. 8:o.

Helsingfors. *Finska vetenskaps-societeten.*

Acta. T. 20. 1895. 4:o.

Öfversigt af förhandlingar. 36(1893/94). 8:o.

Bidrag till kännedom af Finlands natur och folk. H. 54—56. 1894—95. 8:o.

— *Sällskapet för Finlands geografi.*

Travaux géographiques exécutés en Finlande. 1895. 8:o.

Karlsruhe. *Grossh. Technische Hochschule.*

Dissertationen etc. 1894/95. 7 st.

Lansing. *State horticultural society of Michigan.*

Annual report. 33(1893). 8:o.

Leipzig. *K. Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften.*

Abhandlungen. Phil.-hist. Cl. Bd 15: N:o 3. 1895. 8:o.

Berichte. » » » 1895: 1–2. 8:o.

» Math.-phys. Cl. 1895: 3. 8:o.

Liége. *Société R. des sciences.*

Mémoires. (2) T. 18. 1895. 8:o.

London. *Geologists' association.*

Proceedings. Vol. 14(1895): P. 4. 8:o.

— *Royal society.*

Proceedings. Vol. 58(1895): N:o 351. 8:o.

Indian meteorological memoirs. Vol. 7: P. 1–2. Simla 1894. 4:o.

(Forts. å sid. 560.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1895. N:o 8.
Stockholm.

Tvenne nya fyndorter för subfossila *Trapa*-frukter i Misterhults socken, Småland.

Af A. G. NATHORST.

[Meddeladt den 9 Oktober 1895.]

I slutet af juli månad innevarande år (1895) ankom från godsegaren H. NORDENSKJÖLD på Fårebo till Riksmuseets afdelning för fossila växter en sändning *Trapa*-frukter, upphemtade från bottnen af Fagersjön i Misterhults socken. Denna sändning erhölls såsom svar på ett af Dr GUNNAR ANDERSSON föranledt upprop, infördt i Svenska mosskultur-föreningens tidskrift och framhållande önskligheten af att tillvarataga de frukter af *Trapa*, som vid mossodlingar eller andra liknande tillfällen tilläfventyrs kunde anträffas. Fyndorten i Fagersjön var emellertid redan bekant och är af mig för länge sedan beskrifven.[1]) På samma gång jag å museets vägnar till godsegaren NORDENSKJÖLD uttryckte min tacksamhet för den erhållna gåfvan, påpekade jag, att det kunde vara af intresse att undersöka de nedanför Älmten belägna sjöarne, särskildt Trästen, hvilken A. F. CARLSON vid sina forskningar 1885 icke hade kunnat undersöka i brist på båt, ehuru han för öfrigt ansåg, att denna sjö borde hafva erbjudit lämpliga lokaler för Trapa.

Till min stora tillfredsställelse erhöll jag 14 dagar senare från godsegaren NORDENSKJÖLD den glädjande underrättelsen, att

[1]) A. G. NATHORST, Om de fruktformer af *Trapa natans* L., som fordom funnits i Sverige. Bihang till K. Vet. Akad. Handl., Bd 13, Afd. III, N:o 10.

hans med anledning af min skrifvelse utförda undersökningar krönts med framgång, i det att han funnit Trapafrukter dels i den lilla sjön (eller rättare utvidgningen af ån) **Dofvan** mellan Älmten och **Trästen**, dels i denna senare. På förra stället påträffades endast några få exemplar, medan deremot *Trapa* fordom synes varit allmän i Trästen, på hvars södra sida en stor mängd frukter funnos i gyttjan på bottnen, der vattnet var ungefär 2,1 meter (7 fot) djupt. En undersökning af de längre ned befintliga Fårebosjön och Långsjön gaf deremot negativt resultat, och redan CARLSON hade ju i fråga om den förra på-

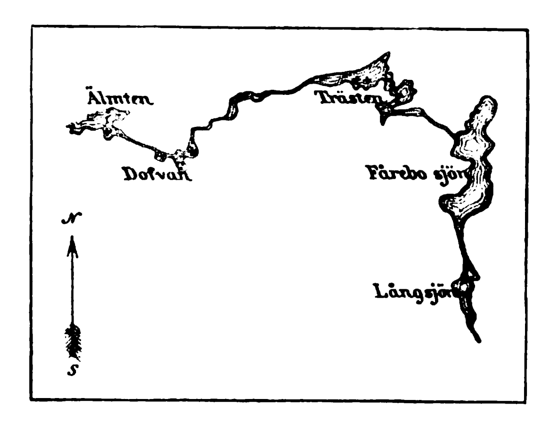


Fig. 1. Kartskiss utvisande förekomsten af *Trapa*-frukter på bottnen af sjöarne Dofvan och Trästen i Misterhults socken. Skala 1 : 100,000. Fyndorterna angifvas genom kors.

pekat, att dess steniga botten knappast torde hafva erbjudit tjenlig ståndort för växten.

Då Trästen genomdrages af samma vattendrag, som de öfriga sjöar i Misterhults socken, på hvilkas botten *Trapa*-frukter hittills blifvit funna, skulle man ju kunna ifrågasätta, om ej de i densamma erhållna frukterna kunde vara ditsvämmade från dessa. EDU. LEHMANN uppgifver i förbigående [1]) att *Trapa*-frukter föras från gouvernementet Minsk med floden Wilia ända

[1]) EDUARD LEHMANN, Flora von Polnisch-Livland, S. 398. Arch. für Naturk. Liv-, Ehst- und Kurlands. 2 Ser. Bd XI, Lief. 1. Jurjew (Dorpat) 1895.

till Wilna, en sträcka, som fågelvägen uppgår till minst 150 kilometer, långs floden till betydligt mera. Att emellertid de ur Trästen upphemtade frukterna icke blifvit ditsvämmade, utan härröra af på stället fordom lefvande exemplar, synes mig temligen obestridligt på grund af frukternas egen beskaffenhet. Ty ehuru visserligen det stora flertalet af frukterna tillhöra samma ras som i Älmten, Fagersjön, Bosjön, Ösjön, finnas derjemte några andra (fig. 2), hvilka äro utmärkta genom sina ovanligt kraftiga tornar och knölar, och till hvilka jag icke sett full motsvarighet i öfriga sjöar. Då derjemte, enligt godsegaren NORDENSKJÖLDS uppgift, frukterna förekomma i mängd tillsammans i

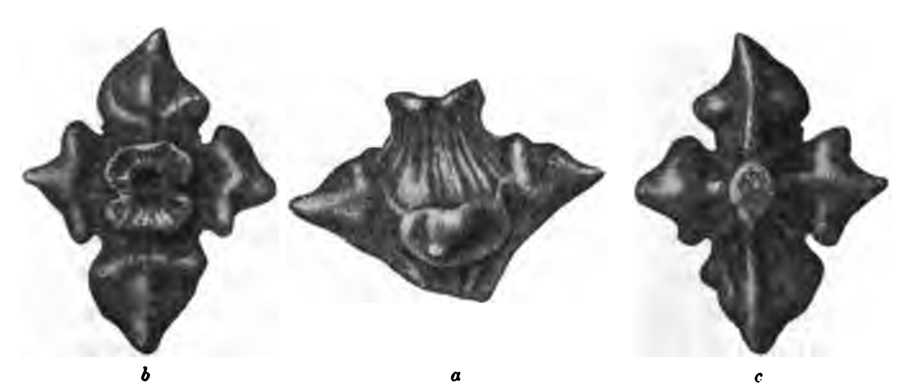


Fig. 2. *Trapa*-frukt från bottnen af sjön Trästen, naturlig storlek; *a*, från sidan; *b*, ofvanifrån; *c*, underifrån.

gytja, eller just på en sådan lokal, der *Trapa* plägar lefva, har man ingen anledning att antaga annat, än att växten äfven i Trästen haft sitt hemvist.

För att återkomma till redogörelsen för de härstädes funna formerna, så är om dessa ej mycket annat att säga än att de samtliga, i likhet med öfriga frukter från Hemsjön, Ösjön, Bosjön, Fagersjön och Älmten, tillhöra formen *coronata* samt att de närmast öfverensstämma med de raser, som funnits i Älmten, Fagersjön och Ösjön, ofta med den öfversittande delen förlängd (*f. elongata*). Hos flertalet af de till nära ett hundratal uppgående frukterna äro de undre tornarne nedåtböjda, liksom hos

Fagersjö-rasen, ehuru här ej alltid fullt så mycket. De öfriga erinra mest om formerna i Älmten och Ösjön med öfvergångsformer till de förra. En stor och två mindre frukter hafva icke kronan utvecklad, men dessa exemplar äro abnormt utbildade och visa genom sina öfriga karakterer, att de det oaktadt höra till formen *coronata*. Hos ett annat, äfven något snedt och abnormt utveckladt, exemplar är den undre delen mera förlängd, och då kronan äfven här är mindre utbildad, uppkommer hos detta exemplar en viss likhet med de fossila frukterna från Näsbyholm i Skåne. Af särskildt intresse är ett exemplar, hos hvilket en af tornarne är fördubblad, såsom jag förut iakttagit hos 4 exemplar från Qvittinge ängar (l. c. sid. 20, tafl. 1, fig. 3). Dock är endast den ena af de dubbla tornarne utbildad såsom torn, medan den andra motsvaras af en rund knöl.

Hos intet exemplar visar någon af tornarne den yttersta med hullingar försedda spetsen, medan deremot de borst, som täcka fruktens mynning, stundom ännu äro bevarade.

Huruvida äfven de i Dofvan påträffade frukterna härröra från exemplar af *Trapa*, som lefvat på stället, är deremot för närvarande omöjligt att afgöra, och man kunde ju tänka sig, att de blifvit ditsvämmade från Älmten. Å andra sidan innebär det ju icke någon osannolikhet, att *Trapa* äfven derstädes kunnat förekomma lefvande.

I Fårebosjön och Långsjön har herr NORDENSKJÖLD förgäfves sökt finna spår af växten.

Fyndorten i Trästen ligger fågelvägen cirka 10,5 kilometer från Kattsviken i Storuttern, det nordligaste ställe, der *Trapa* i ifrågavarande sjöar blifvit funnen (se fig. 3, som är lånad ur min förut citerade uppsats, sid 28). Längs ån är naturligtvis afståndet ännu större. Från nordvest till sydost äro de nu kända fyndorterna följande: Kattsviken i Storuttern, Storutterns södra ände, Hemsjön, Ösjön, Bosjön, Fagersjön, Älmten, Dofvan och Trästen, af hvilka Kattsviken ligger i Tuna socken, de öfriga i Misterhults. Eget är, att formerna i Storuttern afvika så mycket från de i de öfriga sjöarne förekommande och att

conocarpa endast är funnen i Storutterns södra del. Man tycker annars att växten lätt bort spridas med vattendraget derifrån mot söder till de öfriga sjöarne, der emellertid endast *coronata* synes varit för handen. Vår fullständiga obekantskap med växtens spridningsmedel, med frukternas variationer på nutida exemplar o. s. v. gör det emellertid temligen lönlöst att för närvarande diskutera hithörande frågor.



Fig. 3. Kartskiss öfver de forna *Trapa*-förekomsterna i Misterhults och Tuna socknar, Kalmar län. Skala 1 : 100,000. Fyndorterna för frukter på sjöbottnen angifvas genom kors. (Reproduceradt ur Bihang till K. Vet. Akad. Handl. Bd 13, Afd. III, N:o 10).

När man har framför sig de stora och kraftigt utvecklade frukter, som i Trästen och äfven i öfriga sjöar äro funna, har man svårt att förstå, hvarföre växten här dött ut. De kraftigt utvecklade tornarne och knölarne hos det afbildade exemplaret tyda sannerligen icke på någon aftagande lifskraft. Man måste derföre förmoda, att det icke varit de klimatologiska förhållandena, som här varit orsaken till växtens försvinnande. Såsom jag i förut citerade arbete (sid. 5) framhåller, angifver HOLM-

BERGER 1779 bestämdt, att »dämpenoten»[1]) bär skulden härför. Jag har på sista tiden till och med tänkt mig möjligheten deraf, att *Trapa* afsigtligt blifvit utrotad af fiskarena. I sitt intressanta meddelande om den i somras upptäckta förekomsten af *Trapa natans* lefvande i Ostpreussen, berättar CONWENTZ,[2]) att fiskarena i den sjö, der *Trapa* förekommer, vid notdragningen använda läderhandskar för att skydda sig mot frukternas hvassa tornar, enär frukterna till stor mängd pläga fastna i notens maskor. Det vore under sådana förhållanden mindre underligt, om fiskarena i hvad på dem ankommit sökt att bli den för dem besvärliga växten qvitt.

---

[1]) Dämpenot är, enligt hvad dr F. TRYBOM meddelat mig, en sådan not, som icke drages från land utan från båtar.

[2]) CONWENTZ, *Trapa natans* L., lebend in Ostpreussen. Naturwissenschaftliche Wochenschrift. Bd 10, 1895, S. 341.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 8.
Stockholm.

Kärlväxtfloran på Visby ruiner.

Af C. A. M. Lindman.

[Meddeladt den 9 Oktober 1895 genom V. B. Wittrock.]

De förnämsta olikheter, genom hvilka Gotlands natur skiljer sig från det svenska fastlandets, äro: dess ö-klimat och dess kalkstensgrund. Båda dessa naturförhållanden äro fördelar för den gotländska vegetationen. På gynsamma lokaler frambringar Gotland lundar och skogsängar, som genom sin yppighet och sydländska karakter öfverträffa dem, hvilka Sverige eger i de å fastlandet spridda kalktrakterna, och namnet »Östersjöns pärla» är berättigadt, äfven om blott öns flora tages i betraktande.

Men Gotland har äfven betydliga hedar. Hela öns yta har i det närmaste samma nivå öfver hafvet, och en ofruktbar, sandblandad jordmån gör slätten på flere ställen till en verklig alfvar, under det å andra ställen (t. ex. i staden Visbys omgifningar) själfva den jämna, horisontela kalkplatåen träder i dagen. Dessa lokaler äro vattenlösa och solöppna, ofta äfven vindöppna växtplatser, som blott kunna frambringa en småväxt vegetation, hvilken bildar ringa mylla, liksom ej heller kalkstenshällen själf förvittrar till lösa jordlager. Regnvattnet afrinner och afdunstar därför snart. Gotlands regnmängd är dessutom obetydlig, åtminstone under vår och försommar, såsom synes af följande jämförelse (uppgifterna benäget meddelade från Meteorologiska Centralanstalten i Stockholm):

Medelnederbörden 1860—1894.

	April.	Maj.	Juni.	Juli.	Aug.
	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.
Visby	20,6	27,4	29,8	49,6	58,9
Stockholm (Observatoriet)	23,1	35,5	42,3	57,8	61,8
Linköping	28,8	40,9	48,7	76,6	67,3
Vexiö	28,3	42,5	52,2	72,0	73,3

Men oaktadt dessa svårigheter är Gotlands hed- (resp. alfvar-) vegetation ej utpräglадt xerofil (verkliga xerofyter äro få, t. ex. *Sedum*-arter, *Helianthemum Fumana* MILL., *Globularia vulgaris* L.). Det kan ej betviflas, att detta bör tillskrifvas ö-klimatets särdeles märkbara fuktighet, som skänker vegetationen förmånen af en minskad afdunstning.

Äfven på en annan terräng, där man likaledes kan vänta föga gynnsamma yttre betingelser för växtlifvet, företer Gotland en både art- och individrik vegetation af högre växter, nämligen på de kalkstensmurar, som i staden Visby (andra orter att förtiga) finnas i stor myckenhet såsom vidlyftiga och storartade ruiner af forntida byggnadsverk.

Under sin storhetstid såsom hansestad (på 1200- och 1300-talen) egde Visby 16 kyrkor. Dessa förstördes till största delen under 1500-talet, men ännu stå 10 kyrkor qvar såsom mer eller mindre betydliga ruiner, och några af dessa hafva i behåll såväl sina yttermurar ända till takresningen, som pelare och hvalf, allt af kalksten. Vidare qvarstår såsom en ansenlig ruinlämning en liten del af Visborgs slott. Slutligen eger Visby ännu sin väldiga ringmur i nästan hela dess utsträckning; dess längd uppgifves till öfver 3320 m.; dess höjd uppgår till 9 m.; den eger ännu qvar 37 torn, af hvilka många äro 20 m. höga; ringmuren är blott på en kort sträcka dold af stadens hus.

De delar af dessa ruiner, som lämna växtlokaler för högre växter, äro först och främst alla horisontela ytor, såsom krönet af stads- och kyrkomurarne, kyrkoruinernas hvalf och tak, terasser, nischer o. s. v. På sådana ställen är vegetationen

stundom lika tät och frodig som på hvilken annan ruderat-plats som helst; en ofta fotsdjup mylla vittnar om florans obestridda herravälde sedan århundraden tillbaka öfver sin högtbelägna ståndort. Myllans uppblandning med sand, kalkdam, tegelstensbitar m. m. utvisar dock, att den lösa jordmånen erhållit tillökning dels från marken genom vindar och stormar, dels från de åldriga ruinernas byggnadssten och murbruk. Att det likväl är växtligheten själf, som mest bidragit till de tjocka lagren af lös jord, ses t. ex. i öfversta våningen af tornet på S:t Lars' ruin; här inneslutes ett fyrkantigt rum af tornmurarne på betydlig höjd öfver marken, men den mylla, som hopat sig, är mycket djup, och ur detta tornrum höjer sig, ehuru till $^2/_3$ af sin höjd dold bakom murarne, den största af de på Visby ruiner förekommande växterna, en 8 m. hög *oxel* med två stammar af 20 cm. genomskärning. Det artrikaste och mest vidsträckta växtsamhället befinner sig ofvanpå de till största delen bibehållna hvalfven af S:t Nikolaus (en 67 m. lång, 3-skeppig kyrka); ungefär 12 m. öfver gatan finner man där en verklig ängsbacke af gräs och örter, delvis täckt med täta snår af buskar och små löfträd. Å denna ruin träffas i det närmaste samtliga de arter, som i det följande uppräknas.

Äfven å lodräta väggar ses ej sällan en riklig vegetation, om också glesare än på de nyss anförda ställena. Det är naturligt, att dels remnor och hål, dels fogarne mellan kalkstensblocken lätt skola erhålla en jordmån af dam, sand eller mylla, tillräcklig för högre växter, både örter och buskar. Detta är isynnerhet fallet å murarnes nedersta delar. En kalkstensmur är till sin natur föga olik Gotlands lodräta kalkstensklippor med deras tydliga, vågräta skiktning. En sådan klippvägg, den s. k. »klinten», förekommer inne i själfva Visby i stadens högre belägna del. Liksom växter af olika slag, föregångna af de mullbildande mossorna, kunna rota sig i springorna mellan kalkstensklippans naturliga skikt, likaså finna de mellan murarnes stenplattor, isynnerhet nära jorden, en växtlokal, som blott omärkligt skiljer sig från gruset eller myllan nedanför själfva murens fot.

Det är att vänta, att särskildt de arter, som trifvas på klippor, skola vara starkt representerade inom ruinfloran. Inom staden fins till och med ett litet antal arter, som för sin förekomst tyckas uteslutande hänvisade till kalkstensmurarne, t. ex. *Asplenium Ruta muraria* L., *Melica ciliata* L., *Hieracium opacum* LÖNNR. — Stora sträckor af ruinerna äro emellertid nästan utan all vegetation, så t. ex. den långa stadsmurens jämförelsevis väl bibehållna yttre sida, utsatt som den är i hög grad för vind och ljus. — I sammanhang härmed böra särskildt framhållas de många buskar och träd, som frodas på ruinerna, ty ehuru de alltid ega mylla för sina rötter, är dock denna ofta så obetydlig, att den ej tyckes stå i rimligt förhållande till busken eller trädet. De förnöjsammaste och vanligaste vedväxterna här äro kanske *Solanum Dulcamara* L., *Cotoneaster integerrima* MED., *Rosa canina* L., *Sorbus aucuparia* L., men med dem täfla *Berberis vulgaris* L., *Acer platanoides* L., *Fraxinus excelsior* L., *Sambucus nigra* L. o. a. Af dessa ses isynnerhet *Solanum Dulcamara* leta sig väg med sina smidiga grenar mellan stenarne långt inne i murarne och längre bort åter framträda i ljuset; det är sannolikt, att äfven andra sända sina rötter vidt omkring i det inre af de tjocka murarne.

Mest uppmärksamhet förtjena dock de fanerogamer, som fästat sig så att säga direkt vid stenen i murarne och antingen dölja sina subterrana delar i de små tomrummen mellan murstenarne, eller t. o. m. rotat sig i små sprickor å ytan af stenblock och murbruk. På dylika ställen saknas någon gång sand (eller mylla) så fullständigt, att den undgår äfven en noggrann uppmärksamhet; vid andra tillfällen finnes något lös jord, men i så ringa grad, att den ej synes kunna betyda mycket för växten, och dess mängd är åtminstone i förhållande till plantans storlek och frodighet minimal. Dylika fynd äro visserligen ej talrika, men dock ingalunda ovanliga. Sålunda förekommo i augusti månad 1895 t. ex. följande arter

Asplenium Ruta muraria L.
Poa compressa L.
Arabis hirsuta SCOP.
Cerastium vulgatum L.

Melica ciliata L. *Campanula rotundifolia* L.
Chelidonium majus L. *Plantago lanceolata* L. f. *dubia* L.

stundom fästade i små fina springor, där de liksom psammofila växter utvecklat rikliga, men mycket fina och korta rotgrenar, och detta till och med på ej beskuggade samt därför relativt ganska torra ställen af ruinerna och på betydlig höjd öfver marken. På samma sätt förekom ett ungt exemplar af *Verbascum Thapsus* L. på ett kalkstensblock uppe på Thorsburgen (torr, öppen lokal) vid Gotlands östra kust. I dylika fall får växten för sin näring hålla till godo med den försvinnande qvantitet stoft (resp. humus), som häftar vid stenen, det atmosferiska vatten, som kan finna väg till rötterna, och den fuktighet, som bergarten (en på petrifikat rik kalksten) kan qvarhålla genom sin porositet.

De till denna sista kategori hörande växterna uppträda således såsom rena aërofyter i samma mening som flertalet af lafvar och åtskilliga mossor.

Jag öfvergår nu till en uppräkning af de kärlväxter, som jag iakttagit på ruiner i Visby under juli och augusti månader 1895. Med **fetstil** betecknas de arter, som utgöra ruinflorans allmännast återkommande och mest karakteriserande element. Med * betecknas de arter, som (åtminstone vid något tillfälle) visat sig kunna förekomma såsom aërofyter i egentligare mening, d. v. s. med ett underlag af i det närmaste blott och bart kalksten.

Förteckning öfver ormbunkar och fanerogamer, iakttagna på Visby ruiner juli—augusti 1895.

Polypodiaceæ (R. Br.).

*1. **Asplenium Ruta muraria** L.
2. » Trichomanes L.

Liliaceæ DC.

3. Allium Scorodoprasum L.

Gramina L.

*4. **Melica ciliata** L. (strån från vertikala murar vanligen horisontelt utåtriktade eller böjda mot jorden).
5. Avena pratensis HUDS.
6. Poa pratensis L.
*7. » **compressa** L.
8. Bromus mollis L.
*9. Schedonorus tectorum FR.
10. Festuca rubra L. var. fallax [THUILL.].
11. » » » genuina forma macra HACK.
*12. Dactylis glomerata L.
13. Lolium perenne L.
*14. Triticum repens L.

Urticaceæ DUM.

*15. Urtica dioica L.

Vaginales L.

16. Rumex crispus L.
17. » Acetosa L.

Caryophylleæ L.

18. Arenaria serpyllifolia L.
*19. Cerastium vulgatum L.
20. Stellaria media CYRILL.
21. » graminea L.
*22. Silene venosa (GIL.).

Ranunculaceæ JUSS.

[23. Anemone hepatica L. — å en kalkstensvägg vid Jakobsberg i Follingbo].

Berberideæ JUSS.

24. **Berberis vulgaris** L. (förekommer högst uppe å ruinerna med armtjocka stammar).

Papaveraceæ JUSS.

*25. **Chelidonium majus** L.

Cruciferæ Juss.

26. Hutchinsia petræa R. Br. (frömognaden afslutad 1 juli; i början af augusti var en ny generation plantor, uppkomna af den förstas frön, färdig att blomma).
*27. Arabis hirsuta Scop.
28. Cheiranthus annuus L. (steril).
29. Sisymbrium officinale Scop.

Geranieæ DC.

*30. **Geranium Robertianum** L.

Aceraceæ St. Hil.

*31. **Acer platanoides** L.
*32. Esculus Hippocastanum L. (endast några få ungplantor, ungefär 1 m. höga).

Rhamneæ R. Br.

33. **Rhamnus cathartica** L. (flere m. hög med stamdiameter af 15 dm.).

Araliaceæ D. Don.

34. Hedera Helix L. (hufvudstammen har sin rot i jorden, men en stor mängd grofva grenar söka sig in i murspringorna, där de utveckla rötter).

Umbellatæ L.

35. Pimpinella Saxifraga L. (storväxt, tätluden med grof rot).
36. Aegopodium Podagraria L. (blott nära marken).
37. Torilis Anthriscus Gmel.
*38. Cerefolium silvestre Bess.
39. Chærophyllum temulum L.

Succulentæ Vent.

*40. **Sedum acre** L.
*41. » **album** L.
*42. Sempervivum tectorum L.

Grossularieæ DC.

43. Ribes Grossularia L.
44. » rubrum L.

Onagrariæ Juss.

45. Epilobium angustifolium L. (förekom blommande jämte Poa compressa och Acer platanoides i fogar mellan stenarne i en af domkyrkans, S:a Marias, fönsternischer).

Rosaceæ Juss.

*46. **Cotoneaster integerrima** Med. (rikligt fruktbärande).
*47. **Sorbus aucuparia** L. (förekommer liksom följande art på mycket högtbelägna ställen, t. ex. tinnarne af St. Drottens torn, vid 35 m. höjd).
*48. **Sorbus suecica** (L.) (största exemplaret 8 m. högt med 2 stammar af 20 cm. genomskärning, högt uppe i tornet af St. Lars). [1])
49. **Sorbus fennica** (Kalm).
50. Prunus spinosa L.
51. Geum urbanum L.
52. Potentilla argentea L.
*53. **Fragaria vesca** L.
*54. » **collina** Ehrh. (ej sedd med mogen frukt).
55. Rubus cæsius L.
56. » idæus L. (i frukt).
*57. **Rosa canina** L. (*α* genuina).
*58. » » var. dumetorum (Thuill.).

Leguminosæ L.

59. Medicago falcata L.
60. Trifolium repens L.
61. » pratense L.
62. Vicia cracca L.
63. Cytisus Laburnum L.

---

[1]) Enligt meddelande af professor V. B. Wittrock förekommer en *oxel* äfven på krönet af ett gammalt torn i Sundre vid Gotlands sydspets.

Oleaceæ LINDL.

*64. **Fraxinus excelsior** L.
65. Syringa vulgaris L. (bland dess fyndplatser må nämnas taket af St. Lars, där arten bildar ett mycket stort snår af låg växt och ljus grönska).

Convolvulaceæ VENT.

66. Convolvulus arvensis L. (blott nära jorden).

Asperifoliæ L.

67. Anchusa officinalis L.
68. Cynoglossum officinale L.
69. Echium vulgare L.

Verticillatæ L.

*70. Ballote nigra L.
*71. Calamintha Acinos CLAIRV.

Plantagineæ JUSS.

*72. Plantago lanceolata L. f. dubia L.

Solaneæ JUSS.

*73. **Solanum Dulcamara** L.
74. » tuberosum L. (några potatisar sågos groende mellan kalkstensplattorna i en trappa; den största plantan var den 25 juli till sina gröna delar 0,25 m. hög).
75. Lycium barbarum L.

Personatæ L.

76. Veronica Chamædrys L.
[*77. Antirrhinum majus L. — å en kalkstensmur vid Jakobsberg i Follingbo; se nedan!].

Campanulaceæ JUSS.

*78. **Campanula rotundifolia** L.

Rubiaceæ LAM.

79. Galium boreale L.
80. » uliginosum L.

*81. **Galium verum** L.
82. » Aparine L.

Caprifoliaceæ BARTL.

*83. **Sambucus nigra** L. (ofta å mycket högtbelägna platser).
84. Symphoricarpus racemosus MICHX.

Compositæ L.

85. Leontodon autumnalis L.
*86. **Taraxacum officinale** WEB. (öfvervägande steril).
*87. **Hieracium murorum** (L.) ***opacum** LÖNNR.
*88. » **cæsium** FR.
89. » poliodermum DAHLST.
90. Lactuca muralis D. DON.
*91. Lappa sp. (första årets ungplantor, ster.).
*92. **Carduus crispus** L.
93. Inula salicina L.
94. Senecio vulgaris L.
*95. **Artemisia vulgaris** L.
*96. » **campestris** L.
97. Achillea Millefolium L.
*98. **Anthemis tinctoria** L.

I denna förteckning å 98 nummer (af 31 olika familjer) äro 28 arter (genom fetstil) betecknade såsom ymniga eller åtminstone allmänt återkommande och därför karakteristiska för ruinfloran. 42 nummer (*) hafva vid ett eller flere tillfällen iakttagits såsom i strängare mening aërofytiska.

Åtminstone 15 arter äro allmänt odlade såsom trädgårdsväxter; af dem äro 3 örter (*Cheiranthus annuus* L., *Antirrhinum majus* L., *Solanum tuberosum* L.) samt 12 buskar eller träd (*Acer platanoides* L., *Esculus Hippocastanum* L., *Hedera Helix* L., *Ribes Grossularia* L., *R. rubrum* L., *Rubus idæus* L., *Cytisus Laburnum* L., *Fraxinus excelsior* L., *Syringa vulgaris* L., *Lycium barbarum* L., *Symphoricarpus racemosus* MICHX., *Sambucus nigra* L.; bland dessa må särskildt framhållas *Rubus idæus*, som eljest ej anses vara spontan på Gotland). För dessa

trädgårdsväxter har spridningen till ruinerna delvis underlättats af den sluttande terrängen i staden, hvarigenom en ruin lätt mottager invandring från en högre belägen trädgård; särskildt var ett af de få iakttagna unga träden af *Esculus* tydligen uppkommet af frö från ett äldre träd, hvars krona höjde sig öfver växtplatsen på ruinen.

Nyligen har professor V. B. WITTROCK visat (Om den högre epifyt-vegetationen i Sverige, 1894, i Acta Horti Bergiani, Bd 2, N:o 6), att ett betydligt antal högre växter hos oss förekomma epifytiskt: icke mindre än 103 arter och 2 underarter hafva anträffats växande på stammarne eller i kronorna af träd. Af dessa återfinnas 30 arter i ofvanstående förteckning från Visby ruiner, hvarjämte en stor del af de öfriga motsvaras af närbeslägtade arter. I öfverensstämmelse med nämde författares indelning af de epifytiska arterna efter deras spridningsmedel, må här påpekas motsvarande förhållanden hos ruinvegetationen.

Bland de från trädgårdarne förvildade arterna finnas några med bärlika, ätliga frukter, och detsamma gäller om flere vilda arter bland de uppräknade. Sådana äro:

Berberis vulgaris L.
Rhamnus cathartica L.
Hedera Helix L.
Ribes Grossularia L.
» *rubrum* L.
Sorbus aucuparia L.
» *suecica* L.
» *fennica* (KALM).
Cotoneaster integerrima MED.
Prunus spinosa L.
Fragaria vesca L.
Fragaria collina EHRH.
Rubus cæsius L.
» *idæus* L.
Rosa canina L.
» » *var. dumetorum* (THUILL.).
Symphoricarpus racemosus MICHX.
Sambucus nigra L.
Solanum Dulcamara L.
Lycium barbarum L.

En ej ringa procent hafva frön eller frukter med flygapparater:

Melica ciliata L.
Rumex crispus L.
» *Acetosa* L.
Acer platanoides L.
Epilobium angustifolium L.
Fraxinus excelsior L.

Syringa vulgaris L.
Leontodon autumnalis L.
Taraxacum officinale WEB.
Hieracium opacum LÖNNR.
» *cæsium* FR.
» *poliodermum* DAHLST.
Lactuca muralis D. DON.
Carduus crispus L.
Inula salicina L.
Senecio vulgaris L.
Anthemis tinctoria L.

och till dessa sluta sig säkerligen några andra, t. ex. *Trifolium*-arterna, vissa *Gramina*, samt de med slung-apparat försedda *Chelidonium majus* L. och *Geranium Robertianum* L.

Slutligen märkas några arter med hakformiga fästorgan för fruktspridningen:

Torilis Anthriscus GMEL.
Geum urbanum L.
Cynoglossum officinale L.
Galium Aparine L.
Lappa sp.

Alla dessa arter, ungefär 45 % af hela antalet, hafva således effektiva medel för spridning med djurens eller vindens tillhjälp, och deras förekomst på ruinerna är därför hvad fröspridningen angår lätt förklarlig.

Däremot kan denna ruinvegetation uppvisa många arter, som sakna särskild fröspridningsapparat. Särdeles anmärkningsvärdt är, att flere af dessa förekommo på ruinernas högre delar, skilda från vegetationen på marken genom lodräta, kala väggar, t. ex.

Allium Scorodoprasum L.
Cheiranthus annuus L.
Arabis hirsuta SCOP.
Pimpinella Saxifraga L.
Sempervivum tectorum L.
Vicia Cracca L.
Medicago falcata L.
Anchusa officinalis L.
Echium vulgare L.
Ballote nigra L.
Plantago lanceolata L. f. *dubia* L.
Veronica Chamædrys L.
Campanula rotundifolia L.
Galium verum L.
Artemisia vulgaris L.
» *campestris* L.
Achillea Millefolium L.

De flesta af dessa hafva små och lätta frön eller frukter, men hos några, t. ex. *Allium Scorodoprasum* (groddknopparne), *Vicia Cracca*, *Medicago falcata*, *Anchusa officinalis*, *Echium vulgare*, *Plantago lanceolata*, äro de af tämligen betydlig storlek och af

en form, som tyckes hinderlig för spridning på långt håll. Man torde ej kunna på annat sätt förklara, huru dessa arter uppnått sin högtbelägna ståndort, än genom antagandet, att våldsamma stormar fört dem dit upp; måhända kunna äfven här fåglar (t. ex. dufvorna) hafva medverkat.[1])

Ruinflorans sammansättning är således i viss mån oberoende af frönas (frukternas) beskaffenhet. Detsamma gäller om de epifytiskt förekommande arterna i vårt land (enligt WITTROCKS anförda afhandling). 10—30 meter öfver marken träffas växter, som man ej skulle tro i stånd att genom frön sprida sig dit och som tyckas sakna anordningar att fästa sig på så högt belägna ställen af träd eller murar. Detta förhållande förtjenar att beaktas, emedan det försvagar A. F. W. SCHIMPERS argumentering (Die epiphytische Vegetation Amerikas, sid. 103, 104) till stöd för att vissa tropiska växter, närbeslägtade med utpräglade epifyter, ej själfva kunna blifva epifyter: »ihre Samen entbehren jeder Mittel, auf die Bäume zu gelangen».

Bland de epifytiskt förekommande kärlväxterna i vårt land finnas, såsom WITTROCK (anf. afhandl.) själf påpekar, inga verkliga epifyter, inga växtformer, afpassade uteslutande eller åtminstone företrädesvis för ett lefnadssätt i trädens kronor.[2]) Denna svenska epifyt-vegetation är därför blott en samling äkta terrestriska former, som tillfälligtvis utvecklat sig på en ståndort, analog med de äkta epifyternas, och motsvarar närmast floran på torftaken i vårt land och på sådana ställen af ruiner, som enligt beskrifningen i det föregående ega ett någorlunda djupt jordtäcke.

Ett steg längre mot ett aërofytiskt lefnadssätt hafva de växter tagit, som i vårt land bebo klippväggar. Det synes,

[1]) Angående fröspridning på detta sätt, se A. KERNER v. MARILAUN, Pflanzenleben, Band 2, sid. 800.

[2]) Såsom sådan skulle man dock kunna anse *Polypodium vulgare* L. i den anförda afhandlingen sid. 7; jfr A. F. W. SCHIMPER, Die epiphytische Vegetation Amerikas, sid. 149, samt V. B. WITTROCK, Biologiska Ormbunkstudier, sid. 7 och följ. (i Acta Horti Bergiani, Band 1, N:o 8).

som om Skandinaviens petrofila vegetation[1]) eller klippflora skulle omfatta åtskilliga arter, hvilka verkligen äro i viss mån afpassade för att, isolerade från växtsamhällena på marken, lefva liksom upphängda på sin luftiga, men karga och för vattenbrist utsatta ståndort samt därför ej sky klippornas kalare ställen. Af Gotlands flora kan särskildt nämnas *Globularia vulgaris* L. Hit kunna vidare räknas flere succulenta växter, bland hvilka särskildt må erinras om *Rhodiola rosea* L. och *Saxifraga Cotyledon* L. Af icke (eller föga) succulenta arter må nämnas *Silene maritima* WITH., *Plantago major* L. var. *scopulorum* FR., *Erica cinerea* L., *Ilex Aquifolium* L. (de två sistnämda uti Norges »Ilex-region» ej sällan förekommande å klippväggar), *Sorbus Aria* CR., *Allium Schoenoprasum* L., samt några af de mindre ormbunkarne, isynnerhet *Asplenium*-arter. Till denna vegetation af petrofyter sluter sig, om också af mera tillfällig natur, det antal ruinväxter från Visby, hvilka jag ofvan företrädesvis framhållit såsom aërofytiska. Såsom dessa exempel visa, komma isynnerhet arter från våra hafskuster (och fjälltrakter) i fråga. I sådana trakter är luftens fuktighet stor, och i detta afseende eger Gotland, enligt hvad redan blifvit antydt, ett märkbart företräde.

Oaktadt Gotlands nederbörd under våren och försommaren är jämförelsevis ringa (se om Visby, tabellen sid. 520), så är dock dess luftfuktighet under samma tid större än på fastlandet. Följande siffror visa en jämförelse med städerna Linköping och Vexiö, belägna ungefär vid samma bredd som Visby och i det inre af fastlandet (uppgifterna äro godhetsfullt lemnade från Meteorolog. Centralanstalten i Stockholm genom Dr H. E. HAMBERG):

Relativa luftfuktigheten i medeltal.

	Juni.	Juli.	Aug.
	%	%	%
Visby	73	76	77
Linköping	64	68	75
Vexiö	64	71	74

[1]) Detta namn synes mig ega företräde framför benämningen »die rupestre Vegetation», SCHIMPER, anf. st., sid. 103, 105.

Följande tabell (hemtad ur H. E. HAMBERGS afhandling Om skogarnes inflytande på Sveriges klimat, III, Luftens fuktighet, Stockholm 1889, sid. 24) innehåller en jämförelse med Vestervik, beläget vid samma bredd som Visby och tillika vid Östersjöns kust; denna jämförelse är gjord med hänsyn till särdeles torra dagar; den visar konstant en högre fuktighetsprocent för Visby.

Medeltal af de 5 lägsta fuktighetsprocenten i månaden kl. 2 e. m. i Visby och Vestervik under 4 år (1883—1886).

		%			%
April	Visby	44	Juli	Visby	49
	Vestervik	35		Vestervik	36
	Skilnad	+ 9		Skilnad	+ 13
Maj	Visby	45	Aug.	Visby	55
	Vestervik	29		Vestervik	43
	Skilnad	+ 16		Skilnad	+ 12
Juni	Visby	49	Sept.	Visby	55
	Vestervik	32		Vestervik	42
	Skilnad	+ 17		Skilnad	+ 13

		%
April—September	Visby	49,5
	Vestervik	36,5
	Skilnad	+ 13

Gotlands (af nederbörden oberoende) betydliga luftfuktighet torde därför vara en tillräcklig förklaringsgrund till ruinflorans rika utveckling, hvilken genom rent petrofytiska individ nått den yttersta gräns, som hos aërofyt-vegetationen i vårt klimat torde vara möjlig.

Ytterligare tvänne exempel från Gotland må i detta sammanhang anföras. *Marchantia polymorpha* L. sågs i Visby utbreda sig från beskuggad jord upp på lodräta, kala kalkstensytor, dock ej till större höjd än ungefär 1 meter — ett tämligen ovanligt förekomstsätt för denna lefvermossa. — *Antirrhinum majus* L. hade vid Jakobsberg i Follingbo nära Visby (jfr för-

teckningen, n:r 77) från en plantering spridt sig i åtskilliga exemplar till en mur och företedde nu spensliga, uppstigande individ af 0,5—1 m. längd, blommande i flere färger, rotade i fogarne mellan murens stenar, 3 m. öfver marken (10 juli 1895). Detta förekomstsätt förvånade mig så mycket mera, som jag förut sett samma art växa på ett liknande sätt i Sydbrasilien; i staden Porto Alegre (30° s. lat.) är *Antirrhinum majus* (jämte några få andra arter) mycket allmän dels i takrännor, dels mellan tegelpannorna på husens låga tegeltak.

Ett märkvärdigt exempel på, hur föga växtligheten i ett fuktigt klimat behöfver den jordmån, som man eljest föreställer sig vara nödvändig, lämnar den råg, som odlas å Gotlands strandåkrar (redan LINNÉ omnämner densamma i sin Öländska och Gothländska Resa, 1741, sid. 202). Denna s. k. »strandråg» växer ren och frodig i en jordmån af nästan idel klapperstenar, hvilka vanligen ega ungefär flata handens form och storlek; åkerjorden är ofta försvinnande ringa på dessa åkrar, och med undantag af den såsom gödningsmedel ditförda hafs-tången tyckes plogen mångenstädes välta upp ren kalkstensklapper.

Haupt-Inhalt.

Die höhere Ruinen-flora der Stadt Wisby.

Die ehemalige Hansestadt Wisby, jetzt die Hauptstadt der Insel Gotland in der Ostsee, besitzt grossartige Ruinen von alten Bauten, der Stadtmauer, Kirchenruinen, Festungsmauern, alles aus Kalkstein. An diesen Kalksteinmauern wuchert eine reiche Vegetation von Gefässpflanzen. In den Monaten Juli und August im Jahre 1895 sind 98 Arten beobachtet worden (vgl. das Verzeichnis). Die grösste Zahl findet sich an den horizontalen Flächen der alten Mauern, wo sich eine mächtige Erdschicht gebildet hat. Viele Pflanzen wuchern auch in den mit Staub, Sand oder Stauberde gefüllten Ritzen und Fugen zwischen den Steinplatten, wo die Verhältnisse den natürlichen, steilen, geschichteten Kalksteingewänden ziemlich ähnlich sind. Es gibt endlich noch eine kleine Zahl, die sich bisweilen begnügt, an dem Gestein selbst zu leben, d. h. sich in kleinen Löchern und Ritzen zu befestigen, die fast ganz leer an Stauberde oder Sand sind oder nur eine Staubquantität darbieten, die der Grösse der betreffenden Pflanze nicht entspricht. Diese letzte Kategorie kann deshalb ebensowohl wie die an Felsen und Mauern lebenden Moose und Flechten als rein aërophytisch bezeichnet werden. Denjenigen Arten, die zufällig in dieser Weise vorkommen, ist im Verzeichnis ein * hinzugesetzt worden.

In dem Verzeichnisse sind diejenigen Arten, die allgemeiner vorkommen und der Ruinenflora charakteristisch sind (28 Nummern), durch dickere Schrift hervorgehoben. Unter ihnen sind viele Bäume und Sträucher zu bemerken, die zumal an den höchsten Gipfeln der alten Bauten wuchern, z. B. eine Sorbus suecica L. von 8 M. Höhe.

Für etwa 45 % der beobachteten Arten ist das Vorkommen an den Ruinen durch die effektiven Verbreitungsmittel der Samen

oder Früchte erklärlich. Auch von den übrigen Arten haben die meisten winzige und leichte Samen; es bleibt jedoch eine kleine Gruppe übrig, die an den höchsten Punkten der Ruinen gesehen wird, deren Samen aber ziemlich gross sind und unfähig scheinen auf längerer Weite sich zu verbreiten und an den Mauern zu befestigen.

Es ist von V. B. WITTROCK nachgewiesen worden, dass eine bedeutende Anzahl höherer Pflanzen (bis jetzt 103 Species und 2 Subspecies) in Schweden epiphytisch vorkommen, also unter beinahe denselben Bedingungen wie die hier besprochene Ruinenflora, und diese hat mit jener epiphytischen Vegegation 30 Arten gemeinsam. In Skandinavien dürfte man vielleicht ausserdem eine, wenn auch schwach ausgeprägte petrophile Vegetation oder Felsenflora von höheren Pflanzen unterscheiden, deren Elemente indessen ohne Zweifel der aërophytischen Lebensweise besser angepasst sind, als die epiphytischen Fanerogamen unsres Klimas. Diesen Petrophyten reihen sich diejenigen Ruinenpflanzen an, die oben als rein aërophytisch (im Sinne unsrer felsenbewohnenden Laubmoose u. dgl.) bezeichnet werden.

Die starke Entwickelung der Ruinenflora in Wisby wird durch die klimatischen Verhältnisse der Insel Gotland ermöglicht. Die Luftfeuchtigkeit ist nähmlich während der Vegetationsperiode sehr merkbar und durch meteorologische Beobachtungen dargethan. Es steht dies auch mit dem Faktum im Einklange, dass Gotland, obgleich mit grossen Haiden bedeckt und im Frühjahr und Sommer verhältnissmässig sehr regenarm, jedoch keine ausgeprägt xerophile Vegetation aufzuweisen hat.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 8.
Stockholm.

Om BUNSENS iskalorimeter och dess användning för bestämning af ångbildningsvärmet vid 0° C.

Af ARON SVENSSON.

[Meddeladt den 9 Oktober 1895 genom B. HASSELBERG.]

De förbättringar i metoden för användningen af den s. k. BUNSENS iskalorimeter, som gjorts af SCHULLER och WARTHA,[1]) hafva undanröjt de väsentligaste anmärkningar, som man framställt mot detta ytterst känsliga instrument och i hög grad förstorat dess brukbarhet. Ty derigenom att SCHULLER och WARTHA nedsätta kalorimetern i ett kärl med destilleradt vatten, som delvis är fruset till is, göra de ren snö obehöflig, och genom att väga den mängd kvicksilfver, som aflemnas (resp. insuges), undgå de det stora fel, som kan begås på grund af olika kapillaritet i det ytterst fina rör, hvari man förut uppmätte kvicksilfverpelarens förflyttning. Härigenom anse de sig ock hafva aflägsnat de förut befintliga oregelbundna spontana förändringarna i kalorimeterns tillstånd och bragt dess gång till fullständig regularitet. Med andra ord: den mängd aflemnadt (resp. insuget) kvicksilfver, som erhölles, då den öfverlemnades åt sig sjelf, skyddad från yttre värmetillförsel, vore proportionel med tiden och endast beroende af det tryck, under hvilket isen inuti står. I afseende på denna punkt, om hvilken meningarna icke blott före SCHULLER och

[1]) SCHULLER und WARTHA: Wied. Ann. 2, s. 359. 1877.

WARTHA utan äfven sedermera varit synnerligen delade, skall längre fram utförligare ordas.

För icke lång tid sedan har BUNSENS iskalorimeter fått en ny användning nämligen för bestämning af ångbildningsvärmet. Utom af CHAPPUIS, [1]) som med denna apparat uppmätt detsamma hos några under 0° C. kokande vätskor, dock utan att tillgodogöra sig alla de anförda förbättringarna i metoden, har den med särskild noggrannhet och framgång begagnats af DIETERICI [2]) för bestämning af ångbildningsvärmet hos vattnet vid 0° C. Iskalorimetern har förut hufvudsakligen användts för att bestämma en viss värmemängd, som tillföres densamma. Härvid eger således smältning af isen rum. Att den likaväl funktionerar i omvänd ordning, kan på förhand antagas och har af DIETERICI bekräftats. Härigenom kan ångbildningsvärmet bestämmas analogt med den af REGNAULT använda metoden för ångor vid låga temperaturer på följande sätt. I kalorimeterns recipient införes en med en uppvägd kvantitet vätska beskickad kula, från hvilken vätskan genom en rörledning får destillera öfver antingen till en i en köldblandning nedsatt flaska eller, som DIETERICI gjort, till ett glasrör delvis fyldt med svafvelsyra eller fosforsyreanhydrid, om dessa uppsupa destillatet. I förbindelse med samma rörledning står en luftpump, genom hvilken trycket nedbringas något under ångans maximitension vid temperaturen i kalorimetern (vid iskalorimetern således 0° C.). Fördelen med denna metod är den, att all korrektion såsom för värmeledning m. m. blifver obehöflig.

Sedan DIETERICI efter den nu nämnda metoden med stor noggrannhet bestämt ångbildningsvärmet vid 0°, begagnar han sig af det så erhållna resultatet för att i motsatt ordning finna den mängd vattenånga, som upptager en viss volym (hvaraf ångans spec. volym) vid en temperatur öfver eller vid 0°. [3]) Han låter nämligen ett visst rum, som pumpas lufttomt, fyllas med ånga från det i kalorimetern nedsatta röret, och genom

---

[1]) CHAPPUIS: Ann. de chim. et de phys. 15, sid. 498, 1888.

[2]) DIETERICI: Wied. Ann. 37, s. 494, 1889.

[3]) DIETERICI: Wied. Ann. 38, s. 1, 1889.

kalorimeterns indikationer beräknar han ångans mängd. På detta sätt kan GAY-LUSSAC'ska lagen undersökas för ångor ända till mättningstemperaturen. Efter att hafva påvisat densammas giltighet för mättad vattenånga vid 0°, beräknar han med användning af AVOGADROS sats ångans tryck vid samma temperatur. Härmed är således också en metod gifven att studera ångtrycket öfver saltlösningar vid en så låg temperatur som 0°.

Det var just för att utföra en dylik undersökning, som jag påbörjade mitt arbete med BUNSENS iskalorimeter. Då jag emellertid underrättades, att undersökningar af saltlösningar i vatten pågingo i Berlin, tänkte jag tillämpa det nämnda förfaringssättet på någon annan vätska. Det är tydligt, att metoden bör vara känsligare, ju större ångbildningsvärmet är. Om man då ser sig om bland andra ämnen, finner man, att etylalkohol har ett ganska stort ångbildningsvärme, ehuru dock icke hälften så stort som vattnets. Vidare kan etylalkohol erbjuda sitt särskildta intresse bland annat såsom lösningsmedel för en mängd i vatten olösliga organiska föreningar. Det gäller således i första hand att undersöka, huruvida etylalkoholens ångbildningsvärme låter med tillräcklig noggrannhet bestämma sig, och jag går nu att redogöra för utförandet af denna bestämning och börjar med några anmärkningar om BUNSENS iskalorimeter.

Det torde icke vara olämpligt, att den som sysslat med ett instrument, som icke blott varit, utan fortfarande kan blifva till stor nytta för värmelärans utveckling, och som erbjuder så många — för att använda en skicklig experimentators ord — »capriciousnesses», [1]) meddelar sina praktiska rön om detsamma. I detta afseende är det att beklaga, att DIETERICI, som med sådan framgång skött detta instrument, icke lemnat några detaljerade uppgifter. En olägenhet med BUNSENS iskalorimeter, som torde vara omöjlig att alldeles bortskaffa, är dess bräcklighet. Härvidlag kommer dock ej det minsta ansvaret på glasbläsaren: denne bör hafva valt lämplig glassort och tillräckligt härdat glaset efter upphettningen.

---

[1]) O. PETTERSSON: Vega-expeditionens vetensk. iakttagelser II, s. 287.

Vidstående teckning (fig. 1) lemnar en bild i genomskärning och i $^1/_4$ naturlig storlek af det exemplar, jag senast arbetat med. Det yttre rörets väggar hafva en tjocklek af 1,9 mm., det smalare rörets (afledningsrörets) 1,5 mm. och det inre rörets (recipientens) 1 mm. Afledningsröret har en inre diameter = 5,5 mm. (I öfrigt torde figuren lemna tillräckliga upplysningar).

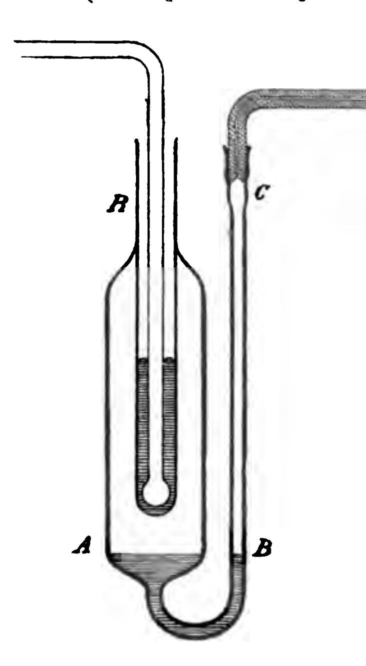


Fig. 1.
(¼ nat. storlek.)

Kalorimeterns fyllande tillgick på följande sätt. Sedan den noga rengjorts med kalilut, klorvätesyra, alkohol och destilleradt vatten, ställdes den upp och nedvänd i ett kärl med vatten (fig. 2) samt sattes medelst ett ej alltför trångt glasrör, som genom en inslipning slöt lufttätt till vid *A*, i förbindelse med en kolf innehållande destilleradt vatten. Detta rör mynnade ut under vattenytan i kolfven. Från denna förde en annan rörledning till en luftpump efter att först hafva genomgått en kolf, nedsänkt i en bägare med kallt vatten. Under luftförtunning bragtes vattnet i *B* till kokning, och sedan det fått fylla kalorimetern till en del, hölls vattnet så väl i denna som i kolfven i kokning, tills man kunde antaga, att luften blifvit utdrifven. Vattnet i kalorimetern kokade mycket våldsamt och explosionsartadt. På grund deraf får glasröret, som leder derifrån, ej vara allt för trångt. När sedan vattnet fick strömma in i kalorimetern, kvarstannade alltid en gasblåsa längst upp, hvilken icke gick att få bort, om än kokningen upprepades flerfaldiga gånger. Men derigenom att man på lämpligt sätt

vände om kalorimetern, sedan denna jämte rörledningen upplyftats, steg gasblåsan upp i den senare och bortskaffades. Vattnet får ej släppas in hastigt, ty då kan det hända, att kalorimetern i samma ögonblick den blir full springer sönder på grund af den häftiga påtryckningen (såsom det en gång hände mig). Sedan kalorimetern sålunda blifvit fylld med destilleradt vatten, fritt från luft, ända till mynningen *C* (fig. 1), infördes genom denna medelst en pipett med fin spets kvicksilfver, som nyss förut blifvit utkokadt och sedan förvaradt under likaledes utkokadt vatten. Man kunde nu lätt få kvicksilfret att undan-

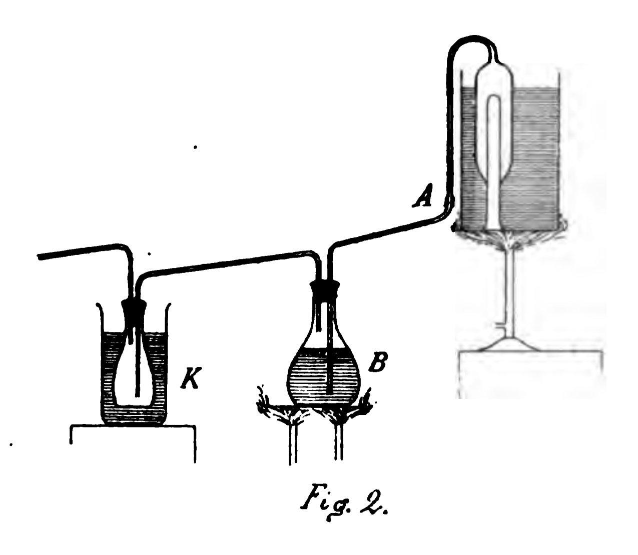


Fig. 2.

tränga vattnet och fylla kalorimetern efter behag t. ex. från *A* till *B*. Vattnet ofvanför *B* borttogs, och röret *BC* uttorkades under försigtig uppvärmning, medan luften utpumpades och ersattes af torr. (Ett annat förfaringssätt användes med de första kalorimetrarna. Uttorkningen företogs först efter frysningen, då det fuktiga kvicksilfret borttogs och ersattes under upphettning af röret *BC* med torrt uppvärmdt kvicksilfver, som ifyldes genom en kapillärtratt). För att sedan få kvicksilfret att sluta till glaset utan luftblåsor, är af största vigt, att röret och kvicksilfvermenisken äro fullkomligt rena.

Nu företogs frysningen, som verkställdes så, att en afkyld spritström leddes genom recipientröret *R* (således i öfverensstämmelse med den af BUNSEN [1]) föreslagna metoden). Afkylningen försiggick i tvenne med till- och afledningsrör af glas försedda små bleckcylindrar (fig. 3), som voro nedsatta i en köldblandning (af snö eller is och koksalt) vid ungefär — 21° C. Då afkylningen af spriten ej härigenom blef tillräcklig, tillsattes ett blyrör, som i några hvarf omslingrade bleckcylindrarna. Medelst en handpump drefs nu spriten från ena cylindern genom

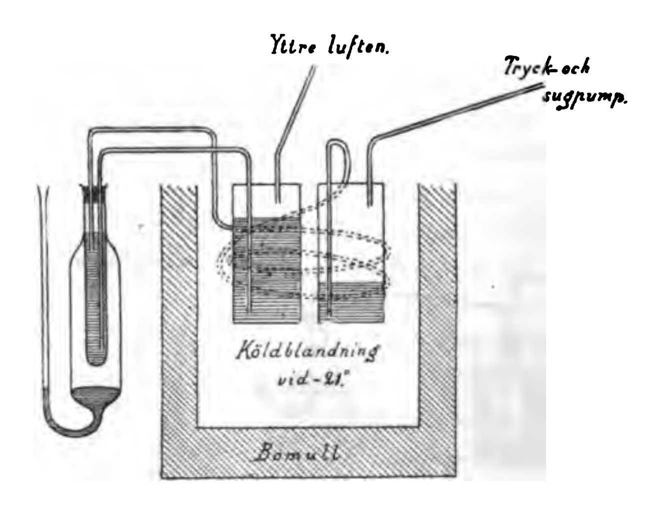


Fig. 3.

blyröret till kalorimeterrecipienten och derifrån till den andra cylindern, från denna i motsatt ordning tillbaka till den första o. s. v. Förut hade kalorimetern afkylts till 0°:s temp. Temperaturen i rummet var temligen låg, i allmänhet ej öfver + 6°. Vattnet i kalorimetern öfverkyldes betydligt, och först efter $^1/_2$— 1 timme, ibland längre, inträdde frysning. Det inre röret omgafs då i ett ögonblick med långa kristallnålar, som utgingo derifrån radielt och hade en något nedåtgående riktning. Kvicksilfver-

[1]) BUNSEN: Pogg. Ann. 141, s. 1, 1870.

nivån i det smala röret ändrade sig på samma gång betydligt[1]) (en gång 13 cm.). Sedermera fortgick frysningen mycket lätt och fick fortgå, tills kvicksilfret nått mynningen af röret. Isen ändrade småningom utseende och öfvergick rundt om recipienten till en klar homogen massa med jämn begränsningsyta utåt. Det rör, genom hvilket kvicksilfret skulle ledas ut från kalorimetern, blef derpå insatt. Detta var i ena ändan inslipadt i kalorimeterröret (se figur 1) och i den andra försedt med den af SCHULLER och WARTHA angifna spetsen. För att erhålla denna afsmältes ett glasrör med 1 mm. inre diameter, och den afsmälta ändan afslipades, tills en öppning på några tiondels

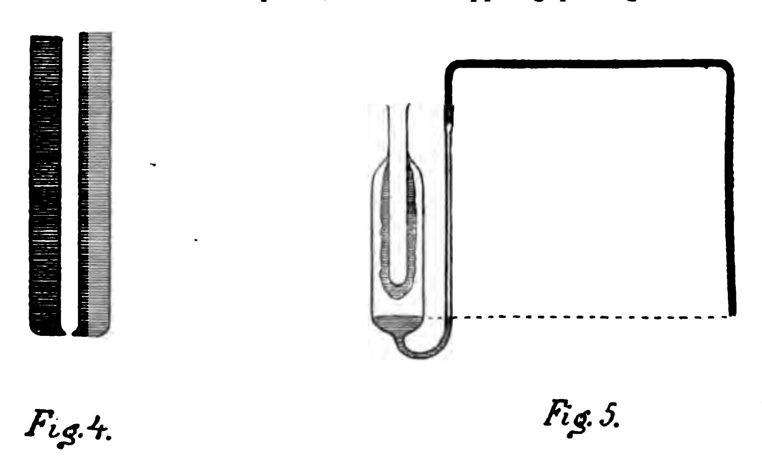


Fig. 4.

Fig. 5.

millimeter uppstod. Närstående figur 4 i genomskärning och i förstorad skala torde gifva en föreställning om dess utseende. Afledningsröret bör kunna insättas i kalorimetern så, att ej någon luft stannar mellan glaset och kvicksilfret. Att fullt ex-

[1]) Om röret ej är för trångt och sätter för stort hinder mot den plötsliga volymförändringen, synes mig att man ej behöfver frukta för kalorimeterns sprängning vid det kritiska tillfället för frysningen, då man följer BUNSENS metod, på grund af sjelfva sättet för isbildningen. Det torde ej sakna intresse, om här anföras de orsaker, som vållat förolyckande bland de af mig använda kalorimetrarna. På den första, jag använde, sprack det smala röret nere vid kröken under upphettningen för att bortdrifva vattnet mellan kvicksilfret och glaset, ett exemplar gick sönder vid fyllningen, och en tredje, som begagnats en längre tid, sprang sönder alldeles af sig sjelf utan någon yttre anledning, nedsatt som den var i nollgradigt vatten.

akt uppfylla denna fordran, torde emellertid vara omöjligt. Rundt om utvändigt kittades med en hopsmält blandning af harts och vax. Röret var böjdt så, som figur 5 angifver, och räckte med sin spets, då kalorimetern stod vertikalt, ungefär i jämnhöjd med kvicksilfverytan inuti.

I afseende på kalorimeterns förvarande och skyddande mot yttre värmetillförsel under försöken voro anordningarna följande. Den fasthölls medelst ett lock af järnbleck i en bägare, fyld med destilleradt vatten och is. Vid de första försöken hade jag i vattnet nyfallen snö, men lät sedan vattnet frysa till is i bägaren rundt omkring väggarna och i botten, hvarjämte vatten-

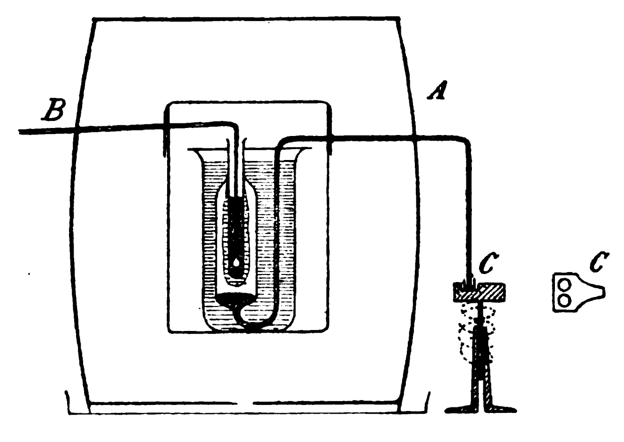


Fig. 6.

ytan täcktes af isbitar. Bägaren stod i en med lock försedd zinkcylinder, denne åter på trenne temligen smala trästöttor i en tunna af trä (fig. 6) och kunde sålunda på alla sidor omges med snö eller is. I tunnans botten var ett hål för aflopps-vattnet, som uppsamlades i en bleckränna, från hvilken det bortleddes vidare. I zinkcylinderns och tunnans väggar voro springor för afledningsrören *A* och *B*.

Spetsen af röret *A* doppade ned i en liten glaskopp med kvicksilfver. Denna stod på ett litet bord *C*, som var försedt med tvenne fördjupningar för två sådana koppar. Genom en fjäderinrättning, som uppbar det lilla bordet, kunde detta sänkas

och på samma gång vridas, och spetsen på så sätt hastigt och lätt sättas i hvilken kopp man ville. Om nu kvicksilfret från kalorimetern var utdrifvet ända till spetsen och stod i förbindelse med detsamma i koppen, kunde således genom koppombyte och vägning utrönas den ändring kalorimetern på en viss tid undergått. Den särskilda anordningen med spetsen, hvarom förut nämnts, afser att vid ombyte af koppar åstadkomma kontakt mellan kvicksilfret i röret och i koppen.

Antag nu, att kalorimetern blifvit nedsatt i bägaren, säker kontakt vid spetsen eger rum, locket till zinkcylindern blifvit påsatt och denna rundt om omgifven med smältande snö, samt att tillräcklig tid förflutit, så att kalorimetern kan anses inträdt i sitt normala tillstånd. Hvilka anledningar till oregelbundna förändringar i detta tillstånd förefinnas? BUNSEN, [1]) som under användning af den ursprungliga metoden med ren snö omkring kalorimetern och graderadt rör observerat en oregelbunden gång hos kvicksilfverpelaren några dagar strax efter frysningen, synes ej hafva uteslutit möjligheten af en modifikation i den redan bildade isens volym såsom anledning dertill. Vore så förhållandet, förlorade metoden sitt stora värde. SCHULLER och WARTHA hafva aldrig kunnat iakttaga något sådant med sina anordningar. Detta har bekräftat sig genom observationer af C. V. THUN [2]) och DIETERICI. [3]) O. PETTERSSON, [4]) som accepterat endast SCHULLERS och WARTHAS förslag med vattnet, men deremot icke med vägningen, anser rummets temperatur på något sätt orsaka variationer i kvicksilfverpelarens läge. Det torde vara svårt att inse, huru detta är möjligt, om rummets temperatur är konstant. De reela anledningarna till de observerade variationerna torde i hvarje fall, om värmeledning utifrån den yttre luften — såsom förut tacite antagits — förhindras, kunna tillskrifvas olika fryspunkt hos vattnet i kalorimetern och utanför densamma och en således deraf uppkommande värmeledning

[1]) BUNSEN: l. c.
[2]) C. V. THUN: Wied. Ann. 13, s. 84, 1881.
[3]) DIETERICI: Wied. Ann. 33, s. 417, 1888.
[4]) O. PETTERSSON: l. c.

mellan kalorimetern och dess närmaste omgifning. En sådan olikhet i fryspunkten kan åstadkommas antingen genom olikhet i trycket eller olika renhet hos vattnet inom och utom kalorimetern. Direkta undersökningar af C. v. THUN hafva visat tryckets inflytande. Mynningens höjd hos kalorimeterröret bestämmer trycket inom kalorimetern. Genom att ändra den ändras frysningen. För att finna den höjd, för hvilken hvarken frysning eller smältning försiggår, bestämmer DIETERICI kalorimeterns tillstånd för två olika höjder och kan genom proportionering beräkna densamma. En höjdskillnad på 14 cm. betingade en förändring på 61,1 mg. kvicksilfver i timmen hos en af honom använd kalorimeter. Fryspunktsnedsättningen för 76 cm. är funnen = 0,0075° C. Således erfordrades endast en temperaturskillnad på 0,0014° för att åstadkomma en ganska ansenlig variation. Fullt jämförbar med denna skillnad i fryspunkten är den, som förorsakas af en liten lätt förefintlig olikhet i det destillerade vattnet. En mg.-molekyl på 10 kg. vatten betingar en fryspunktsnedsättning på 0,0002—0,0004 grad C. Att erhålla samma renhet hos vattnet utom och inom kan anses mera som en tillfällighet, då ju det senare måste underkastas en längre tids kokning. Den höjd, som kalorimeterrörets spets bör inta, för att man skall erhålla en fix nollpunkt (hvarken frysning eller smältning) måste derför i hvarje fall bestämmas.

Jag har gjort följande beräkning för att teoretiskt uppvisa den ungefärliga storleken af den värmemängd, som kan transporteras genom vattenlagret mellan isen i kalorimetern och den yttre väggen af densamma vid en temperaturskillnad af 0,001° C. För en ihålig cylinder med inre radie $= r$ cm. och yttre radie $= (r + e)$ cm., hvars begge ytor äro vid temperaturen A och B, är den värmemängd Q, som genomsläppes på 1 sek. genom ett stycke med höjden 1 cm.,[1])

$$Q = 2\pi k \frac{A - B}{\log\left(1 + \frac{e}{r}\right)} \text{ kal.},$$

[1]) Se t. ex. JAMIN: Cours de Physique, II, 3:e fasc. (4:e ed.) s. 197.

der k är värmeledningskoëfficienten i absolut mått och log. naturliga logaritmen. Antag här $k = 0{,}00155$ för vatten (= den af LUNDQVIST bestämda koëff.),

$$A - B = 0{,}001^\circ,$$
$$e = 1 \text{ cm.},$$
$$r = 1{,}5 \text{ cm.},$$

så blir

$$Q = 0{,}000119 \text{ kal. pr sek.}$$

På en timme och för en 20 cm. lång cylinder blir

$$Q = 0{,}859 \text{ kal.}$$

1 kalori motsvarar 15,44 mg. kvicksilfver, och således åstadkommes under de gjorda antagandena en förändring i timmen på

13,26 mg. Hg.,

en siffra af samma storleksordning, som den af DIETERICI för en tryckskillnad på 14 cm. (motsvarande en temperaturskillnad $= 0{,}0014^\circ$), experimentelt funna.

Värmeledningen är således en tillräcklig förklaringsgrund. Att man ej som O. PETTERSSON [1]) kan antaga olikhet i isens volym vid olika renhet hos vattnet, tror jag de flesta fysici, som sysslat med hithörande frågor, äro ense om. Den åsigten, som samme experimentator påstår några fysici hysa, att variationerna inom kalorimetern skulle bero af förändringar i atmosfertrycket, har jag icke återfunnit. Dessa variationer träffa ju lika väl isen utom som inom kalorimetern. Vid användning af de af SCHULLER och WARTHA införda förbättringarna torde derför kunna anses bevisadt, att kalorimeterns gång blir fullkomligt regelbunden. Det behöfver knappast nämnas, att man bör tillse, att kvicksilfvertråden i rummet utanför snöhöljet ej ändrar storlek på grund af temperaturvexlingar.

Jag vill nu nämna några ord särskildt om de två kalorimetrar, med hvilka jag sjelf utfört bestämningar. Genom en liten ändring af kalorimeterns läge i bägaren kunde mynningen

[1]) O. PETTERSSON: l. c.

på röret höjas eller sänkas och således trycket regleras. Härigenom erhölls en i det närmaste konstant nollpunkt. Hos den andra kalorimetern inträdde dock efter en tid en förändring, så att en kontinuerlig frysning, som dock var reguliär, pågick inom den. Denna förorsakades påtagligen genom förorening af vattnet i bägaren, något som lätt kunde inträffa vid den ofta förekommande användningen af köldblandningar.

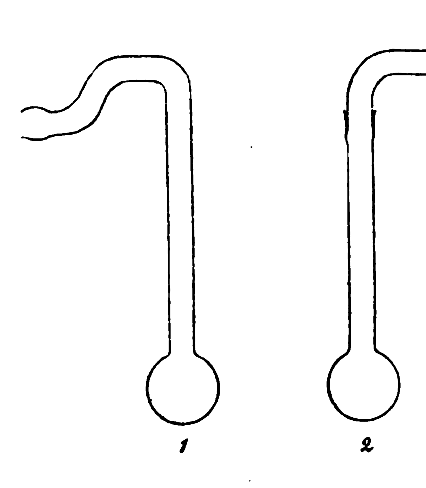


Fig. 7.

Då jag nu redogjort för de allmänna anordningarna vid kalorimetern, återstår att visa, huru den användes för bestämning af ångbildningsvärmet. Den vätska, som skulle undersökas, infördes i kalorimeterns recipient genom ett 7 mm. vidt glasrör, i ena ändan utblåst till en kula med tunna väggar och med ungefär 17 mm. diameter. Två olika sådana försöksrör användes (se fig. 7), af hvilka dock (1) endast i några få experiment. Det ena (1) var i andra ändan böjdt, och öfver denna kunde skjutas en kautschukslang, som sedan ledde till ett med kran försedt glasrör. Det andra (2) var rakt och försedt med en inslipning, i hvilken ett glasrör med kran kunde lufttätt insättas. Från detta gick rörledningen antingen till en kolf, nedsatt i en köldblandning, eller till rör med koncentrerad svafvelsyra. Härifrån gick en ledning till en luftpump, som antingen var en stöfvelluftpump eller kvicksilfverluftpump. Genom ett sidorör stod ledningen i förbindelse med en manometer. Kalorimeterrecipienten var till en del fylld med kvicksilfver, som, när röret var nedsatt, steg till något öfver midten af densamma. Om nu röret blifvit fyldt med en lämplig

kvantitet vätska och vägts, sedan dess väggar invändigt torkats, antingen genom lindrig uppvärmning eller med en torr linnelapp, samt det med kran försedda röret lufttätt vidfogats, nedfördes det i kalorimetern, der det fasthölls medelst en kork, och sattes i förbindelse med luftpumpen. Sedan tunnan fyllts med snö och kalorimetern lemnats tillräcklig tid för att komma i sitt normala tillstånd, var experimentet färdigt att börjas. Kranen öppnades, luftpumpen sattes i gång och trycket nedbragtes under ångans maximitension vid 0° så mycket, att den inträdande öfverdestilleringen af vätskan blef tillräckligt hastig. Denna hastighet hade förut undersökts och bestämdes närmare under försöket genom att tid efter annan ombyta kvicksilfverkoppar och väga dem. Då all vätska kunde anses ha destillerat öfver, stängdes kranen, och efter en kvarts timme antogs temperaturen inom kalorimetern utjemnad, hvarpå sista koppombytet och vägningen gjordes. Emedan försöken utfördes i ett mindre, oeldadt rum, med en temperatur (2°—7°) mellan det närgränsande rummets och yttre luftens, var det möjligt att genom luftvexling åstadkomma samma temperatur vid sista koppombytet som vid det första, så att kvicksilfret i röret utanför kalorimetern vid begge tillfällena också hade samma temperatur. Den värmemängd, som åtgått för ångbildningen, mättes genom den tillökning i vigt, kvicksilfverkopparna undergått, med en liten korrektion för kalorimeterns tillstånd. Utträngdes nämligen på n_1 minuter strax före experimentet a_1 mg. Hg. och på n_2 min. strax efter experimentet a_2 mg. Hg., så blir korrektionen för de n minuter experimentet varar:

$$-\frac{n}{2}\left(\frac{a_1}{n_1}+\frac{a_2}{n_2}\right) \text{ mg.}$$

Detta förusätter således, att jag observerat kalorimeterns gång före och efter experimentet, hvilket ock till en början gjordes. Ett annat sätt att bestämma korrektionen användes vid de senare försöken. Emedan kalorimeterns gång visade sig regelbunden, så länge kalorimeterrörets spets ej höjdes eller sänktes, bestämdes den genom att väga den mängd Hg., som utträngdes under en längre tid (en natt, ett dygn eller mer). Härur be-

räknades förändringen per minut. Jag ansåg en sådan korrektion fullt tillförlitlig och användbar, om, såsom alltid var fallet, försöken ej började förrän efter en god tid (3 à 4 timmar), sedan röret insatts och snöhöljet omkring kalorimetern rubbats. Genom vägning af röret efter försöket bestämdes den öfverdestillerade vätskans vigt. Är denna p gram, det utträngda kvicksilfrets (korrigerade) vigt q milligram och betecknar a det antal milligram Hg., som uttränges för 1 medelkalori, blir ångbildningsvärmet λ för 1 gram af vätskan:

$$\lambda = \frac{q}{a} \cdot \frac{1}{p} \text{ medelkalorier} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

För a har jag begagnat samma värde som DIETERICI,[1] nämligen 15,440 mg., utgörande medelvärde ur försök af BUNSEN (15,41), SCHULLER och och WARTHA (15,442) och VELTEN (15,47).

Den våg, jag använde, stod i ett angränsande rum med vanlig rumstemperatur och tillät en precision af 0,1—0,2 mg. Kvicksilfverkopparna, som alltid flyttades med tång, fingo stå $^1/_4$ timme i vågen, innan de vägdes. Glasrören, som noga aftorkades med en linnelapp, strax innan de hängdes på vågen, vägdes ej heller förrän efter $^1/_4$ timme. Det raka röret, som vid de allra flesta försöken tjenstgjort, hölls slutet med en glaspropp. Af formel (1) synes, att endast relativa vigter behöfvas, hvarför blott enkelvägning utförts. Korrektion till lufttomt rum har skett för vätskorna.

Jag kommer nu till den frågan, huruvida den ånga, som lemnar kalorimetern, utgöres af mättad ånga vid 0°. Emedan det tryck, manometern utvisar, i fall destilleringen skall ske med erforderlig hastighet, icke obetydligt understiger ångans maximitension vid 0°, kan man misstänka, att ångan bildas vid märkbart lägre temperatur. I afseende härpå hänvisas till DIETERICIS undersökningar[2]) öfver vattenångan. Han har icke blott inom mycket vida gränser varierat den hastighet, med hvilken ångan fått bilda sig, utan äfven begagnat olika rör, än af glas,

[1]) DIETERICI: Wied. Ann. 33, sid. 431, 1888.
[2]) DIETERICI: Wied. Ann. 37, sid. 494, 1889.



än af platina. Under dessa olika förhållanden har han återfått samma värde på ångbildningsvärmet, hvaraf han sluter, att ångan måste bilda sig högst obetydligt under 0°. På grund af kvicksilfverfyllningen i kalorimeterrecipienten är värmefördelningen också betydligt underlättad, något som jämte den länga tid, destilleringen tager, talar derför. Af de försök, jag sjelf gjort, framgår ej heller något särskildt inflytande af ångbildningshastigheten, som betydligt varierats. Denna har i allmänhet varit mindre än hos DIETERICI, emedan jag varit hänvisad till endast glasrör. Då manometern befinner sig temligen långt från ångbildningsstället, och ångan har att passera genom en ganska trång kran, är tydligt, att en ej obetydlig tryckskillnad kan ega rum mellan de båda ställena.

Jag går nu att redogöra för de särskilda försöken. Då dessa med alkohol ej utföllo så gynnsamt, som jag hoppats, har jag pröfvat metoden på andra vätskor. Det var särskildt af intresse att se, om jag skulle återfå det af DIETERICI funna värdet för vatten, som så betydligt afviker från REGNAULTS bestämningar. Vidare har jag utfört några försök med blandningar af vatten och alkohol och ett par med kolsvafla.

Mina första bestämningar gjordes på en etylalkohol, som framställts ur 98-procentig med eter denaturerad sprit genom destillering öfver bränd kalk. Endast det mellersta destillatet blef användt. Etylalkoholen förvarades i en med glaspropp väl sluten flaska, som öppnades så kort tid som möjligt vid försöksrörets fyllande. Detta, som var det böjda, sköljdes upprepade gånger med vätskan, innan den önskade mängden infördes. Den från kalorimetern öfverdestillerade alkoholen stannade till största delen i den i en köldblandning vid — 21° nedsatta kolfven. Trycknedsättningen skedde med stöfvelluftpumpen. I följande tabell, som torde förstås af sig sjelf med ledning af de öfver hvarje kolumn stående rubrikerna, återfinnas resultaten.

Etylalkoholens ångbildningsvärme vid 0° C.

Tab. 1.

Alkoholens vigt i gram.	Trycket i mm. Hg.	Utträngd (ej korr.) kvicksilfvermängd i mg.	Kalorimeter-korrektion.	λ = Ångbildningsvärmet för 1 g. alkohol.
0.767	7—10	1 tim.: 2853.5	30 min. före — 1.5	
			30 » efter + 0.8	
			∵ 1 tim. — 0.7	240.9
0.5563	8—9	25 min.: 1132.5	30 min. före + 0.3	
		30 » 880.5	30 » efter + 5.5	
		15 » 18.5	∵ 1 t. 10 min. 6.0	
		1 t. 10 m. 2031.5		237.2
0.7158	8—9	54 min.: 2649.2	34 min. före + 11.3	
			23 » efter — 4.7	
			∵ 54 min. + 3.5	240.0

Med. $\lambda = 239.37$

Specifika vigten för alkoholen bestämdes efter försöken med pyknometer och befanns = 0.81657 vid 0°. Enligt noggranna bestämningar af MENDELEJEFF är ren etylalkohols spec. vigt = 0.80625 (0°). Den undersökta alkoholen ansåg jag derför ej obetydligt vattenhaltig. Genom interpolering i af MENDELEJEFF [1]) uppgjorda tabeller skulle den innehålla 3.4 % vatten.

Min förnämsta omsorg härefter blef att framställa en så ren alkohol som möjligt och under dess förvarande och införande i röret, så vidt möjligt, hindra tillträdet af luftens fuktighet. Af samma slags sprit, hvaraf den förra blifvit framstäld, behandlades en kvantitet med bränd kalk under 48 timmar. Vätskan dekanterades och afdestillerades. Destillerades ånyo öfver vattenfritt kopparsulfat. I afsigt att borttaga det sista spåret af vatten begagnades derpå en i WURTZ: »Dictionaire etc.» och på andra ställen [2]) rekommenderad metod att destillera öfver natrium. Af det nu erhållna destillatet uppsamlades särskildt blott det mellersta, utgörande endast en mindre del af den ursprungliga alkoholen, i en mindre, väl uttorkad flaska. Denna

[1]) MENDELEJEFF: Zeitschrift für Chemie, 8, sid. 257, 1865.

[2]) Bland dessa: ROB. OTTO und ADELB. RÖSSING: Ber. d. Deutschen Chem. Ges. N:o 10, sid. 1649, 1890.

tillslöts genom en med tvenne glasrör liksom vid en vanlig sprutflaska försedd kork (fig. 8). Med tillhjelp af en mindre kautschukballong (*B*) kunde alkoholen utpressas genom spetsen (*C*), som eljest tillslöts med ett kautschukrör. *D* var ett U-rör med kaustikt kali för att insläppa endast torr luft i flaskan. Då alkoholen skulle införas i försöksröret, som numera var det raka, infördes spetsen (*C*) ett godt stycke i röret och, sedan vätskan insprutats i kulan och väggarna aftorkats, isattes glasproppen. I de 5 första försöken användes köldblandning, i de senare kulröret med svafvelsyra. Samma luftpump som förut.

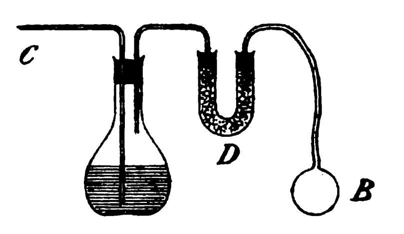


Fig. 8.

Etylalkoholens ångbildningsvärme vid 0° C.

Tab. 2.

N:r.	Alkoholens vigt i g.	Trycket i mm. Hg.	Utträngd kvicksilfvermängd i mg.	Kalorimeter-korrektion.	Korr. Hg.-mängd.	λ = Ångbildn. värmet för 1 g. alkohol.
1	0.2733	11	30 min.: 464.0			
			34 » 116.3			
			26 » 391.6	30 min. före: + 34.0		
			15 » 0.2	30 » efter: 0.0		
			1 t. 45 m.: 972.1	∴ 1 t. 30 m.: + 51.0	1023.1	242.46
2	0.2743	9	33 min.: 996.6	30 min. före: + 7.9		
			15 » 3.1	30 » efter: + 0.1		
			48 min.: 1002.7	∴ 48 min.: + 6.4	1009.1	238.26
3	0.3091	10—11	1 tim.: 939.6	25 min. före: + 0.3		
			15 min.: 210.1	30 » efter: 0.5		
			1 t. 15 m.: 1149.7	∴ 1 t. 15 m.: 1.1	1150.8	241.18
4	0.2592	10—11	40 min.: 575.4			
			35 » 389.7	30 min. före: + 0.0		
			15 » 0.1	30 » efter: + 0.1		
			1 t. 30 m.: 965.2	∴ 1 t. 30 m.: + 0.2	965.4	241.23

Tab. 2. (forts.)

N:r.	Alkoholens vigt i g.	Trycket i mm. Hg.	Utträngd kvicksilfvermängd i mg.	Kalorimeter-korrektion.	Korr. Hg.-mängd.	λ = Ångbildn:s-värmet för 1 g. alkohol.
5	0.5171	7—8	30 min.: 1912.4	30 min. före: +0.2		
			20 » 44.3	30 min. efter: —0.3		
			55 min.: 1956.7	∵ 55 min.: —0.1	1956.6	245.06
6	0.0932	10—11	35 min.: 282.5	30 min. före: —2.3		
			15 » 64.4	30 min. efter: +0.6		
			50 min.: 346.9	∵ 50 min.: — 1.4	345.5	240.09
7	0.1959	10	36 min.: 647.3	30 min. före: —12.3		
			19 » 99.8	65 » efter: —28.1		
			55 min.: 747.1	∵ 55 min.: — 23.1	724.0	239.37
8	0.2130	10		pr. min.: — 0.421		
			60 min.: 807.7	∵ 60 min.: — 25.3	782.4	237.91
9	0.1426	8		pr. min.: — 0.350		
			30 min.: 527.4	∵ 30 min.: — 10.5	516.9	234,77
10	0.3232	8—9		pr. min.: — 0.348		
			30 min.: 1220.9	∵ 30 min.: — 10.4	1210.5	242.58
11	0.2756	10	30 min.: 939.0			
			30 » 113.2	pr. min.: — 0.318		
			60 min.: 1052.2	∵ 60 min.: — 19.1	1033.1	242.78
12	0.4687	10—11	30 min.: 471.7			
			30 » 521.5			
			30 » 531.7			
			30 » 271.1	pr. min.: — 0.215		
			2 tim.: 1796.0	∵ 2 tim.: — 25.8	1770.2	244.61
13	0.3370	8		pr. min.: — 0.215		
			30 min.: 1276.2	∵ 30 min.: — 6.5	1269.7	244.02
Efter omdestillering af alkoholen öfver bränd kalk.						
14	0.3027	—		pr. min.: — 0.215		
			45 min.: 1123.7	∵ 45 min.: — 9.7	1114.0	238.36 (Med. 238,92)
15	0.3527	8—9		pr. min.: — 0.227		
			33 min.: 1311.7	∵ 33 min.: — 7.5	1304.2	239.49

Med. λ = 240.81

Då i försöken 12 och 13, som gjordes omedelbart i följd, en tendens till stigning i värdena visade sig, blef alkoholen om-

destillerad, och nu inträdde en betydlig nedsättning i ångbildningsvärmet. Af dess storlek, som ganska bra öfverensstämmer med de i Tab. 1 anförda försöken, kunde antagas, att ej heller denna alkohol var ren. Vid gjord bestämning af spec. vigten erhölls denna till

0.81527 (0°)

således endast obetydligt mindre än den förras. Det är derför högst sannolikt att äfven andra föroreningar än vatten i väsentlig mån ökat den spec. vigten öfver den af MENDELEJEFF gifna 0.80625. Efter alkoholens afdestillering från kulan i försöksröret stannade ett tunt lager af något icke flyktigt ämne kvar, som dock var så ringa, att det ej genom vägning kunde bestämmas. Jag har sedan från en redogörelse öfver MENDELEJEFFS undersökningar af absolut alkohols spec. vigt och framställningssätt fått bekräftelse på den stora svårighet, som är förenad med att framställa och bibehålla ren absolut alkohol. Metoden med natrium är ej lämplig, emedan detta ämne ryckes med vid destilleringen. Försöker man att destillera med natriumamalgam, så ryckes till och med kvicksilfver med. Om ren alkohol får stå några timmar i beröring med torr luft, förändras den. Den är så starkt vattenupptagande, att äfven CaO_2H_2 vid viss temperatur delvis beröfvas vatten. Ju renare man lyckas erhålla alkoholen, desto mer förlorar den sin lukt, hvarför det torde vara sannolikt, att den fullkomligt rena alkoholen saknar all lukt. REGNAULT har också anmärkt svårigheten att hålla alkohol oförändrad. På sid. 819 t. II af »Relation des expériences» heter det: »D'ailleurs il est difficile d'obtenir l'alcool à l'état de pureté, et ce liquide m'a présenté des anomalies dans toutes les expériences de physique auxquelles je l'ai soumis.» Så t. ex. har REGNAULT vid bestämning af totala ångbildningsvärmet vid 78° vid olika tillfällen funnit 265,5 och 271,49, [1]) hvilket ej gerna kan hafva berott på något annat än olikhet i alkoholen. De flesta i förestående Tab. 2 befintliga afvikelser mellan de funna värdena kunna, på grund af hvad som nu blifvit anfördt, till-

---

[1]) REGNAULT: Rel. des exp. II, sid. 910.

skrifvas en förändring af alkoholen. Men under sådana förhållanden lämpar sig absolut alkohol föga för den i början af denna uppsats omnämnda metoden för ångtrycksbestämning. Det är derför, som jag ansett mig böra afstå ifrån att ingå på några försök i den riktningen.

I de försök, som gjorts med *destilleradt vatten*, upptogs ångan i det med pimpsten och svafvelsyra fylda röret. Kvicksilfverluftpumpen användes. I öfrigt voro anordningarna desamma som förut.

Vattnets ångbildningsvärme vid 0° C.

Tab. 3.

N:r.	Vattnets vigt i g.	Trycket i mm. Hg.	Utträngd kvicksilfvermängd i mg.	Kalorimeter-korrektion.	Korr. Hg.-mängd.	λ = Ångbildn:s-värmet för 1 g.
1	0.2748	3		pr. min.: —0.235		
			30 min.: 2562.7	∴ 30 min.: —7.0	2555.7	602.34
2	0.2962	3.5—4.5	35 min.: 1053.6			
			30 » 747.2			
			55 » 974.5	pr. min.: —0.235		
			2 tim.: 2773.3	∴ 2 tim.: —28.2	2745.1	600.21
3	0.3065	3—3.5	45 min.: 2289.2			
			30 » 554.4	pr. min.: —0.230		
			1 t. 15 m.: 2843.6	∴ 1 t. 15 m. —17.3	2826.3	597.23

Med. λ = 599.92

Dels såsom kontroll, dels för att undersöka, om med denna metod blandningsvärmet lät uppvisa och bestämma sig, har jag utfört några försök med *blandningar af vatten och alkohol* (af den senast undersökta).

Anordningarna voro såsom vid närmast föregående försök. Trycket minskades småningom till under vattenångans tryck, emedan det, som sist destillerade öfver, utgjordes af nästan uteslutande vatten, om detta ingick i blandningen till någon högre procent. Tvenne försök hafva måst förkastas, emedan alltsammans icke destillerat öfver. I sista kolumnen (Tab. 4) angifvas beräknade värden för summan af ångbildningsvärmet för vattnet

och alkoholen i 1 g. blandning under antagande af vattnets ångbildningsvärme = 600 och alkoholens = 238.9 (= medeltal af de två sista försöken).

Blandningar af vatten och alkohol.

Tab. 4.

N:r.	Vattnets och alkoholens vigt i gram.	Procent alkohol.	Utträngdt kvicksilfver i mg.	Kalorimeter-korrektion.	Korr. Hg.-mängd.	Ångbildn.-värmet för 1 g. blandn.	Beräkn. värde för vatten + alkohol.
1	Alkohol = 0.2782	93.98					
	Vatten = 0.0178			pr. min.: — 0.230			
	Sma = 0.3060		45 min.: 1207.3	∴ 45 min.: — 10.3	1197.0	261.90	260.62
2	Alkohol = 0.2196	74.24	40 min.: 1129.6				
	Vatten = 0.0792		35 » 430.1	pr. min.: — 0.212			
	Sma = 0.2988		1 t. 15 m.: 1559.7	∴ 1 t. 15 m.: — 15.9	1543.8	338.02	331.92
3	Alkohol = 0.1570	59.83	33 min.: 947.2				
	Vatten = 0.1054		30 » 162.3				
	Sma = 0.2624		15 » 468.8				
			20 » 32.7	pr. min.: — 0.225			
			1 t. 38 m.: 1611.0	∴ 1 t. 38 m.: — 22.0	1589.0	392.20	383.96

Differenserna mellan de två sista kolumnerna angifva blandningsvärmet vid 0° under antagande af att ångor af vatten och alkohol blanda sig med hvarandra utan värmeutveckling. Man finner:

Procent alkohol.	Blandn.-värmet för 1 g. blandn.
93.98	1.28 medel kal.
74.24	6.10 »
59.83	8.24 »

DUPRÉ och PAGE [1]) hafva funnit vid ungefär 17°:

90 %	1.541 kal.
80 »	2.496 »
70 »	3.764 »
60 »	5.452 »
50 »	7.117 »

[1]) DUPRÉ und PAGE: Pogg. Ann. Ergb. V. 221, sid. 221, 1871.

Då enligt J. THOMSEN [1]) blandningsvärmet aftager, då temperaturen stiger, så att det i närheten af 78° är 0, så synes öfverensstämmelsen nöjaktig. Man får naturligtvis ej fordra stor noggrannhet, då blandningsvärmet är så litet i jemförelse med ångbildningsvärmet. Såsom en kontroll kunna dock de gjorda bestämningarna tjena.

Till sist vill jag anföra ett par bestämningar af *kolsvaflans ångbildningsvärme* vid 0°. Dessa skedde vid samma tillfälle och med samma hjelpmedel, som de i Tab. 1 meddelade försöken utfördes.

Kolsvaflans ångbildningsvärme vid 0° C.

Tab. 5.

N:r.	Kolsvaflans vigt i g.	Utträngdt kvicksilfver i mg.		Kalorimeter-korrektion.		Korr. Hg.-mängd.	λ = Ångbildn.-värmet för 1 g. kolsvafla.
1	2.2172	30 min.:	3045.0	30 min. före: +	5.2		
		15 »	5.1	30 » efter: +	0.4		
		45 min.:	3050.1	∴ 45 min.: +	4.2	3054.3	89.22
2	1.5352	45 min.:	295.9				
		25 »	650.8				
		15 »	455.4				
		1 t. 47 m.:	742.9	30 min. före: +	0.4		
		30 min.:	7.7	30 » efter: —	7.1		
		3 t. 27 m.:	2152.7	∴ 3 t. 27 m.: —	23.4	2129.3	89.83

Med. λ = 89.52

För att kunna jemföra de erhållna resultaten med af REGNAULT bestämda värden på ångbildningsvärmet, erfordras kännedom om sambandet mellan de olika värmeenheterna. Härmed är man ännu icke fullt på det klara. Under det att ur observationer af ROWLAND och DIETERICI öfver värmets mekaniska ekvivalent skulle följa, att

1 medelkalori = 1.0144 REGNAULTS kal., [2])

[1]) J. THOMSEN: Thermochem. Untersuchungen I, sid. 78.

[2]) N. EKHOLM: Sur la chaleur lat. de vap. de l'eau etc., sid. 24, Bih. t. K. S. Vet. Akad. Handl. Bd. 15, Afd. I, N:o 6.

har deremot N. EKHOLM kommit till annat resultat. Genom diskussion och omräkning af REGNAULTS egna undersökningar öfver vattnets spec. värme har han funnit

1 medelkalori = 1.00358 REGNAULTS kal.[1])

och att den Regnaultska kal. är i det närmaste konstant mellan 0 och 30 grader. (REGNAULT sjelf får 1 medelkal. = 1.0050 vanl. kal.). Emedan, som EKHOLM anmärker, vid beräkning af REGNAULTS kalori, REGNAULTS egna undersökningar måste läggas till grund, har jag ansett det på så sätt erhållna af EKHOLM beräknade värdet (1.00358) mest acceptabelt.

För etylalkohol

erhålles ur mina bestämningar i Tab. 1 och de 2 sista i Tab. 2, för hvilka den gjorda spec. vigt-bestämningen gäller, såsom medeltal ångbildningsvärmet vid 0° C. = . . 239.14 med. kal.
(spec. vigt [i med.] = 0.81592 vid 0°).

REGNAULT har funnit 236.5 vanl. kal. eller 235.7 med. kal.

För vatten

har jag erhållit ångbildn.-värmet vid 0° (Tab. 3) = 599.92 med. kal., ett värde, som är större än DIETERICIS 596.75 med. kal. enligt samma metod bestämda, men som närmar sig det ur REGNAULTS undersökningar enligt EKHOLMS beräkningar funna 602.02 [2]) med. kal.

För kolsvafla

har jag funnit (Tab. 5) ångbildn.-värmet vid 0° = 89.52 med. kal.
och REGNAULT 90.00 vanl. kal. eller . . . . . . 89.68 » »

Förestående undersökning är utförd år 1890 på Uppsala Universitets Fysiska Institution, till hvars Prefekt Hr Professor THALÉN jag hembär ett hjertligt tack.

---

[1]) N. EKHOLM: l. c. sid. 27.
[2]) N. EKHOLM: l. c. sid. 29.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 512.)

London. *Royal observatory, Greenwich.*
Introduction to the astronomical observations. 1892. 4:o.
Results of the astronomical observations. 1892. 4:o.
» » » magnetical and meteorological observations. 1892. 4:o.
» » » spectroscopic and photographic observations 1892. 4:o.
» » Meridian observations of stars made at the R. Observatory, Cape of Good Hope. 1885—87. 4:o.
Catalogue of 1,713 stars, for the equinox 1885·0 from observations made at the R. Observatory, Cape of Good Hope. 1894. 4:o.
— *Meteorological office.*
Meteorological charts of the Red Sea. 1895. Fol.
Madrid. *R. Academia de ciencias exactas, fisicas y naturales.*
Memorias. T. 16. 1895. 8:o.
Mexico. *Comision geológica.*
Boletín. N. 1. 1895. 4:o.
Moscou. *Société Imp. des naturalistes.*
Bulletin. 1895: N:o 2. 8:o.
München. *K. Bayerische Akademie der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Histor. Cl. Bd 21: Abth. 1. 1895. 4:o.
Sitzungsberichte. Philos.-philol. u. hist. Cl. 1895: H. 2. 8:o.
» Math.-physikal. Cl. 1895: H. 2. 8:o.
New York. *American museum of natural history.*
Annual report. Year 1894. 8:o.
Paris. *Société géologique de France.*
Bulletin. (3) T. 22(1894): N:o 10; 23(1895): 6. 8:o.
Philadelphia. *Academy of natural sciences.*
Proceedings. 1895: P. 1. 8:o.
— *Wagner free institute of science.*
Transactions. Vol. 3: P. 3. 1895. 8:o.
— *American philosophical society.*
Transactions. N. S. Vol. 18: P. 2. 1895. 4:o.
Proceedings. Vol. 34(1895): N:o 147. 8:o.
Plymouth. *Marine biological association.*
Journal. N. S. Vol. 4: N:o 1. 1895. 8:o.
Riga. *Naturforscher-Verein.*
Die Jubiläumsfeier am 27. März (8 April) 1895. 8:o.
Rio de Janeiro. *Observatorio.*
Annuario. 1894—95. 12:o.
Roma. *Ministero della pubblica istruzione.*
Indici e cataloghi. 1—4: Vol. 1: Fasc. 1—10; 2: 1—4; 5: Vol. 1—3; 6—7: Vol. 1: Fasc. 1—3; 8: Vol. 1: Fasc. 1—3; 9—11: Vol. 1: Fasc. 1—4; 12: Fasc. 1—4; 13—14: Fasc. 1; 15: Vol. 1: Fasc. 1—4. 1885—95. 8:o.
Rostock. *Universität.*
Academische Schriften 1894/95. 85 st.

(Forts. å sid. 596.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1895. N:o 8.
Stockholm.

Über Zuschlagsprämien und einige damit zusammenhängende Fragen.

Von Dr. Hans Tiselius.

[Mitgetheilt 9. Oktober 1895 durch M. Falk.]

Die Lebensversicherungstechnik ist, wie der Name angiebt, derjenige Theil der Versicherungswissenschaft, dessen Gegenstand die mathematische Behandlung gewisser in das Gebiet der Versicherung auf das menschliche Leben fallenden Probleme ist. Es ist somit die Aufgabe der Lebensversicherungstechnik, für jedes in das genannte Gebiet fallende Problem, das überhaupt eine mathematische Behandlung zulässt, eine Lösung zu finden. Indessen scheinen uns die Probleme, mit denen die Versicherungsmathematiker der Gegenwart sich beschäftigen, sehr einseitiger Natur zu sein. Die Konstruktion von Mortalitätstafeln und damit zusammenhängende Fragen wie Ausgleichungsmethoden u. a. m., das Aufstellen von Formeln für die Berechung der Nettoprämie und der Prämienreserve für mehr oder weniger zusammengesetzte Versicherungsarten sind fast die einzigen versicherungstechnischen Fragen, denen die Fachzeitschriften ihre Aufmerksamkeit widmen. Es giebt jedoch Fragen von vielleicht ebenso grosser Tragweite, die, obgleich sie in der Versicherungspraxis täglich vorkommen, soviel wir wissen, keine oder jedenfalls eine sehr geringe Beachtung gefunden haben. Darunter gehören die Fragen über die Berechnung der Zuschlagsprämie, über die Ermittlung des Rückkaufswerthes einer Lebensversicherungspolice, über die Principien, die bei der Umwandlung einer Versicherungspolice nach einem anderen Tarife als dem ursprünglichen anzuwenden sind u. s. f.[1])

[1]) Nachdem Obiges niedergeschrieben wurde, ist »*Mathem. Techn. Kapitel zur Lebensversicherung*» von C. L. Landré, Jena 1895 erschienen, in welchem Werke einige Kapitel der Behandlung dieser Fragen, jedoch nach ganz anderen Principien als in dem vorliegenden Aufsatze, gewidmet sind.

Es scheint, als hätte man diese Fragen als für eine streng mathematische Behandlung weniger geeignet angesehen und dieselben deshalb als gar keine technischen, sondern vielmehr als dem rein administrativen Gebiete der Versicherungsthätigkeit angehörige betrachtet. Wie verfährt man zum Beispiel bei der Berechnung der Zuschlagsprämie? Eine gewisse willkürliche Norm — gewöhnlich ein gewisser Procentsatz der Nettoprämie — wird a priori für dieselbe aufgestellt, ohne dass man es sich auch nur klar gemacht hat, welchen Bedingungen dieser Zusatz genügen soll. Bedenkt man nun, dass diese Zuschlagsprämie nach allgemeiner Praxis 15 bis 20 % der Nettoprämie beträgt, so kann man nicht umhin, über die Leichtfertigkeit zu erstaunen, womit die Frage über ihre Grösse abgefertigt wird, während man der Konstruktion der Nettoprämie die allergrösste Aufmerksamkeit widmet. Die Tarifprämie ist von diesen beiden Faktoren, der Nettoprämie und der Zuschlagsprämie, abhängig, und die Veränderung der Nettoprämie, welche durch die Zugrundelegung einer neuen Mortalitätstafel verursacht wird, kann in der That für die Tarifprämie von weit geringerer Bedeutung sein als ein veränderter Princip bei der Berechnung des Zuschlages es sein würde.

Die Grösse der Zuschlagsprämie ist freilich bei der Berechnung der Prämienreserve ohne Bedeutung, und diesem Umstande dürfte es in der That zuzuschreiben sein, dass man dieser Frage im Vergleich mit der Konstruktion der Nettoprämie so wenig Aufmerksamkeit geschenkt hat. Andrerseits aber hängt die Frage über die Zuschlagsprämie mit mehreren anderen Fragen der Versicherungstechnik, beispielshalber mit den Fragen über Rückkauf, Reduktion oder Veränderung einer Lebensversicherungspolice, Vertheilung des Gewinnes u. s. w. eng zusammen. Hat man nun ohne von irgend einer mathematischen Theorie auszugehen die Zuschlagsprämie willkürlich konstruirt, so ist selbstverständlich auch für jene sekundären Fragen keine mathematische Theorie zu gewinnen, sondern man ist fortwährend auf die reine Willkür hingewiesen. Unter solchen Verhältnissen

gelangt man indessen nie zu der nothwendigen Einheitlichkeit der verschiedenen Theile der Versicherungstechnik, diese werden gar nicht oder nur lose aneinandergefügt, und die Folge davon tritt als eine Menge Inkonsequenzen und Uneigentlichkeiten in der Praxis hervor.

Schon früher hatte ich Gelegenheit darauf aufmerksam zu machen. In einem Aufsatze »Die Principien bei Änderung eines Lebensversicherungsvertrages» (»Gjallarhornet» 28 April 1894) habe ich einige der besagten Inkonsequenzen, wie sich dieselben in den schwedischen Lebensversicherungsgesellschaften gestalten, dargethan; und in einer späteren Abhandlung »Über das Aufstellen neuer rationeller Principien in Bezug auf Rückkauf, Reduktion und Veränderungen der Lebensversicherungsverträge überhaupt I: Über den Rückkauf» (Försäkringsföreningens tidskrift 1894) habe ich der Frage über die Berechnung des Rückkaufswerthes eine besondere Behandlung gewidmet und dabei gezeigt, wie eng diese Frage mit derjenigen über die Zuschlagsprämie zusammenhängt.

Der Zweck des folgenden Aufsatzes, der gewissermassen als eine Fortsetzung meiner letztgenannten Abhandlung betrachtet werden kann, ist theils eine mathematische Theorie der Zuschlagsprämie zu geben, theils zu zeigen, wie einige Probleme der Lebensversicherungstechnik sich im Zusammenhange mit dieser Frage gestalten.

I.

Über die Zuschlagsprämie.

Wir nehmen an, dass von λ_0 Neugeborenen

$$\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_a, \ldots,$$

laut der Mortalitätstafel nach resp.

$$1, 2, \ldots, a, \ldots$$

Jahren noch am Leben sind.



Bezeichnen wir ferner durch p den gewählten Zinsfuss, durch ω die von der Mortalitätstafel angegebene Lebensgrenze, und führen wir folgende Bezeichnungen ein

$$r = 1 + p\,,$$
$$\varrho = \frac{1}{r}\,,$$
$$D_a = \lambda_a \varrho^a\,,$$
$$\tau = \lambda_a - \lambda_{a+1}\,,$$
$$T_a = \tau_a \varrho^{a+1}\,,$$
$$\sum D_a = \sum_{i=0}^{\omega - a} D_{a+i}\,.$$

Nehmen wir nun an, dass eine Lebensversicherungsanstalt sich verpflichtet, beim Tode einer beim Zutritt a-jährigen Person auszuzahlen

M_0, Kronen, wenn der Todesfall im Laufe des ersten Versicherungsjahres eintrifft
M_1 » » » » » » » zweiten » »
— — — — — — — — — — — —
M_{n-1} » » » » » » » n:ten » »

u. s. f.

und

L_0, Kronen am Anfang des ersten Versicherungsjahres,
L_1, » » » » zweiten »
— — — — — — — — — — — —
L_{n-1}, » » » » n:ten »

u. s. f.,

alles unter der Voraussetzung, dass der Versicherte damals am Leben ist, so ist der gegenwärtige Werth W_a dieser Versicherung offenbar

$$W_a = \frac{\sum_{i=0}^{\omega - a} \left[T_{a+i} M_i + D_{a+i} L_i \right]}{D_a} \quad \ldots\ldots (1)$$

wenn man nämlich die Erstattungen beim Todesfalle an das Ende jedes Versicherungsjahres verlegt. (Siehe meine Abhandlung »Über Sterblichkeit, Prämien- und Gewinnberechnungen in der Lebensversicherungstheorie,» Abt. II).

Die Gleichung (1) ist die Grundformel, die wir als Ausgangspunkt für unsere weiteren Untersuchungen wählen, indem sämmtliche Versicherungsverträge, die wir im Folgenden betrachten werden, sich als Specialfälle der obigen allgemeinen Versicherungsart rubrizieren lassen.

Die Formel

$$W_{a+n} = \frac{\sum_{i=n}^{\omega-a} [T_{a+i} M_i + D_{a+i} L_i]}{D_{a+n}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

giebt offenbar an, was am Ende des n:ten Jahres von dem Risico W_a übrig ist, d. h. den bis zu diesem Zeitpunkte diskontirten Werth aller in Folge des Versicherungsvertrages seitens der Anstalt noch zu leistenden Auszahlungen.

Statt durch die Entrichtung der einmaligen Prämie W_a kann die Versicherung erworben werden durch eine konstante jährliche Prämie ${}_sp_a$ während s Jahre, bestimmt durch die Formel

$${}_sp_a = \frac{W_a}{{}_sR_a} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

wo ${}_sR_a$ den Werth der temporären Leibrente während s Jahre für eine beim Eintritte a-jährige person bezeichnet; und für den erforderlichen Kapitalüberschuss nach n Jahren finden wir den Ausdruck

$$\text{Res}_n = W_{a+n} - \frac{W_a}{{}_sR_a} \cdot {}_{s-n}R_{a+n}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

wo die Leibrente ${}_{s-n}R_{a+n}$ durch 0 zu ersetzen ist, wenn $n > s$.

Die Versicherungsformen, welche wir im Folgenden betrachten werden, sind die in dem reinen Lebensversicherungsbetriebe am häufigsten vorkommenden, nämlich die Kapitalversicherung auf den Todesfall und die sogenannte gemischte Lebens- und Kapitalversicherung, in beiden Fällen mit Prämienzahlung entweder während der ganzen Versicherungsdauer oder während eines Theils derselben. Die Nettoprämien bei diesen Versicherungen ergeben

sich mit der grössten Leichtigkeit als specielle Fälle aus den allgemeinen Formeln (1) und (3).

Indem wir nun die Frage über den Zuschlag auf diese Nettoprämie aufnehmen, haben wir zuzusehen, welche Verpflichtungen ausser der Auszahlung der Versicherungssumme die Anstalt durch einen solchen Versicherungsvertrag übernimmt. Es wird dann nothwendig sein, nicht nur die rein theoretischen Principien, auf welche die Lebensversicherungsidée basirt ist, zu berücksichtigen, sondern auch die Art, auf welche diese Idée zur Verwirklichung gelangt, oder mit anderen Worten die Grundsätze, die von einer Anstalt, welche die Lebensversicherung als Geschäft bestreibt, zu befolgen sind, in Betracht zu ziehen. Schon wegen des Abschlusses des Versicherungsvertrages muss die Anstalt direkte Ausgaben wie für die ärztliche Untersuchung, Abschlussprovision u. s. f. machen, Ausgaben, die wir unter die gemeinschaftliche Benennung »Abschlusskosten» zusammenfassen wollen. Während des ganzen Laufes der Versicherung hat die Anstalt ferner eine gewisse jährliche Ausgabe für die Verwaltung derselben zu bestreiten, die sogenannten Verwaltnungskosten; und es liegt in der Natur der Sache, dass sowohl diese als die Abschlusskosten durch die von dem Versicherten entrichteten Prämie bestritten werden müssen.

Was nun für's Erste die Abschlusskosten betrifft, so werden wir uns bei der Bestimmung des Zuschlages auf die verschiedenen Prämien von dem Grundsatze leiten lassen, dass diese Kosten als von dem Beitrittsalter, der Versicherungsart und der Art der Prämienzahlung unabhängig zu betrachten und demnach proportional dem Versicherungsbetrage zu setzen sind. Hierzu finden wir uns vor Allem dadurch veranlasst, dass die Abschlussprovision, die ja den grössten Theil der Abschlusskosten verschlingt, in den meisten Fällen nach Procenten des Versicherungsbetrages berechnet sind. Demgemäss wollen wir den zur Deckung der Abschlusskosten für eine in einer der obigen Kategorien von Versicherungsformen gehörende Versicherung von 1 Kr. zurückzulegenden Betrag durch α bezeichnen.

Was dagegen die Verwaltungskosten betrifft, so zeigt sich ein wesentlicher Unterschied zwischen den Fällen, wo die Versicherung prämienpflichtig, und denjenigen, wo dieselbe prämienfrei ist. Zuerst bemerken wir, dass die jährliche Ausgabe für die Verwaltung einer prämienpflichtigen Versicherung als in zwei Theile zerfallend betrachtet werden kann, wovon der eine für die Bestreitung der Agenturkosten als z. B. für die Einkassierung von Prämien u. a. m., der andere für die Verwaltung der Versicherung im Hauptbureau in Anspruch genommen wird; demgemäss theilen wir auch den jährlichen Verwaltungsbeitrag, den wir durch b_2 bezeichnen, in zwei Theile ε_1 und ε, den genannten Zwecken entsprechend. Was die Bestimmung dieser beiden Quantitäten ε_1 und ε angeht, so scheinen gewisse Gründe dafür zu sprechen, dass die erste derselben proportional der jährlichen Nettoprämie (p), die letztere dagegen konstant, unabhängig vom Beitrittsalter wie von der Versicherungs- und Prämienzahlungsart, gesetzt werde. Die Incassoprovision wird ja nach gewissen Procenten des Prämienbetrages berechnet, und die Agenturkosten wachsen ja in Folge dessen in demselben Masse wie die Prämieneinnahme steigt. Die Verwaltungskosten des Hauptbureaus, d. h. die Kosten der Buchführung, der Ausschreibung von Prolongations-quittenzen etc. müssen dagegen als von der Höhe der Prämie ziemlich unabhängig betrachtet werden, und es scheint daher angemessen, dieselben nach Procenten der Versicherungssumme zu schätzen. Wir setzen demgemäss für eine den betreffenden Versicherungskategorien angehörige Versicherung im Betrage von 1 Kr.

$$b_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon = \delta p + \varepsilon ,$$

wo δ und ε Konstanten sind, unabhängig von Beitrittsalter, Versicherungs- oder Prämienzahlungsart.

Bei einer prämienfreien Versicherung kommen die Agenturkosten in Wegfall; aber auch die Kosten des Hauptbureaus, die wir wie in dem vorhergehenden Falle proportional der Versicherungssumme setzen, müssen wir als in Folge der Prämien-

freiheit der Versicherung in gewissem Masse reducirt ansehen. Nehmen wir also an, dass für die Bestreitung der Verwaltungskosten einer prämienfreien Police im Betrage von 1 Kr. ein jährlicher Betrag β erforderlich ist, so haben wir zwischen β und ε die Relation

$$\beta < \varepsilon ,$$

welches die einzige Relation zwischen diesen beiden Quantitäten ist, die eine rein theoretische Betrachtung an die Hand giebt.

Nach diesen einleitenden Betrachtungen gehen wir jetzt zur Bestimmung des Zuschlags für die verschiedenen Arten der einfachen und der gemischten Lebens- und Kapitalversicherung über.

Bei der allgemeinen Kapitalversicherung auf den Todesfall mit einmaliger Prämienzahlung haben wir in Formel (1)

$$M_0 = M_1 = \ldots = 1 ,$$
$$L_0 = L_1 = \ldots = 0$$

zu setzen und finden dann für diese Prämie den bekannten Ausdruck

$$V_a = 1 - (1 - \varrho) R_a , \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

wo

$$R_a = \frac{\Sigma D_a}{D_a}$$

wie gewöhnlich den Werth der sofort beginnenden lebenslänglichen Leibrente bezeichnet.

Um den Gesammt- oder Brutto-werth der Verbindlichkeiten, welche die Anstalt durch diesen Versicherungsvertrag übernommen hat, zu ermitteln, haben wir indessen unseren obigen Betrachtungen gemäss und indem wir bemerken, dass die Versicherung während des ersten Jahres prämienpflichtig, seitdem prämienfrei ist, in Formel (1)

$$M_0 = M_1 = \ldots = 1$$
$$L_0 = \alpha + \delta V_a + \varepsilon$$
$$L_1 = L_2 = \ldots = \beta$$

zu setzen und finden dann für diesen Bruttowerth W_a den Ausdruck

$$W_a = V_a + \alpha + \delta V_a + \varepsilon + \beta \cdot {}^1R_a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

wo ${}^1R_a$ den Werth der ein Jahr aufgeschobenen lebenslänglichen Leibrente bezeichnet.

Hätte die Anstalt eine Versicherung der in Rede stehenden Art zu einem Preise gleich dem obigen Gesammtwerth W_a der Verpflichtungen abgeschlossen, so würde sie ohne Rücksicht auf eine Avance gehandelt haben. Die von dem Versicherten entrichtete Prämie wird für gewisse bestimmte Zwecke in Anspruch genommen, von denen jedoch keiner das Interesse der Anstalt vertritt.

Soll die Lebensversicherung als Geschäft betrieben werden — soll übrigens auch andernfalls die nöthige Sicherheit gewonnen werden —, so muss foglich dieser Kapitalwerth der übernommenen Verpflichtungen mit einem gewissen Zuschlage belastet werden, welcher gleichsam die Avance der Anstalt ist. Bezeichnen wir denselben durch γ, so finden wir als Ausdruck für die gesammte einmalige Prämie

$$P_a = W_a + \gamma = V_a + B_a\,,$$

wo V_a die reine Nettoprämie und

$$B_a = \alpha + \delta V_a + \varepsilon + \beta\, {}^1R_a + \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

den Gesammtzuschlag bezeichnen.

Ausser den schon eingeführten Konstanten

$$\alpha,\ \beta,\ \delta \text{ und } \varepsilon$$

haben wir folglich eines rationellen Verfahrens bei der Bestimmung der Zuschlagsprämie halber noch eine Quantität γ einführen müssen. Wir machen nun bezüglich dieser Quantität dieselbe Annahme wie bezüglich der erstgenannten, nämlich dass sie von dem Beitrittsalter des Versicherten und von der Art der Versicherung und der Prämienzahlung unabhängig sei. Wir sind nämlich der Ansicht, dass eine Versicherungsform dem Versicherten ebenso vortheilhaft (billig) wie die andere sein soll und

dass daher die Anstalt keinen Grund hat bei einer Versicherungsform auf eine höhere Avance als bei der andern zu rechnen. Auch das Beitrittsalter soll die berechnete Avance nicht beeinflussen, sondern dieselbe soll für alle Versicherten und Versicherungen dieselbe sein. In der That sind die fünf Konstanten, die wir nun eingeführt haben

$$\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta \text{ und } \varepsilon$$

hinreichend, um den Zuschlag auf sämmtliche Prämien, welche innerhalb des Rahmens der gewöhlichen Lebens- oder der gemischten Lebens- und Kapitalversicherung fallen, nach unseren festgestellten Principien zu fixiren.

In den schwedischen Versicherungsanstalten berechnet man den Zuschlag zur Nettoprämie stets nach der Formel

$$b = \mu p + \nu \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

wo p die Nettoprämie, b den Gesammtzuschlag und μ und ν Konstanten, deren Werthe lediglich von der Versicherungs- und Prämienzahlungsart, nicht aber von dem Beitrittsalter, abhängig sind.

Dass ein nach der Gleichung (8) bestimmter Zuschlag auf die einmalige Prämie wirklich, unter Voraussetzung einer richtigen Bestimmung der Konstanten μ und ν, die oben für denselben aufgestellten Bedingungen genügen kann, lässt sich leicht zeigen. Für die einmalige Bruttoprämie finden wir nämlich, wenn der Zuschlag nach der Gleichung (8) bestimmt wird, den Ausdruck

$$P_a = V_a + \mu V_a + \nu\,,$$

und wenn wir davon den Gesammtwerth W_a aller von der Anstalt übernommenen Verbindlichkeiten nach der Gleichung (6) subtrahieren, so finden wir als Ausdruck des Prämienüberschusses (der Avance)

$$\gamma = P_a - W_a = (\mu - \delta) V_a + \nu - \varepsilon - \alpha - \beta\,{}^1R_a$$

oder auf Grund der Gleichung (5) und der Relation

$$'R_a = R_a - 1$$
$$\gamma = (\mu - \delta - a) + (\nu - \varepsilon + \beta) - [(\mu - \delta)(1 - \varrho) + \beta]R_a .$$

Soll nun γ von dem Beitrittsalter a unabhängig sein, so muss der Koefficient des R_a im obigen Ausdruck $= 0$ sein, und zur Bestimmung von μ und ν erhält man folglich die Gleichungen

$$(\mu - \delta)(1 - \varrho) + \beta = 0$$
$$\mu - \delta - \alpha + \nu - \varepsilon + \beta = \gamma$$

und daraus durch Auflösung

$$\left.\begin{aligned} \mu &= \delta - \frac{\beta}{1 - \varrho} \\ \nu &= \varepsilon - \beta + \frac{\beta + (\alpha + \gamma)(1 - \varrho)}{1 - \varrho}, \end{aligned}\right| \quad \ldots\ldots (9)$$

welche Gleichungen μ und ν als lineare Funktionen der Konstanten α, β, γ, δ, ε bestimmen.

Als Ausdruck für den Gesammtzuschlag B_a auf die einmalige Prämie haben wir somit ausser der Gleichung (7) den Ausdruck

$$B_a = \left(\delta - \frac{\beta}{1 - \varrho}\right)V_a + \varepsilon - \beta + \frac{\beta + (\alpha + \gamma)(1 - \varrho)}{1 - \varrho}, \quad \ldots (10)$$

wozu wir noch einen damit gleichwerthigen hinzufügen können nämlich

$$B_a = (\alpha + \delta + \gamma)V_a + (\varepsilon - \beta) + [\beta + (\alpha + \gamma)(1 - \varrho)]R_a , \quad (11)$$

den wir in dem Folgenden wiederfinden werden.

Die nächste Versicherungskategorie, die wir betrachten wollen, ist die Kapitalversicherung auf den Todesfall mit lebenslänglichen Jahresprämien. Die Nettoprämie wird dann angegeben durch die Formel

$$p_a = \frac{V_a}{R_a} = \frac{1}{R_a} - (1 - \varrho) \quad \ldots\ldots\ldots (12)$$

Um den Gesammtwerth der durch diesen Versicherungsvertrag von der Anstalt übernommenen Verbindlichkeiten zu

finden, haben wir in Gemässheit unserer vorhergehenden Betrachtungen in Formel (1) zu setzen

$$M_0 = M_1 = \ldots = 1$$
$$L_0 = \alpha + \delta p_a + \varepsilon$$
$$L_1 = L_2 = \ldots \delta p_a + \varepsilon$$

und finden dann für diesen Bruttowerth W_a den Ausdruck

$$W_a = 1 - (1 - \varrho)R_a + \alpha + (\delta p_a + \varepsilon)R_a \quad \ldots \quad (13)$$

den wir durch die Quantität γ oder die von dem Versicherungsvertrag berechnete Avance zu erhöhen haben, um den Kapitalwerth der von dem Versicherten zu entrichtenden jährlichen Bruttoprämien zu ermitteln. Demgemäss erhalten wir, vorausgesetzt dass die Versicherung durch Zahlung einer konstanten jährlichen Prämie ohne Antrittsgeld zu erwerben ist, als Ausdruck für die gesammte jährliche Bruttoprämie

$$P_a = p_a + \frac{\alpha}{R_a} + \delta p_a + \varepsilon + \frac{\gamma}{R_a}$$

oder indem wir

$$\left.\begin{aligned} b_1 &= \frac{\alpha}{R_a} \\ b_2 &= \delta p_a + \varepsilon \\ b_3 &= \frac{\gamma}{R_a} \\ b_a &= b_1 + b_2 + b_3 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

setzen,

$$P_a = p_a + b_a\,,$$

wo b_a den Gesammt-Zuschlag bezeichnet. Die durch b_1, b_2 und b_3 bezeichneten Theile dieses Zuschlages bezwecken resp.:

1) die Amortisation der Abschlusskosten,

2) die Deckung der laufenden Verwaltungskosten,

3) die Erzeugung der s. g. Avance der Anstalt.

Hierbei findet also ein beachtenswerther Unterschied von dem vorhergehenden Falle statt. Die Abschlusskosten und die Avance werden nicht mit ihrem vollen Betrage schon während des ersten

Versicherungsjahres, sondern erst nach und nach im Laufe der Versicherungsdauer entrichtet; die ersteren werden von der Anstalt vorgeschossen, und der entsprechende Betrag nebst der berechneten Avance macht eine Schuld des Versicherten aus, welche dieser allmählig durch die Prämie zu tilgen hat.

Sehen wir jetzt zu, ob in diesem Falle ein mittels der gebräuchlichen Gleichung (8) bestimmter Bruttozuschlag unseren oben aufgestellten Bedingungen genügen kann. Die Gleichung

$$b_1 + b_2 + b_3 = \mu p_a + \nu$$

giebt nach Eintragung der Werthe von b_1, b_2 und b_3 laut Gleichungen (14)

$$\frac{\alpha}{R_a} + \delta p_a + \varepsilon + \frac{\gamma}{R_a} = \mu p_a + \nu\,;$$

durch Lösung dieser Gleichung in Bezug auf γ erhält man

$$\gamma = \{(\mu - \delta)p_a + (\nu - \varepsilon)\}R_a - \alpha$$

oder nach Eintragung des Werthes von p_a laut Gleichung (12)

$$\gamma = [\mu - \delta - \alpha] + [(\nu - \varepsilon) - (\mu - \delta)(1 - \varrho)]R_a\,.$$

Soll γ von dem Beitrittsalter a unabhängig sein, so muss der Koefficient für $R_a = 0$ sein, weshalb die obige Gleichung in die zwei folgenden zerfällt:

$$\nu - \varepsilon = (\mu - \delta)(1 - \varrho)\,,$$
$$\gamma = \mu - \delta - \alpha\,,$$

welche μ und ν als Funktionen der Konstanten α, δ, γ und ε bestimmen, indem wir erhalten

$$\left.\begin{aligned} \mu &= \alpha + \delta + \gamma \\ \nu &= \varepsilon + (\alpha + \gamma)(1 - \varrho) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (15)$$

und als Ausdruck für den Gesammtzuschlag ergiebt sich

$$b_a = (\alpha + \delta + \gamma)p_a + \varepsilon + (\alpha + \gamma)(1 - \varrho) \ldots\ldots (16)$$

Auch in diesem Falle ist also eine Bestimmung des Bruttozuschlags mittels der Gleichung (8) unter Beibehaltung der für den Zuschlag aufgestellten Bedingungen möglich.

Wir gehen jetzt zur Betrachtung der Kapitalversicherung auf den Todesfall mit abgekürzter Prämienzahlung — Prämienaufhör nach s Jahren — über. Die Nettoprämie wird dann angegeben durch die Formel

$$ {}_s p_a = \frac{V_a}{{}_s R_a} = \frac{1-(1-\varrho)R_a}{{}_s R_a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Um den Gesammtwerth der durch diesen Versicherungsvertrag von der Anstalt übernommenen Verbindlichkeiten zu ermitteln, haben wir in Gemässheit unserer obigen Betrachtungen und indem wir bemerken, dass die Versicherung während der ersten s Jahre prämienpflichtig, dann aber prämienfrei ist, in Formel (1)

$$\begin{aligned} M_0 &= M_1 = \ldots\ldots = 1 \\ L_0 &= \alpha + \delta_s p_a + \varepsilon \\ L_1 &= L_2 = \ldots L_{s-1} = \delta_s p_a + \varepsilon \\ L_s &= L_{s+1} = \ldots\ldots = \beta \end{aligned}$$

zu setzen, und finden dann für diesen Bruttowerth den Ausdruck

$$W_a = 1-(1-\varrho)R_a + \alpha + (\delta_s p_a + \varepsilon)_s R_a + \beta\, {}^s R_a \quad \ldots (18)$$

wo ${}^s R_a$ den Werth der s Jahre aufgeschobenen Leibrente bezeichnet. Diesen Bruttowerth hat man, um den Kapitalwerth der von dem Versicherten zu entrichtenden jährlichen Bruttoprämien zu finden, durch γ oder die von dem Versicherungsvertrage berechnete Avance zu erhöhen. Demgemäss ergiebt sich, vorausgesetzt, dass die Versicherung durch eine konstante Jahresprämie ohne Eintrittsgeld erworben werden soll, folgender Ausdruck für die gesammte jährliche Bruttoprämie

$$ {}_s P_a = {}_s p_a + \frac{\alpha}{{}_s R_a} + \delta_s p_a + \varepsilon + \beta \cdot \frac{{}^s R_a}{{}_s R_a} + \frac{\gamma}{{}_s R_a}$$

oder indem wir

$$
\left.\begin{aligned}
b_1 &= \frac{\alpha}{{}_sR_a} \\
b_2 &= \delta_s p_a + \varepsilon \\
b_3 &= \frac{\gamma}{{}_sR_a} \\
b_4 &= \frac{\beta\,{}^sR_a}{{}_sR_a} \\
{}_sb_a &= b_1 + b_2 + b_3 + b_4
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (19)
$$

setzen,

$$
{}_sP_a = {}_sp_a + {}_sb_a\,, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (19\,a)
$$

wo ${}_sb_a$ den Gesammtzuschlag bezeichnet, b_1, b_2 und b_3 dieselbe Bedeutung wie bei der lebenslänglichen Prämienzahlung haben und b_4 denjenigen Theil des Zuschlages bezeichnet, welcher jährlich zurückgelegt werden muss, um die nach dem Aufhören der Prämienzahlung zur Deckung der Verwaltungskosten nöthigen Mittel zu bereiten.

Wir wollen jetzt zusehen, ob ein durch die gewöhnliche Gleichung (8) ermittelter Bruttozuschlag in diesem Falle unseren Bedingungen genügt.

Die Gleichung

$$
b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = \mu_s p_a + \nu
$$

giebt nach Eintragung der Werthe von b_1, b_2, b_3 und b_4 laut Gleichung (19) und Auflösung in Bezug auf γ

$$
\gamma = \{(\mu - \delta)_s p_a + (\nu - \varepsilon)\}_s R_a - a - \beta \cdot {}^sR_a\,.
$$

Substituirt man den Werth von ${}_sp_a$ laut Gleichung (17) und wendet die bekannten Leibrentenformen

$$
{}_sR_a = R_a - {}^sR_a
$$

an, so nimmt die obige Gleichung nach einigen Reductionen die folgende Form an

$$
\gamma = [\mu - \delta - \alpha] + [(\nu - \varepsilon) - (\mu - \delta)(1 - \varrho)]R_a -
$$
$$
- {}^sR_a[\nu - \varepsilon + \beta] \quad \ldots\ldots (20)
$$

Ponieren wir für's erste s Konstant und a variabel, so fordert die Gleichung (20), insofern derselbe konstante, von a unab-

hängige Werthe von μ und ν genügen sollen (da zwischen R_a und ${}^sR_a$ keine lineare Relation existirt, wenn $s > 1$) dass jeder der Koefficienten für R_a und ${}^sR_a = 0$ ist oder

$$\nu - \varepsilon = (\mu - \delta)(1 - \varrho)$$
$$\nu - \varepsilon + \beta = 0,$$

woraus

$$\mu = \delta - \frac{\beta}{1 - \varrho}$$
$$\nu = \varepsilon - \beta$$

folglich

$$\gamma = -\left\{\frac{\beta}{1 - \varrho} + \alpha\right\}.$$

Da nun γ in Folge seiner Bedeutung keine negative Quantität sein kann, folgt also, dass der Bruttozuschlag für diesen Fall sich nicht aus der Gleichung

$$b = \mu\, {}_sp_a + \nu$$

bestimmen lässt, insofern die dem μ und ν gegebenen Werthe vom Beitrittsalter unabhängig sein und unsere Zuschlagsbedingungen aufrecht erhalten werden sollen. Hingegen kann man natürlich den Werth einer dieser Konstanten beliebig fixieren und dann den Werth der anderen (welcher dann von a und s abhängig wird) aus der Gleichung (20) bestimmen, so dass unseren Bedingungen genügt wird.

Fixieren wir den Werth von μ genau wie bei der Kapitalversicherung auf den Todesfall mit lebenslänglicher Prämienzahlung oder laut Gleichung (15) zu

$$\mu = \alpha + \delta + \gamma$$

und setzen wir statt ν die Quantität

$$\nu = {}_s\lambda_a \qquad (21)$$

Die Gleichung (20) giebt dann für die Bestimmung dieser Quantität

$$[({}_s\lambda_a - \varepsilon) - (\alpha + \gamma)(1 - \varrho)]R_a = {}^sR_a[{}_s\lambda \;- \varepsilon + \beta],$$

woraus durch Auflösung

$$_s\lambda_a = \varepsilon - \beta + \frac{[\beta + (\alpha + \gamma)(1 - \varrho)]R_a}{_sR_a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

Durch die Formel

$$_sb_a = (\alpha + \delta + \gamma)_sp_a + \varepsilon - \beta + \frac{[\beta + (\alpha + \gamma)(1 - \varrho)]R_a}{_sR_a} \quad . \quad (23)$$

wird also der Gesammtzuschlag auf die Nettoprämie $_sp_a$ angegeben. Machen wir in dieser Formel $s = 1$, d. h. gehen wir zu dem einmaligen Prämienzuschlag über, so erhalten wir

$$_1b_a = B_a = (\alpha + \delta + \gamma)V_a + (\varepsilon - \beta) + [\beta + (\alpha + \gamma)(1 - \varrho)]R_a$$

oder unsere schon gefundene Formel (11). Machen wir hingegem $s = \omega - a$, d. h. gehen wir zur lebenslänglichen Prämienzahlung über, so nimmt die Gleichung (23) die Form

$$_{\omega - a}b_a = b_a = (\alpha + \delta + \gamma)p_a + \varepsilon + (\alpha + \gamma)(1 - \varrho)$$

an, d. i. Formel (16). Die Gleichung (23) schliesst also die vorhergehenden Fälle als specielle Fälle ein, was ja auch der Fall sein muss, wenn die nothwendige Kontinuität bezüglich des Zuschlages erlangt werden soll.

Untersuchen wir nun, wie die Quantität $_s\lambda_a$, durch die Gleichung (22) bestimmt, bei verschiedenen Werthen von a und s variirt. Sind a und a_1 zwei Beitrittsalter und ist $a_1 > a$, so müssen die folgenden Ungleichheiten statt finden

$$\left. \begin{aligned} 1 - \frac{R_{a_1+k}}{R_{a_1}} &> 1 - \frac{R_{a+k}}{R_a} \\ \frac{D_{a_1+k}}{D_{a_1}} &< \frac{D_{a+k}}{D} \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Die erste von diesen giebt ja an, dass nach k Jahren die Prämienreserve bei Versicherung auf den Todesfall für eine beim Eintritte a_1-jährige Person grösser als für eine a-jährige ist, und die letztere giebt an, dass die einmalige Prämie für eine reine Kapitalversicherung mit Auszahlung des Versicherungskapitals nach k Jahren für eine a_1-jährige Person kleiner ist als für eine

a-jährige, und diese Ungleichheiten finden beide bei über einer gewissen Grenze liegenden Werthen von a und a_1 statt. Andere Werthe der Beitrittsalter als diejenigen, welche diesen Ungleichheiten genügen, können wir bei dieser Betrachtung auslassen, da solche bei den hier in Rede stehenden Versicherungsarten nicht vorkommen. Von den Ungleichheiten (24) ergiebt sich

$$\frac{R_{a+k+s}}{R_{a+s}} < \frac{R_{a+k}}{R_a}$$

$$\frac{D_{a+k+s}}{D_{a+k}} < \frac{D_{a+s}}{D_a}.$$

Durch Multiplikation und Anwendung der Formel

$${}^sRa = \frac{D_{a+s}}{D_a} R_{a+s}$$

erhält man hieraus

$$\frac{R_{a+k}}{R_a} > \frac{{}^sR_{a+k}}{{}^sR_a},$$

und durch Anwendung der Formel

$${}^sR_a = R_a - {}_sR_a$$

ergiebt sich hieraus

$$\frac{R_a}{{}_sR_a} > \frac{R_{a+k}}{{}_sR_{a+k}}.$$

Auf Grund dieser Ungleichheit finden wir leicht, dass wir

$${}_s\lambda_{a+k} < {}_s\lambda_a$$

haben müssen oder dass bei wachsenden Werthen des Beitrittsalters a die Quantität ${}_s\lambda$ sich mindert, wenn s konstant gehalten wird, und für

$$a = \omega - s$$

ihren kleinsten Werth erreicht, in welchem Falle wir

$${}_s\lambda_{\omega-s} = \varepsilon + (\alpha + \gamma)(1 - \varrho)$$

oder den laut Gleichungen (15) bestimmten Werth von ν bei lebenslänglicher Prämienzahlung erhalten.

Aus der Ungleichheit

$$_{s+k}R_a > {}_sR_a$$

ergiebt sich unmittelbar, dass

$$_{s+k}\lambda_a < {}_s\lambda_a \,.$$

Für fallende Werthe von s nimmt folglich bei unveränderten Werthen von a die Quantität $_s\lambda_a$ zu, und erreicht ihren grössten Werth für $s = 1$, indem wir denn

$$_1\lambda_a = \varepsilon - \beta + [\beta + (\alpha + \gamma)(1 - \varrho)]R_a$$

haben.

Die hier entwickelte Methode für die Berechnung der Zuschlagsprämie für die verschiedenen Arten der Lebensversicherung lässt sich in allen Einzelheiten auch auf die sogenannte gemischte Lebens- und Kapital-Versicherung anwenden. Soll das Kapital nach k Jahren, von dem Anfang der Versicherung an gerechnet, ausgezahlt werden, so hat man nur statt der lebenslänglichen Leibrente R_a die temporäre $_kR_a$ und bei abgekürzter Prämienzahlung statt der aufgeschobenen lebenslänglichen Leibrente ^sR_a die aufgeschobene temporäre Leibrente $_{k-s}^{\;\;s}R_a$ in die angeführten Formeln einzutragen, um die entsprechenden Formeln für die gemischte Versicherung unmittelbar zu erhalten.

* * *

Aus der obigen Analyse der Zuschlagsprämie ergiebt sich unzweifelhaft das Vorhandensein eines gewissen rationellen Zusammenhanges zwischen den Zuschlägen der verschiedenen Prämien nicht nur für eine und dieselbe Versicherungsform, sondern auch für die verwandten Formen. Ist nun dieser nothwendige Zusammenhang nach den üblichen Zuschlagsmethoden in den Tarifen der schwedischen Versicherungsanstalten vorhanden?

Wie früher gesagt, ist bei diesen Anstalten der Brutto-Zuschlag durch Formel (8) bestimmt, und für alle Arten einfacher oder gemischter Lebensversicherung hat μ denselben Werth

nämlich $\mu = 0{,}1$. Der Werth von ν hingegen ist von der Prämienzahlungszeit abhängig. Bei der Kapitalversicherung auf den Todesfall mit lebenslänglicher Prämienzahlung ist $\nu = 0{,}0025$, bei derselben Versicherung mit abgekürzter Prämienzahlung ist

$$\text{für } s \geqq 25,\ \nu = 0{,}0030$$
$$\text{»}\ \ s = 24,\ \nu = 0{,}0031$$
— — — — — —
$$\text{»}\ \ s = 10,\ \nu = 0{,}0045$$
u. s. f.

Für $s = 1$ oder einmalige Prämienzahlung erreicht ν seinen grössten Werth

$$\nu = 0{,}01\ .$$

Da wir gefunden haben, dass für die lebenslängliche Prämie eine Bestimmung des Zuschlags nach Formel (8) möglich ist, wenn man nur den Quantitäten μ und ν die in Formeln (15) angegebenen Werthe giebt, so ist es einleuchtend, dass kein theoretisches Hinderniss sich der Richtigkeit einer Bestimmung dieses Zuschlags nach der Formel

$$b = 0{,}1\,p + 0{,}0025$$

entgegenstellt. Es ist alles davon abhängig, ob die Konstanten α, γ, δ und ε den Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} 0{,}1 &= \alpha + \delta + \gamma \\ 0{,}0025 &= \varepsilon + (\alpha + \gamma)(1 - \varrho) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (25)$$

genügen können, ohne dass dadurch eine praktische Ungereimtheit entsteht oder mit anderen Worten ohne dass diesen Quantitäten Werthe beigelegt werden, welche mit ihrer Bedeutung oder mit der Erfahrung der Anstalten nicht übereinstimmen.

Andrerseits giebt die Gleichung (10) offenbar an die Hand, dass die Methode der schwedischen Anstalten, den Zuschlag auf die einmalige Prämie zu berechnen, keine rationelle sein kann. Schreiben wir nämlich diese Gleichung unter der Form (11), so finden wir, dass, wenn man, wie es diese Anstalten thun, in der

Gleichung (8) der Quantität μ für diese Prämie denselben Werth wie für die lebenslängliche Prämie giebt, nämlich

$$\mu = \alpha + \delta + \gamma,$$

die Quantität ν, die in solchem Falle, unserer früher eingeführten Quantität ${}_1\lambda_a$ (sieh Seite 579) gleich wird, nicht konstant bleiben kann, sondern von dem Beitrittsalter abhängige Werthe annimmt. Dies war a priori schon dadurch klar, dass der obige Werth von μ nicht der in den Gleichungen (9) angegebene ist. Die Gleichungen

$$\mu = \alpha + \delta + \gamma$$

und

$$\mu = \delta - \frac{\beta}{1 - \varrho}$$

lassen sich nämlich nicht mit einander vereinbaren, da dies für α, β oder γ einen unmöglichen Werth voraussetzen würde.

Da bei wachsenden Werthen von a die Werthe von ${}_1\lambda_a$ abnehmen, ist es einleuchtend, dass die schwedischen Anstalten mit ihrem konstanten Werthe von ν für die den höheren Beitrittsaltern entsprechenden einmaligen Prämien einen *relativ* zu hohen Zuschlag berechnen.[1])

Auch bei abgekürzter Prämienzahlung während mehr als eines Jahres wird für die den höheren Altern entsprechenden Prämien der Zuschlag *relativ* zu hoch bestimmt. Wählt man nämlich für diesen Fall denselben Werth von μ als bei der lebenslänglichen Prämienzahlung, so nimmt ν in der Gleichung (8) den Werth

$$\nu = {}_s\lambda_a$$

an, und es ist oben nachgewiesen worden, dass die Quantität ${}_s\lambda_a$ bei wachsenden Werthen von a abnimmt.

Wir wollen nun diese Abtheilung mit einer Tafel über die Grösse der nach unserer Methode konstruirten Zuschlagsprämie schliessen. Es wird dann nöthig sein, den Konstanten α, β, γ,

[1]) Dass der Zuschlag, *im Ganzen* genommen, ein zu niedriger ist, geht aus dem folgenden hervor.

δ, ε gewisse Zahlwerthe beizulegen, und um eine kritische Vergleichung der schwedischen Bruttoprämien zu erhalten, werden wir unsere Konstanten so zu bestimmen suchen, dass in beiden Fällen die lebenslängliche Prämie ungefähr dieselbe wird. Wir ponieren somit

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= 0{,}02 \\ \beta &= 0{,}0004 \\ \gamma &= 0{,}03 \\ \delta &= 0{,}05 \\ \varepsilon &= 0{,}0006 = 1{,}5\,\beta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

d. h. wir veranschlagen die Abschlusskosten auf 2 % der Versicherungssumme, die jährlichen Verwaltungskosten einer prämienfreien Police auf 0,4 pro mille, die Centralverwaltungskosten einer prämienpflichtigen auf 0,6 pro mille und die Agenturkosten auf 5 % der Nettoprämie, und nehmen als Avance oder Sicherheitszuschlag 30 Kr. pro 1,000 Kr. Assekuranz an. Mit diesen Werthen der Konstanten erhält man bei lebenslänglicher Prämienzahlung laut Gleichung (15) (Zinsfuss 4 %)

$$\begin{aligned} \mu &= 0{,}020 \;\; + 0{,}050 + 0{,}030 \;\;\;\; = 0{,}1 \\ \nu &= 0{,}0006 + 0{,}050 \cdot 0{,}03846 = 0{,}002523 \end{aligned}$$

also bis auf die 5:te Dezimalstelle dieselben Werthe, welche die schwedischen Anstalten anwenden.

Die folgende Tafel giebt die Werthe der Quantität ν an, und zwar für eine Versicherung auf 100 Kr., aber mit Prämienzahlung während 1, 5, 10, 15, 20, 25 und 30 Jahre für die in der ersten Kolumne angegebenen Beitrittsalter, unter der Voraussetzung, dass der Quantität μ stets der Werth $\mu = 0{,}1$ gegeben wird, mit anderen Worten also die Werthe unserer Quantitäten

$${}_1\lambda_a,\ {}_5\lambda_a,\ {}_{10}\lambda_a \text{ u. s. f.}$$

mit der unter (26) gegeben Bestimmung der Konstanten und Zugrundelegung der Mortalitäts-Tafel der 17 Engl. Gesellschaften und einem Zinsfusse von 4 %

a	${}_{1}\lambda_a$	${}_{5}\lambda_a$	${}_{10}\lambda_a$	${}_{15}\lambda_a$	${}_{20}\lambda_a$	${}_{25}\lambda_a$	${}_{30}\lambda_a$
30	4,21	0,94	0,54	0,40	0,34	0,30	0,28
35	4,00	0,90	0,51	0,39	0,33	0,29	0,28
40	3,76	0,84	0,48	0,37	0,31	0,28	0,27
45	3,47	0,78	0,45	0,35	0,30	0,27	0,26
50	3,15	0,72	0,42	0,33	0,29	0,27	0,26
55	2,80	0,65	0,39	0,31	0,27	0,26	0,25
60	2 44	0,58	0,35	0,29	0,26	0,25	0,25
Jetzt gebräuchliche Werthe.	1,0	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,30

Auffallend ist in dieser Tafel der allzu niedrige Zuschlag auf die einmalige Prämie nach dem gegenwärtigen Principe. Die Tafel spricht übrigens für sich selbst ohne eines Kommentars zu bedürfen.

Man könnte einwenden, dass die von dieser Tafel angegebenen Zahlwerthe der Quantitäten ${}_{t}\lambda_a$ keine Bedeutung haben, weil die Bestimmungen der Konstanten (26) willkürlich sind. Diese Willkürlichkeit ist doch nicht so gross, als man zuerst zu glauben geneigt ist. Wir müssen nämlich bedenken, dass man bei diesen Bestimmungen von der Voraussetzung ausgegangen ist, dass der jetzt gebräuchliche Bruttozuschlag bei der Versicherung auf den Todesfall rationell festgestellt worden ist, eine Voraussetzung, der, wie wir gesehen haben, kein theoretisches Hinderniss im Wege steht. Unter solchen Umständen kommt es darauf an, dass den Gleichungen (25) durch solche Werthe der Konstanten genügt wird, welche nicht zu praktischen Ungereimtheiten führen. Dass der Werth $\delta = 0{,}05$ dem Resultate der Wirklichkeit ziemlich nahe kommt, wird man sowohl aus anderen Gründen als besonders daraus ersehen können, dass die Incasso-provision allein gewöhnlich 3 % der Bruttoprämie beträgt. Ist der Werth von δ dermassen fixiert, erhalten wir, insofern der ersten der Gleichungen (25) genügt werden soll,

$$\alpha + \gamma = 0{,}05 .$$

Dieser Gleichung kann durch Werthe für α und γ, die praktisch möglich sind, genügt werden; ein Abschlusskostenbetrag von 2 % der Versicherungssumme lässt ja sehr wohl einen positiven und in jeder Hinsicht möglichen Werth von γ zu. (Welche Werthe jeder besonderen dieser Quantitäten beigelegt werden, ist in der That für die Bestimmung des Bruttozuschlags von keinem Belang, da nur ihre Summe in dem Ausdruck für ${}_s\lambda_a$ enthalten ist.) Die andere der Gleichungen (25) giebt dann als Werth der Quantität ε

$$\varepsilon = 0{,}0006 .$$

Die Wahl von β muss hingegen ziemlich willkürlich gemacht werden; man sehe nur zu, dass der Ungleichheit

$$\beta < \varepsilon$$

genügt werde. Andererseits beeinflusst der Werth von β sehr wenig die Quantität ${}_s\lambda_a$ in Folge der Beschränkung der möglichen Werthe von β, die von der obigen Ungleichheit bedingt ist.

II.

Über Rückkauf.

»Versicherungspolicen, die seit mindestens 3 Jahren in Kraft sind, werden von der Gesellschaft, wenn sie prämienpflichtig sind, mit $^3/_4$, wenn sie prämienfrei sind, mit $^9/_{10}$ des mathematischen Versicherungswerthes zurückgekauft,» so lautet die Regel, nach welcher seit längerer Zeit die meisten schwedischen Anstalten den Rückkaufswerth einer Police berechnen.

Wie unrichtig dem Principe nach diese Bestimmung ist, nach welcher das Opfer, das der Versicherte beim Austritte bringen muss, grösser wird, je älter die Versicherung und je grösser die Gefahr die Versicherungssumme auszahlen zu müssen ist, wie unförmlich in ihrer Anwendung sie ist und welche technischen Uneigentlichkeiten dieselbe in der Praxis mit sich bringt, das alles habe ich in meinem vorigen Aufsatze über diesen Ge-

genstand nachgewiesen. Es wurde auch daselbst angedeutet, wie man durch gewisse Betrachtungen über die Natur der Zuschlagsprämie ein neues und gerechteres Princip für die Berechnung des Rückkaufswerthes ermitteln könne. Mit den Formeln für die Zuschlagsprämie, die es uns in der vorhergehenden Abtheilung gelungen ist aufzustellen, ist es jetzt möglich dieses Princip konsequent durchzuführen und dadurch eine völlig rationelle und gerechte Methode für die Konstruktion des Rückkaufswerthes zu finden.

Wir können diesem Princip die folgende allgemeine Formulierung geben: »Der Rückkaufswerth einer Versicherung ist der Betrag, um welchen der Werth sämmtlicher Verbindlichkeiten der Anstalt gegenüber dem Versicherten grösser ist als der Werth sämmtlicher Verbindlichkeiten des Versicherten gegenüber der Anstalt.»

(Man vergleiche hiermit die Definition des s. g. mathematischen Werthes als des Betrages, worum der Werth der Netto-Verbindlichkeit der Anstalt gegenüber dem Versicherten grösser ist als der Werth der Netto-Verbindlichkeit des Versicherten gegenüber der Anstalt.)

Sehen wir jetzt zu, wie sich dieses Princip in seiner Anwendung auf unsere in der vorhergehenden Abtheilung behandelten Versicherungsformen gestaltet. Nehmen wir denn zuerst den allgemeinsten Fall der Kapitalversicherung auf den Todesfall, nämlich mit s-jähriger Prämienzahlung, so ist durch Formel (18) der gegenwärtige Werth der Gesammt-Verbindlichkeit der Anstalt gegenüber dem Versicherten beim Abschliessen des Versicherungsvertrages angegeben, und die Formel

$$\frac{W_a}{{}_sR_a} = {}_sp_a + b_1 + b_2 + b_4$$

giebt an, welcher Theil der jährlichen Bruttoprämie für das Erfüllen dieser Verbindlichkeit in Anspruch genommen wird.

Die Formel

$$W_{a+n} = V_{a+n} + (\delta_s p_a + \varepsilon)\,{}_{s-n}R_{a+n} + \beta^{s-n}R_{a+n} \quad (27)$$

giebt ferner an, vorausgesetzt dass $s > n$, was nach n Jahren von dem Risico W_a übrig ist, oder mit anderen Worten den bis zu diesem Zeitpunkte reducierten Werth aller restierenden Verbindlichkeiten der Anstalt gegenüber dem Versicherten; und als Ausdruck für den nach n Jahren erforderlichen Kapitalüberschuss finden wir folglich nach Formel (4), nachdem die Werthe von b_1 b_2 und b_4 laut (19) eingetragen worden sind, den Ausdruck

$$\text{Res}_n = V_{a+n} - {}_sp_a \cdot {}_{s-n}R_{a+n} + \beta\left[R_{a+n} - \frac{R_a}{{}_sR_a} \cdot {}_{s-n}R_{a+n}\right] - \\ - \frac{\alpha}{{}_sR_a} \cdot {}_{s-n}R_{a+n}$$

oder indem wir

$$\text{res}_n = V_{a+n} - {}_sp_a \cdot {}_{s-n}R_{a+n}$$

$${}_s\varrho_n = R_{a+n} - \frac{R_a}{{}_sR_a} \cdot {}_{s-n}R_{a+n}$$

setzen, offenbar

$$\text{Res}_n = \text{res}_n + \beta \cdot {}_s\varrho_n - \frac{\alpha}{{}_sR_a} \cdot {}_{s-n}R_{a+n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (28)$$

Die Quantität res_n bezeichnet hier offenbar die mathematische Reserve der Versicherung oder den s. g. mathematischen Werth derselben, die Quantität $\beta \cdot {}_s\varrho_n$, die nichts anderes ist als die mathematische Reserve einer aufgeschobenen Leibrente im Betrag von β Kr., die zum erstenmal nach Aufgehör der Prämienzahlung und dann jährlich, so lange der Versicherte am Leben, auszuzahlen ist, und mit s-jähriger Prämienzahlung, bezeichnet offenbar den Betrag, der, nachdem die Versicherung prämienfrei geworden, für die Bestreitung der Verwaltungskosten zurückgelegt sein muss. Die Quantität

$$\frac{\alpha}{{}_sR_a} \cdot {}_{s-n}R_{a+n}$$

endlich bezeichnet das nach n Jahren Rückständige von der Schuld des Versicherten an die Anstalt für die von derselben vorgeschossenen Abschlusskosten.

Für $n > s$, d. h. nachdem die Versicherung prämienfrei geworden, nimmt Formel (28) folgendes Aussehen an

$$\mathrm{Res}_n = \mathrm{res}_n + \beta \cdot R_{a+n},$$

welche Formel auch für $s = 1$ d. h. für einmalige Prämienzahlung gilt. Für $s = \omega - a$ oder lebenslängliche Prämienzahlung finden wir

$$\mathrm{Res}_n = \mathrm{res}_n - \frac{\alpha}{R_a} R_{a+n}.$$

Die hier entwickelten Formeln für den erforderlichen Kapitalüberschuss zeigen, dass ausser der mathematischen Reserve eine s. g. Verwaltungsreserve für Fälle mit abgekürzter Prämienzahlung und Freipolicen unter den Fonds der Anstalt erforderlich ist. Von einer solchen Verwaltungsreserve wissen aber die meisten schwedischen Anstalten nichts, der ganze Bruttozuschlag wird während des Fortganges der Prämienzahlung verschlungen und nach dem Aufhören derselben müssen die prämienpflichtigen Versicherungen allein die Verwaltungskosten bestreiten. Das Unrichtige dieses Verfahrens liegt zu Tage und bedarf keines Nachweises. Andrerseits giebt das in unseren Formeln auftretende negative Glied an, dass die Anstalt als in gewissem Masse berechtigt angesehen werden kann, den gegenwärtigen Werth derjenigen Theile der Zuschlagsprämien, die für die Amortisation der Abschlusskosten berechnet sind, als einen Theil ihres Vermögens zu betrachten. Indessen kommt in den schwedischen Anstalten keine Amortisation der Abschlusskosten, sei es nach der sogenannten »Zillmerschen» Methode oder nach irgend einer anderen, vor; und wir sind gewiss weit entfernt, für diesen Zweck Verminderung der mathematischen Reserve zu empfehlen, die nach unserer Ansicht vor Allem bei ihrem vollen Werthe erhalten werden muss. Wir haben nur auf Grund der Bedeutung dieses Verhältnisses für unsere folgenden Untersuchungen auf dasselbe hinweisen wollen.

In Gemässheit unseres oben festgestellten Principes für die Berechnung des Rückkaufswerthes finden wir bei abgekürzter

Prämienzahlung als Ausdruck für den Rückkaufswerth ($\AA$) nach n Jahren den Ausdruck

$$\AA = W_{a+n} - {}_sP_a \cdot {}_{s-n}R_{a+n}$$

oder nach Eintragung der Werthe von W_{a+n} und ${}_sP_a$ nach den Formeln (27) und (19) (19 a)

$$\AA = \text{res}_n + \beta \cdot {}_s\varrho_n - \frac{\alpha + \gamma}{{}_sR_a} \cdot {}_{s-n}R_{a+n} \, .$$

Für $s = 1$ erhält man

$$\AA = \text{res}_n + \beta R_{a+n}$$

und für $s = \omega - a$

$$\AA = \text{res}_n - \frac{\alpha + \gamma}{R_a} R_{a+n} \, ,$$

welche Formeln den Rückkaufswerth für resp. einmalige und lebenslängliche Prämienzahlung angeben, die erstere übrigens für alle prämienfreien Versicherungen auf den Todesfall gültig.

Setzen wir

$$d(b_1) = \frac{\alpha}{{}_sR_a} \cdot {}_{s-n}R_{a+n}$$

$$d(b_2) = \frac{\gamma}{{}_sR_a} \cdot {}_{s-n}R_{a+n} \, ,$$

wo wir also unter $d(b_1)$ und $d(b_2)$ die bis zum Zeitpunkte für die Berechnung des Rückkaufswerthes diskontierten Werthe der mit b_1 und b_2 bezeichneten Theile des Zuschlags verstehen, und bezeichnen wir den mathematischen Werth res_n durch m, so kann der generelle Ausdruck für den Rückkaufswerth folgendermassen geschrieben werden

$$\AA = m + \beta \cdot {}_s\varrho_n - d(b_1 + b_2) \, ,$$

unter welcher Form wir denselben in unserer vorigen Abhandlung über diese Frage angegeben haben; (die daselbst mit b_2 bezeichnete Quantität entspricht dem b_3 dieses Aufsatzes).

Wenn man die Rückkaufswerthe nach dieser Methode konstruirt, so erhalten die Versicherten beim Austritt aus der An-

stalt ihr volles Recht, aber auch die Anstalt hat ihr Recht gesichert, indem sie sich sowohl für die vorgeschossenen Abschlusskosten, die der Versicherte der Anstalt schuldet, als für die beim Fortbestande des Versicherungsvertrages berechnete Avance kreditiert.

Wie ersichtlich, ist die Grösse des Rückkaufsbetrages im Wesentlichen von den Werthen abhängig, die man den Quantitäten

$$b_1 , b_3 , b_4$$

giebt oder mit anderen Worten von den Konstanten α, β, γ.

Sollen sämmtliche Versicherungen beim Abschliessen des Rückkaufsvertrages mit gleicher Gerechtigkeit behandelt werden, so ist es also nothwendig, wenn der Rückkaufswerth nach unseren obigen Formeln berechnet werden soll, dass der Zuschlag auf die verschiedenen Prämien rationell berechnet worden ist, damit der nöthige Zusammenhang zwischen denselben vorhanden ist.

Durch die in der vorhergehenden Abtheilung entwickelte Methode für die Bestimmung des Zuschlags wird dies der Fall, und erst durch die Anwendung derselben erreicht die jetzt angegebene Methode für die Berechnung des Rückkaufswerthes die erwünschte Vollendung.

Hier möchten nun einige Tafeln gegeben werden, um zu zeigen, wie sich die nach dieser neuen Methode konstruirten Rückkaufswerthe in einzelnen Fällen gestalten. Wir müssen indessen denn von solchen Werthen des Zuschlags, beispielshalber den auf Seite 583 angeführten ausgehen, welche den in der vorhergehenden Abtheilung aufgestellten Bedingungen, genügen. Wir erhalten in diesem Falle die folgenden zwei Tafeln, welche die Rückkaufsbeträge in Procenten der Versicherungssumme für die ersten 20 Jahre der Versicherungsdauer bei einer Versicherung auf den Todesfall *a*) mit lebenslänglicher, *b*) mit 20-jähriger Prämienzahlung angeben. Zum Vergleiche ist auch der mathematische Werth in die Tafeln mit aufgenommen.

a)

Versicherungsdauer.	Mathematischer Werth.	Rückkaufswerth.
Jahr.	%	%
1	0,933	— 4,020
2	1,893	— 3,012
3	2,886	— 1,970
4	3,912	— 0,892
5	4,968	0,216
6	6,062	1,365
7	7,191	2,551
8	8,355	3,773
9	9,560	5,038
10	10,807	6,347
11	12,092	7,697
12	13,426	9,097
13	14,800	10,540
14	16,216	12,027
15	17,668	13,551
16	19,154	15,112
17	20,666	16,699
18	22,209	18,319
19	23,776	19,965
20	25,369	21,637

b)

Versicherungsdauer.	Mathematischer Werth.	Rückkaufswerth.
Jahr.	%	%
1	1,606	— 3,222
2	3,272	— 1,876
3	5,009	0,549
4	6,813	2,550
5	8,687	4,630
6	10,640	6,798
7	12,672	9,041
8	14,785	11,404
9	16,989	13,854
10	19,287	16,411
11	21,678	19,073
12	24,176	21,856
13	26,780	24,757
14	29,492	27,783
15	32,314	30,933
16	35,251	34,215
17	38,301	37,628
18	41,478	41,188
19	44,784	44,897
20	48,227	48,765

Dass die oben angegebenen Rückkaufswerthe nicht mit den in meinem vorigen Aufsatze angeführten übereinstimmen können, erhellt daraus, dass diese nach der bisherigen Methode für die Zuschlagsberechnung konstruirt sind, während jene nach der in der vorhergehenden Abtheilung dieses Aufsatzes vorgeschlagenen Methode berechnet sind.

Unsere jetzt gefundenen Rückkaufsbeträge beziehen sich also auf wesentlich neue Prämien und lassen sich nicht auf die jetzigen anwenden.

Die Bedeutung der in Anfang der Versicherungszeit auftretenden negativen Rückkaufswerthe ist zu klar, um irgend eines Nachweises zu bedürfen. Diese Versicherungen verursachen beim

Austritte des Versicherten der Anstalt einen Verlust oder wenigstens eine Verminderung der berechneten Avance, und das Recht den baaren Rückkaufsbetrag zu bekommen dürfte daher nicht eintreten, sobald dieser einen positiven Werth erhält, sondern erst etwa ein Jahr nachher, damit die Anstalt beim Abfalle der jüngeren Versicherungen entschädigt werde.

III.

Über Reduktion und Änderung eines Versicherungsvertrages.

Verlangt ein Versicherter, welcher mit der Prämienzahlung aufhört, statt des baaren Rückkaufsbetrags eine Freipolice auf einen reducierten Betrag, so ist es einleuchtend, dass dieser Betrag so zu bestimmen ist, dass der gegenwärtige Werth der Verbindlichkeit der Anstalt auf Grund der reducierten Police dem Guthaben des Versicherten bei der Anstalt auf Grund der ursprünglichen Versicherung (dem Rückkaufswerth derselben) gleich wird. Demnach erhalten wir für die Bestimmung des reducierten Betrages (F) nach n Jahren bei Versicherung auf den Todesfall die Gleichung

$$F(V_{a+n} + \beta R_{a+n}) = \acute{A}$$

oder

$$F = \frac{\acute{A}}{V_{a+n} + \beta R_{a+n}}$$

und bei gemischter Lebens- und Kapitalversicherung mit Auszahlung des Kapitals nach k Jahren vom Anfang der Versicherung an gerechnet

$$F = \frac{\acute{A}}{{}_{k-n}V_{a+n} + \beta_{k-n}R_{a+n}},$$

wo für den Rückkaufswerth $\acute{A}$ die in der vorhergehenden Abtheilung aufgestellten Formeln anzuwenden sind.

Die schwedischen Anstalten berechnen den Werth der Freipolice nach der Formel

$$F = \frac{m}{P}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (29)$$

wo m der mathematische Werth der Versicherung und P die einmalige Bruttoprämie für das Alter des Versicherten zur Zeit der Reduktion der Police ist.

Gegen dieses Princip, das an und für sich ebenso willkürlich ist wie das Princip, das man bei dem Rückkaufe anwendet, können zwei wesentliche Einwendungen gemacht werden:

1) Der mathematische Werth ist an und für sich kein rationeller Ausdruck für das wirkliche Guthaben des Versicherten bei der Anstalt;

2) Die Anwendung der vollen einmaligen Bruttoprämie beim Berechnen der Freipolice ist unzweckmässig, weil die Anstalt nicht verpflichtet ist, die Abschlusskosten, welche ein Theil dieser Prämie decken soll, zu tragen.

In folge dieser Uneigentlichkeiten und der oben in der ersten Abtheilung dieses Aufsatzes erwähnten unrichtigen Konstruktion der gesammten einmaligen Bruttoprämie wird diese Methode der schwedischen Anstalten für die Berechnung der Freipolice in ihrer Anwendung äusserst unförmlich. Denken wir uns, um ein Beispiel anzuführen, dass ein Versicherter, um eine Freipolice auf den vollen Versicherungsbetrag (σ) zu erhalten, sämmtliche noch ausstehende Prämien auf einmal einzuzahlen wünscht, so kann wohl die Anstalt nicht mehr als den gegenwärtigen Werth dieser Prämien, den wir mit k bezeichnen, von ihm fordern. Wenn also der Versicherte für den mathematischen Werth + die Kapitaleinzahlung k eine Freipolice auf den vollen Versicherungsbetrag erhält, so sollte er wohl eigentlich für den mathemathischen Werth allein eine Freipolice auf den durch den Bruch

$$\frac{m}{m+k}$$

bezeichneten Theil der Versicherungssumme erhalten. Da nun die Freipolice durch die Formel (29) bestimmt ist, bekommt er

somit eine auf einen zu kleinen Betrag lautende Freipolice, wenn

$$m + k < \sigma P,$$

ein Verhältniss, das besonders in Fällen von abgekürzter Prämienzahlung, wo nur eine relativ kleinere Anzahl von Prämien noch zu entrichten sind, zur Geltung kommt. Einige Anstalten geben freilich bei abgekürzter Prämienzahlung Freipolicen *pro rata temporis* ab d. h. auf den Theil der Versicherungssumme, der sich zur ganzen Versicherungssumme wie die Anzahl der eingezahlten Jahresprämien zu der ganzen ursprünglich festgestellten Anzahl derselben verhält, ein Verfahren, das, wenn möglich, noch willkürlicher ist und in seiner Anwendung zu zahlreichen theoretischen und praktischen Unzuträglichkeiten führt. (Sieh meinen obenerwähnten Aufsatz in »Gjallarhornet»!).

Wir könnten hier einige Tafeln folgen lassen, die die Grösse der Freipolice in Procenten von dem ursprünglichen Versicherungsbetrage in einigen einzelnen Versicherungsfällen angäben. Da indessen dieselben sich an die in der vorhergehenden Abtheilung angegebenen Rückkaufsbeträge sehr einfach anschliessen, glauben wir sie hier auslassen zu können und gehen zur Frage über die Änderungen der Versicherungsverträge über.

Wünscht bei Lebensversicherung auf den Todesfall mit s-jähriger Prämienzahlung der Versicherte nach n Jahren ($n < s$) die restierende Prämienzahlung im Laufe von t Jahren anstatt $s - n$ zu entrichten, so hat man, um die jährliche Nettoprämie ${}_tp'_{a+n}$ zu finden, offenbar die Formel

$${}_tp'_{a+n} = \frac{V_{a+n} - \mathrm{res}_n}{{}_tR_{a+n}}.$$

Um nun die Frage über den Zuschlag auf diese Nettoprämie aufzunehmen, hat man natürlich derselben zuerst den gewöhnlichen laufenden Verwaltungsbeitrag

$$b_2 = \delta_t p'_{a+n} + \varepsilon$$

hinzuzufügen.

Der gegenwärtige Werth der Verwaltungskosten der Versicherung, nachdem dieselbe prämienfrei geworden, ist

$$\beta\, {}^tR_{a+n};$$

davon hat man schon in der Verwaltungsreserve

$$\beta \cdot {}_s\varrho_n,$$

weshalb der jährliche Beitrag dazu

$$b_4 = \frac{\beta[{}^tR_{a+n} - {}_s\varrho_n]}{{}_tR_{a+n}}$$

wird.

Der rückständige Betrag der Abschlusskosten und der Avance ist

$$\frac{\alpha + \gamma}{{}_sR_a} \cdot {}_{s-n}R_{a+n}\,.$$

Vertheilt man dieselben auf die noch übrigen t Jahre, so ist zur Deckung derselben ein jährlicher Zuschuss von

$$b_1 + b_3 = \frac{(\alpha+\gamma) \cdot {}_{s-n}R_{a+n}}{{}_sR_a \cdot {}_tR_{a+n}}$$

nöthig. In folge dessen wird die jährliche Bruttoprämie $({}_tP'_{a+n})$ während t Jahre durch die folgende Formel angegeben

$${}_tP'_{a+n} = {}_tp'_{a+n}[1 + \delta] + \varepsilon + \frac{\beta[{}^tR_{a+n} - {}_s\varrho_n]}{{}_tR_{a+n}} + \frac{(\alpha+\gamma) \cdot {}_{s-n}R_{a+n}}{{}_sR_a \cdot {}_tR_{a+n}}$$

oder, nach Reduktion,

$${}_tP'_{a+n} = \frac{(V_{a+n} + \beta\, {}^tR_{a+n}) - \mathring{A}}{{}_tR_{a+n}} + \delta_t p'_{a+n} + \varepsilon \ldots \quad (30)$$

Unter den zahlreichen speciellen Fällen, die diese Formel umfasst, bemerken wir besonders den Fall $t = 1$ d. h. mit einmaliger Prämienzahlung. Wir erhalten

$${}_1p'_{a+n} = V_{a+n} - \text{res}_n$$

und

$${}_1P'_{a+n} = V_{a+n} + \beta R_{a+n} - \mathring{A} + \delta[V_{a+n} - \text{res}_n] + \varepsilon - \beta\,.$$

Man wird leicht einsehen, wie Formel (30) verallgemeinert werden kann, so dass dieselbe nicht nur für den Übergang von

einer Prämienzahlungsart zur andern, sondern auch für den Übergang zu einer anderen Versicherungsart oder für beide Übergänge zugleich gilt. Jedoch muss bei jeder solchen Veränderung zugesehen werden, dass in den Fällen, wo die Prämie vermindert wird, während die Versicherungssumme unverändert bleibt, die Änderung nicht ohne erneuerte ärztliche Untersuchung gestattet werde. (Dies wird z. B. der Fall, wenn wir in dem vorhergehenden Falle $t > s - u$ annehmen).

Die schwedischen Anstalten befolgen bei den in Rede stehenden Änderungen eine Berechnungsmethode, nach welcher, nachdem der Werth der Freipolice auf dieselbe Art wie beim Aufhören der Prämienzahlung bestimmt worden ist (sieh oben Formel (29)!), die nach der neuen Versicherungs- oder Prämienzahlungsart zu entrichtende Prämie für die Differenz zwischen der Versicherungssumme und dem Betrage der Freipolice erlegt wird. Diese Methode entbehrt offenbar, wie die gebräuchliche Methode für die Berechnung des Rückkaufswerthes und der Freipolicen, jeder mathematischen Berechtigung.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. fr. sid. 560.)

St. Louis. *Academy of science.*
Transactions. Vol. 6: N:o 18; 7: 1–3. 1894—95. 8:o.
— *Missouri botanical garden.*
Annual report. 6(1894). 8:o.
San Francisco. *California academy of sciences.*
Memoirs. Vol. 2: N:o 4. 1895. 4:o.
Proceedings. (2) Vol. 4: P. 2. 1895. 8:o.
San Salvador. *Observatorio astronómico y meteorológico.*
Anales. 1895. 4:o.
St. Petersburg. *K. Russische geographische Gesellschaft.*
Beobachtungen der russischen Polarstation an der Lenamündung. Th. 1. 1895. 4:o.
Sydney. *Royal Society of New South Wales.*
Journal & proceedings. Vol. 28(1894). 8:o.
— *Government of New South Wales.*
COGHLAN, T. A., A statistical survey of New South Wales 1893—94. 1895. 8:o.
Washington. *Bureau of ethnology.*
BOAS, F., Chinook texts. 1894. 8:o.
MOONEY, J., The Siouan tribes of the east. 1894. 8:o.
FOWKE, G., Archeological investigations in James and Potomac valleys. 1894. 8:o.
— *Dep. of agriculture, Weather bureau.*
Report of the meteorological congress, held at Chicago 1893. P. 2. 8:o.
Wien. *K. K. Geologische Reichsanstalt.*
Jahrbuch. Bd 45(1895): H. 1. 8:o.
— *Verein zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse.*
Schriften. Bd 35(1894/95). 8:o.

Af utgifvarne:

Acta mathematica hrsg. v. G. MITTAG-LEFFLER. 19: 3–4. 1895. 4:o.
Bibliotheca mathematica, hrsg. v. G. ENESTRÖM. 1895: N:o 3. 8:o.
Svenska jägareförbundets nya tidskrift utg. af A. WAHLGREN. Årg. 33(1895): H. 2–3. 8:o.

Af S:or Federico Botella y de Hornos i Madrid.

Comision ejecutiva de estadística minera. Datos estadísticos. 1890—93. Madrid. 4:o.

Af författarne:

ÅSTRAND, J. J., Ny seismometer. Bergen 1895. 4:o.
HOLUB, E., Sieben jahre in Süd-Africa. Bd 1—2. Wien 1881. 8:o.
— Von der Capstadt ins Land der Maschukulumbe. Bd 1—2. Wien 1890. 8:o.

Af författarne:

HOLUB, E., Dr Emil Holubs Südafrikanische Ausstellung. [Sammlung von Photographien]. Fol.

— 11 småskrifter.

OUDEMANS, J. A. C., Die Triangulation von Java. Abt. 4. Haag 1895. 4:o.

TISCHNER, A., La configuration du système solaire et les figures décrites par les corps célestes. Lpz. 1895. 8:o.

VEEDER, M. A., Magnetic storms and sunspots. New York 1895. Fol.

Stockholm 1896. Kungl. Boktryckeriet

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 52. 1895. № 9.

Onsdagen den 13 November.

INNEHÅLL:

På tillstyrkan af komiterade antogos följande afhandlingar till införande i Bihanget till Akademiens Handlingar:

1. »Lichenæa Neo-Zeelandica, seu Lichenes Novæ Zeelandiæ a Sv. BERGGREN annis 1874—75 collecti», af Läroverksadjunkten P. J. HELLBOM;

2. »Elgens dentitioner», af Jägmästaren EUG. HEMBERG;

3. »Myrmecologiska studier. III. Tomognathus sublævis», af Lektor G. ADLERZ;

4. »Ueber aussereuropäische Hydroiden des Zoologischen Museums der Universität Upsala», af Filos. Kandidaten E. JÄDERHOLM;

5. »Temperaturobservationer i Mälaren och Saltsjön vid Stockholm», af Filos. Doktor A. HAMBERG.

Professor CHR. AURIVILLIUS hade aflemnat berättelse om den resa, hvilken han i egenskap af Letterstedtsk stipendiat utfört i mellersta och södra Europa för anställande af entomologiska forskningar så väl i naturen som i museer.

Herr GYLDÉN meddelade en af honom sjelf författad uppsats med titel: »Om luckorna i de små planeternas förekomst i olika afstånd från solen», samt redogjorde för innehållet deraf.*

Herr ROSÉN redogjorde dels för förhandlingarne vid den internationela jordmätningskonferensen i Berlin under sistlidne September månad, och dels för de under året utförda pendeliakttagelser inom Sverige.

Herr CLEVE dels redogjorde för innehållet af en af Docenten C. W. S. Aurivillius utarbetad afhandling om det Baltiska hafvets plankton, dels meddelade uppsatser af Filos. Kandidaten D. STRÖMHOLM och studeranden A. LARSSON, den förra med titel: »Om dietylendisulfidtetin»*, och den senare: »Undersökningar öfver Niob. I».*

Herr MITTAG-LEFFLER öfverlemnade för offentliggörande i Akademiens skrifter dels en uppsats af Filos. Doktor H. VON KOCH: »Sur une classe d'équations aux dérivées partielles du second ordre à deux variables indépendantes»*, och dels en uppsats af Filos. Kandidaten H. GRÖNVALL: »Om system af lineära totala differentialeqvationer».*

Sekreteraren öfverlemnade följande inlemnade uppsatser: 1:o) »On the Corallia baltica of Linnæus», af Professor G. LINDSTRÖM*; 2:o) »Två metronomiska hjelpapparater», af Laboratorn K. ÅNGSTRÖM*; 3:o) »Notes on fishes collected at Hayti by Capt. Conrad Eckman», af Docenten E. LÖNNBERG*; 4:o) »Ueber Wärmeleitung und Ionenbewegung», af Doktor G. BREDIG.*

Årsräntan af *Wallmarkska* donationen skulle, fördelad i två lika lotter, tilldelas, dels såsom belöning, Professorn O. WIDMAN för i Akademiens skrifter offentliggjorda afhandlingar om hans undersökningar rörande derivat af fenylhydrazin, och

dels såsom understöd, t. f. Laboratorn i mineralogi och petrografi vid Stockholms Högskola H. BÄCKSTRÖM för utförande af en experimentel undersökning af de holokristallina bergartstrukturernas betydelse.

Utaf *Regnells* zoologiska gåfvomedel beslöt Akademien anvisa följande understöd:

åt Prof. CHR. AURIVILLIUS 500 kronor för ordnande och bestämmande af vissa Riksmusei Entomologiska afdelning tillhöriga samlingar;

åt Docenten vid Stockholms Högskola O. CARLGREN 600 kronor för bearbetande af Riksmusei exotiska Actinier;

åt Filos. Doktor H. WALLENGREN 300 kronor till bestridande af kostnaderna för planschers ritande till en afhandling: »Studier öfver ciliata infusorier. II», äfvensom för att fortsätta studiet öfver nämnda djurgrupps organisation och biologi; och

åt Filos. Kandidaten H. BORG 150 kronor för att delvis vid Riksmuseum utarbeta en afhandling om de Kamerunska Orthoptera.

Genom anställda val kallades till utländska ledamöter af Akademien Professorn i Geologi vid universitetet i Wien EDUARD SUESS och Professorn i Fysiologi vid universitetet i Würzburg ADOLF FICK.

Följande skänker anmäldes:

Till Vetenskaps-Akademiens Bibliothek.

Stockholm. *K. Ecklesiastik-Departementet.*
Meddelanden från Svenska Riksarkivet. 19 (1894). 8:o.
— *K. Vitterhets Historie och Antiqvitets Akademien.*
Antiqvarisk tidskrift för Sverige. 16: 1. 1895. 8:o.
— *Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Sveriges officiela statistik. 5 häften. 4:o.
— *Studentkårens bibliotek.*
Upsala universitets katalog. 1895: Höstterm. 8:o.
Amsterdam. *Société de mathématiques.*
Wiskundige opgaven. D. 6: St. 6. 1895. 8:o.

Baltimore. *Johns Hopkins university.*
University circulars. N:o 35, 48, 75, 108. 1884—93. 4:o.
Berlin. *K. Preussisches meteorologisches Institut.*
Ergebnisse der Niederschlags-Beobachtungen. Jahr 1893. 4:o.
— *Physikalisch-technische Reichsanstalt.*
Wissenschaftliche Abhandlungen. Bd 2. 1895. 4:o.
Die Thätigkeit. Jahr 1894/95. 8:o.
— *Deutsche entomologische Gesellschaft.*
Deutsche entomologische Zeitschrift. Jahrg. 1895: H. 2. 8:o.
— *Deutsche geologische Gesellschaft.*
Zeitschrift. Bd 47 (1895): H. 2. 8:o.
Bern. *Naturforschende Gesellschaft.*
Mitteilungen. Jahr 1894. 8:o.
Compte rendu des travaux présentés à la Société Helvétique des sciences naturelles. Session 77 (1894). Schaffhouse. 8:o.
Verhandlungen der schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft. Jahresvers. 77 (1894). 8:o.
Neue Denkschriften. Vol. 34. 1895. 4:o.
Breslau. *Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur.*
Jahres-Bericht. 72 (1894) & Erg.-Heft. 8:o.
Brisbane. *R. Geographical society of Australasia, Queensland branch.*
Proceedings and transactions. Vol. 10 (1894/95). 8:o.
Bruxelles. *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*
Mémoires. T. 50: Fasc. 2; 51—53. 1893—94. 4:o.
Mémoires couronnés et autres mémoires. T. 47; 50—52. 1892—95. 8:o.
Biographie nationale. T. 12: Fasc. 2; 13: 1-2. 1892—95. 8:o.
— *Société R. malacologique.*
Annales. T. 27 (1892). 8:o.
Procès-verbaux des séances. T. 22 (1893)—24 (1895). 8:o.
Budapest. *Musée national de Hongrie.*
Természetrajzi füzetek. Vol. 18 (1895): P. 3-4. 8:o.
— *Statistisches Bureau der Haupt- u. Residenzstadt.*
Publicationen. 25: 2. 1895. 8:o.
Buenos Aires. *Sociedad científica Argentina.*
Anales. T. 40 (1895): Entr. 2-3. 8:o.
Cambridge, U. S. A. *Museum of comparative zoölogy.*
Bulletin. Vol. 27: N:o 2-4. 1895. 8:o.
Chemnitz. *K. Sächsisches meteorologisches Institut.*
Jahrbuch. Jahrg. 12 (1894): H. 1. 4:o.
Chicago. *Newberry library.*
Report of the trustees. Years 1892—94. 8:o
Firenze. *Società entomologica Italiana.*
Bullettino. Anno 27 (1895): Trim. 1-2. 8:o.
Frankfurt a. M. *Senckenbergische naturforschende Gesellschaft.*
Bericht. Jahr 1895. 8:o.

(Forts. å sid. 614.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 9.
Stockholm.

Om luckorna i de små planeternas förekomst i olika afstånd från solen.

Af Hugo Gyldén.

(Meddeladt den 13 november 1895.)

Länge vägrade man erkänna något större vetenskapligt intresse åt de allt mer och mer hopade upptäckterna af små planeter emellan Mars och Jupiter: man förmenade, att kännedomen om en sten, hvars dimensioner kunde räknas i några få tiotal kilometer, och som i nämnda region kretsade kring solen, kunde vara oss skäligen likgiltig, samt att fortsatta upptäckter af dylika himlakroppar, långt ifrån att böra helsas med tillfredsställelse, fastmer borde anses såsom nästan värdelösa och endast åsamkande en tidsödande arbetslast åt dem, som sysselsatte sig med astronomiska beräkningar. Och det må visserligen medgifvas, att hvarken upptäckten af en ny medlem af asteroidernas stora familj, i och för sig sjelf erbjuder något af synnerlig vigt för astronomien, samt att ej heller kännedomen om dessa himlakroppars fullständiga antal vore af något större värde, då man nu en gång vet, att detta antal belöper sig till minst flera hundraden, möjligen till tusenden. Men å andra sidan måste dock medgifvas, att äfven om kännedomen af en enskild asteroids tillvaro i och för sig kan synas betydelselös, så kan dock ett ingående studium af dess rörelseföreteelser bli af högsta intresse.

I afseende härpå erbjuda nämligen de små planeterna mångfaldiga olikheter sinsemellan, hvilka motsvara olika fall af det stora problem, som utgör den theoretiska astronomiens hufvud-

uppgift; det kunde till och med inträffa, att man genom att studera vissa sakförhållanden hos asteroiderna leddes till att uppdaga någon ny, hittills obeaktad sida af ifrågavarande stora problem. Och en sådan forskning hör i sjelfva verket till de tänkbart mest intressanta; ty att bringa den sinliga erfarenheten i öfverensstämmelse med tänkandet är dock i alla fall vetenskapens högsta ändamål.

De invändningar, som tid efter annan blifvit gjorda mot de allt mer och mer talrikt återkommande upptäckterna af nya asteroider, hafva ej heller i någon mån stäfjat desamma, utan hafva dessa under de senaste åren tvärtom, genom hjelp af fotografien, tagit en fart, som man för ett tiotal af år knappast kunde förutse. Forskningarna rörande dessa himlakroppar hafva derjemte, just på grund af deras stora antal, kunnat ledas i nya riktningar och dervid fört till resultat, som för några decennier tillbaka hade måst förefalla fullkomligt oväntade. Man har nämligen kunnat begynna att statistiskt behandla det material, asteroiderna samfäldt bilda.

Det första, och hittills det vigtigaste steg i detta syfte var att ordna de små planeterna efter deras medelafstånd från solen. Man har funnit, att vid en sådan anordning asteroiderna ingalunda äro likformigt fördelade inom den zon, der dessa himlakroppar förekomma, nämligen en zon, hvars inre radie är omkring 2,37, och hvars yttre radie omkring 4,27, båda dessa radier uttryckta i jordens medelafstånd från solen såsom enhet. Det har dervid tvärtom visat sig, att de små planeternas förekomst upphör något före ett afstånd, som exakt motsvarar ett kommensurabelt förhållande emellan Jupiters medelrörelse och asteroidens, samt att ett sådant afbrott sträcker sig något på andra sidan om nyssnämnda afstånd. I de små planeternas succesiva afstånd från solen förekomma sålunda luckor, hvilkas läge synes vara beroende deraf, att om en planet befunne sig i en sådan lucka, skulle dess medelrörelse stå till Jupiters medelrörelse i ett förhållande, som i det närmaste vore likt förhållandet emellan två hela och derjemte temligen små tal, såsom $\frac{2}{1}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{1}$, $\frac{5}{2}$ m. fl.

Förklaringen till detta egendomliga sakförhållande kunde ett ögonblick synas ganska enkel. Man visste nämligen, att i mån, som förhållandet emellan medelrörelserna närmade sig värdet af ett rationelt bråk, der täljare och nämnare voro små hela tal, desto mer skulle koefficienterna till de ojemnheter, som ändrade sig i mycket långa perioder, tillväxa mot en ännu ej utredd gräns, och sålunda möjligtvis förhindra rörelsens stabilitet. Men å andra sidan var det dock bekant, att åtminstone ett fall förekom i naturen, der medelrörelserna voro exakt kommensurabla, utan att rörelsernas stabilitet derföre vore upphäfd. Ur dessa omständigheter kunde derföre icke utan vidare någon acceptabel förklaring till de omnämnda luckorna härledas. Det måste tvärtom visas, att stabiliteten i nu ifrågavarande fall vore omöjlig, under det att sådan egde rum inom systemet af Jupiter med dess satelliter. Frågan är mycket svår att afgöra, men den är af högsta intresse.

Vid de tyska naturforskarnes möte i Berlin 1886 uttalade jag den åsigten, att luckorna i de små planeternas förekomst möjligen kunde bero derpå, att de elliptiska banelementerna voro underkastade ojemnheter i mycket långa perioder, så att de oskulerande medelrörelser, man funne på grund af observationer, som sträckte sig endast öfver några få decennier, märkligt kunde afvika från dessa medelrörelsers verkliga eller absoluta belopp. Det vore då tänkbart, att en planet visserligen kunde hafva en absolut medelrörelse, som exakt motsvarade det kommensurabla förhållandet, men att denna medelrörelses oskulerande värde för tillfället vore ett annat. Man kunde då vidare draga den slutsats, att det vore högst osannolikt att i gifvet ögonblick finna ett värde af den oskulerande medrörelsen, som just skulle sammanfalla med detta elements absoluta belopp, och häraf skulle slutligen följa, att de nämnda afbrotten endast vore skenbara.

Men äfven denna förklaring är oriktig, eller åtminstone endast delvis riktig; ty det har visat sig, att vissa, af Jupitersmassan föranledda ojemnheter i den störda asteroidens elliptiska rörelse kunna uppnå sådana belopp, att banan får karak-

tären af en mycket långsträckt ellips, såvida denna bana ej rent af antager en sådan form, att himlakroppen kastas ut ur solsystemet. I förra fallet skulle luckorna vara endast apparenta, men sannolikheten att påträffa en asteroid i en sådan lucka vore i alla händelser högst obetydlig. I andra fallet åter, d. v. s. om ett system, bestående af solen, Jupiter och en asteroid med en medelrörelse, som i det närmaste vore kommensurabel med Jupiters, icke skulle kunna vara stabilt, då skulle afbrottet vara verkligt, och man kunde aldrig förvänta att finna en asteroid med en sådan medelrörelse.

Ledamoten af franska institutet, Herr CALLANDREAU har undersökt dessa förhållanden, och dervid kommit till resultat, som till sina väsentliga delar synas innebära en riktig förklaring till de omtalade luckornas förekomst. Jag skulle vilja sönderdela detta resultat i tre punkter, för att sedermera lättare kunna granska innebörden af detsamma. Herr CALLANDREAU har sålunda funnit:

1) Att mycket stora ojemnheter i asteroidernas rörelser kunna uppstå genom Jupiters inverkan, för så vidt förhållandet emellan medelrörelserna tillräckligt närmar sig förhållandet emellan två hela och derjemte små tal. (Herr CALLANDREAU har egentligen endast undersökt det fall, då asteroidens medelrörelse är nära dubbelt så stor som Jupiters, men äfven den 6:te Saturnusdrabantens inverkan på den 7:de, ett fall, der medelrörelserna i det närmast förhålla sig såsom 3 till 4.)

2) Att systemet af de tre kropparna: solen, Jupiter och en asteroid under sådana förhållanden ej är stabilt.

3) Att zon, inom hvilken stabilitet ej kan ega rum, faller något utanför den cirkel, hvars radie motsvarar ett exakt kommensurabelt förhållande emellan asteroidens och Jupiters medelrörelser. Men om den störda kroppen ligger längre från centralkroppen än den störda, blir förhållandet motsatt. Instabilitetszonen ligger i detta fall närmare centralkroppen än kommensurabiltetscirkeln.

Emot Herr CALLANDREAUS härledning af dessa resultat skulle man emellertid kunna göra några invändningar, hvilka visser-

ligen icke träffa det väsentliga af dem, för så vidt de endast afse att lemna en förklaring öfver de notoriskt förekommande afbrotten i småplaneternas jemna fördelning i olika afstånd, samt att framvisa instabilitetszonens läge med hänseende till kommensurabilitetscirkeln. Deremot synes det visserligen som om man, genom att använda en annan undersökningsmethod än den af Herr CALLANDREAU begagnade, skulle kunna påvisa några ej oväsentliga tillägg till denne astronoms resultat.

Dessa tillägg äro väsentligen följande:

a) Att de ifrågavarande ojemnheterna visserligen kunna uppgå till ganska höga belopp, men att dessa ojemnheter dock ej antaga huru stora värden som helst, äfven om den motsvarande lineära integrationsdivisorn försvinner.

b) Att en planet, hvars medelafstånd faller inom en instabilitetszon, visserligen måste antaga en mycket långsträckt form, men att denna banas största afstånd från solen dock icke utan vidare undersökning får förklaras växa utöfver bestämda gränsor.

c) att luckor i asteroidernas förekomst nödvändigt uppstå, om förhållandet emellan Jupiters och asteroidens medelrörelser, hvilka vi beteckna med n' och n har formen

$$\frac{n'}{n} = \frac{i-1}{i},$$

der i betecknar ett helt tal;

att en sådan lucka ännu är ganska sannolik, om samma förhållande har formen

$$\frac{n'}{n} = \frac{i-2}{i};$$

att förekomsten af en lucka ännu är sannolik, ehuru i mindre grad, om kommensurabiliteten har formen

$$\frac{n'}{n} = \frac{i-3}{i};$$

men att en lucka deremot ej bör förekomma om förhållandet emellan n' och n har formen

$$\frac{n'}{n} = \frac{i-4}{i},$$

eller om skilnaden emellan täljare och nämnare hos bråket till höger om likhetstecknet är 4 eller större än 4.

Herr CALLANDREAUS lagar, jemte de tillägg till desamma här blifvit anförda, har jag härledt nästan utan all räkning ur den differentialeqvation, jag brukar använda för att bestämma radius vektor i den absoluta banan.

Låt r beteckna radius vektor, samt antag:

$$r = \frac{p}{1+\varrho},$$

der p visserligen icke är en konstant, men vid den nu afsedda utredningen dock kan få passera såsom en sådan, samt ϱ betecknar en ännu obekant funktion, hvars bestämning är något enklare än den af radius vektor sjelf. Med bortlemnande af termer, som här ej spela någon vigtigare rol, har den differentialeqvation, hvarur ϱ skall bestämmas, följande utseende:

$$(1) \quad \frac{d^2\varrho}{dv^2} + (1-\beta_1)\varrho - \beta_3\varrho^3 = -\gamma_1 \operatorname{Cos}((1-\varsigma_1)v - B_1)$$
$$-\gamma_2 \operatorname{Cos}((1-\varsigma_2)v - B_2)$$
$$-\ldots$$
$$-g_1 \operatorname{Cos}((1-\sigma_1)v - C_1)$$
$$-g_2 \operatorname{Cos}((1-\sigma_2)v - C_2)$$
$$-\ldots$$

I denna differentialeqvation, som redan tänkes reducerad, så att vissa, dess integration försvårande termer blifvit bortskaffade, och der öfverhufvud endast sådana termer, blifvit bibehållna, som komma att väsentligt förstoras genom integrationsprocessen, äro B_1, B_2, ... C_1, C_2, ... vinkelkonstanter, af hvilka belopp som helst. Dessutom beteckna β_1, β_3, γ_1, γ_2, ... g_1, g_2, ... ς_1, ς_2, ... små qvantiteter, som försvinna med den störande

massan; koefficienterna $\gamma_1, \gamma_2, \ldots g_1, g_2, \ldots$ kunna dessutom vara multiplicerade med någon af excentriciteterna och den ömsesidiga lutningen beroende faktor. Koefficienterna $\sigma_1, \sigma_2, \ldots$ tänka vi oss deremot, visserligen äfven de mycket små, men dock icke på så sätt beroende af den störande massan, att de försvinna med henne.

Den oberoende variabeln v tänka vi oss visserligen beteckna den sanna längden i det instantana banplanet, men ingenting hindrar att, om man så vill, låta denna variabel betyda asteroidens medellängd, att ifrågavarande variabel således vore gifven medelst formeln

$$v = nt + c\,,$$

der t betecknar tiden och c, en konstant. Det är öfverflödigt att här utveckla de åtgärder, som blefve erforderliga, om denna ändring af variabelns betydelse skulle vidtagas.

Efter dessa förberedelser återgår jag till undersökningen af likheten (1). För detta ändamål sätter jag:

$$\varrho = (\varrho) + R\,,$$

och sönderdelar härmed likheten (1) i två andra, hvilka jag kan välja på följande sätt:

$$\frac{d^2(\varrho)}{dv^2} + (1 - \beta_1 - 3\beta_3 R^2)(\varrho) - \beta_3(\varrho)^3 = -\gamma_1 \operatorname{Cos}((1 - \varsigma_1)v - B_1) - \ldots, \tag{2}$$

$$\frac{d^2 R}{dv^2} + (1 - \beta_1 - 3\beta_3(\varrho)^2)R - \beta_3 R^3 = -g_1 \operatorname{Cos}((1 - \sigma_1)v - B_1) - \ldots \tag{3}$$

Ur likheten (2) erhålles då de elementära termerna, hvaremot de icke elementära termerna erhållas ur likheten (3).

Vår undersökning gäller nu det fall, då en icke elementär term, i följd af integrationsdivisorns litenhet, växer till sådant belopp, att densamma icke allenast blir jemförlig med de ele-

mentära termerna, utan till och med öfverskrider dessa i storlek. Då emellertid ingenting här behöfver erinras angående bestämningen af de elementära termerna, så kan jag vid detta tillfälle inskränka mig till undersökningen af likheten (3). Denna likhet tänka vi oss dock nu på så sätt transformerad, att koefficienten till R antagit värdet af en konstant. I det vi derföre med $\bar{\beta}_1$ beteckna ett något modifieradt värde af β_1, samt i högra membrum af ifrågavarande likhet bibehålla endast en enda term, hafva vi nu:

$$\frac{d^2R}{dv^2} + (1 - \bar{\beta}_1)R - \beta_3 R^3 = - g \operatorname{Cos}((1 - \sigma)v - C). \tag{4}$$

För att finna den väsentliga delen af denna likhets integral, till hvilken ingen med någon integrationskonstant multiplicerad term behöfver fogas, antar jag helt enkelt:

$$R = k \operatorname{Cos}((1 - \sigma)v - C),$$

och finner då, för bestämningen af koefficienten k, följande kubiska eqvation:

$$[(1 - \sigma)^2 - (1 - \bar{\beta}_1)]k + \tfrac{3}{4}\beta_3 k^3 = g,$$

eller, om man sätter:

$$3\varepsilon_2 = \frac{4}{3\beta_3}(- 2\sigma + \sigma^2 + \bar{\beta}_1),$$

$$2\varepsilon_1 = \frac{4g}{3\beta_3},$$

den följande:

$$k^3 + 3\varepsilon_2 k = 2\varepsilon_1.$$

Med stöd af dessa uttryck inses omedelbart, att när ε_2 försvinner, eller med andra ord, när σ har ett så litet positift värde, att detsamma satisfierar likheten

$$\sigma^2 - 2\sigma + \bar{\beta}_1 = 0, \tag{5}$$

då erhålles k ur formeln

$$k = \sqrt[3]{2\varepsilon_1} = \sqrt[3]{\frac{4g}{3\beta_3}}.$$

Men vi gå att uppsöka det största värde, k öfverhufvud kan erhålla.

I detta syfte skrifva vi

$$\varepsilon_2 = \omega\varepsilon_1^{\frac{2}{3}},$$

då qvantiteten ω är gifven medelst formeln

$$\omega = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1^{\frac{2}{3}}};$$

vidare införa vi en ny obekant i st. för k, i det vi sätta

$$k = \varepsilon_1^{\frac{1}{3}} z .$$

Den kubiska likheten antager härefter följande enkla form

$$z^3 + 3\omega z = 2 .$$

Man inser häraf lätt, att z uppnår ett maximum, då ω antager värdet -1. Det befinnes då: $z = 2$ eller $z = -1$. Båda dessa värden kunna komma till användning, men här är ej platsen att inlåta sig på frågan, när det ena och när det andra värdet bör väljas. Det är oss här tillfyllest att konstatera, att det största värde af k, som öfverhufvud förekommer, är gifvet medelst formeln

$$k = 2\varepsilon_1^{\frac{1}{3}};$$

detsamma förhåller sig således till nyss anförda värde af k såsom $2^{\frac{2}{3}} : 1$.

Vi gå nu att draga några konseqvenser ur detta uttryck.

Först och främst antaga vi då, att koefficienten g är en qvantitet af nollte graden i afseende på excentriciteterna och inklinationen. Denna förutsättning är berättigad, när förhållandet $\frac{n'}{n}$ närmar sig det rationela bråket $\frac{i-1}{i}$. Förhållandet $\frac{g}{\beta_3}$ blir nu helt enkelt en qvantitet af nollte ordningen, men huruvida koeficienten k dervid antager ett värde, som är större eller mindre än 1, lemnar jag för tillfället derhän. Att detsamma ej väsentligen kan understiga enheten, är emellertid tydligt, och häraf följer, att banan i alla händelser har en sådan beskaffen-

het, att en asteroid, som rörde sig i densamma, antingen slungades bort från solsystemet, eller åtminstone endast i sällsynta fall kunde blifva synlig och tillvaratagas af oss. Om derföre koefficenten ω har ett värde nära -1, och förhållandet $\frac{n'}{n}$ derjemte närmar sig det anförda rationela bråket, så äro de vilkor uppfylda, som äro nödvändiga och tillräckliga för att ett afbrott i asteroidernas förekomst skall kunna ega rum.

Om vidare $\frac{n'}{n}$ närmar sig ett rationelt förhållande af formen $\frac{i-2}{i}$, så motsvaras detta deraf, att koefficenten g är multiplicerad med en faktor af första graden. Koefficienten k befinnes då vara af den storleksordning, som anges af kubikroten ur excentriciteten. Men äfven denna qvantitet ligger allt för nära enheten, att man under de anförda förutsättningarna skulle kunna vänta att påträffa någon asteroid med en medelrörelse af den nämnda arten.

Desslikes inser man, att koefficienten k äfven då kan antaga temligen stora värden, när $\frac{n'}{n}$ närmar sig det rationela förhållandet $\frac{i-3}{i}$; det är dock ingalunda nu omöjligt att påträffa planeter, der medelrörelsen är ganska nära en sådan, som nödvändgjorde en lucka, i händelse g hade varit en qvantitet af nollte graden.

Men när slutligen $\frac{n'}{n}$ kan sättas lika med $\frac{i-4}{i}$, då är g en qvantitet af tredje graden; och häraf följer, att k ej kan bli strörre än en qvantitet af första graden, d. v. s. af samma storlek, som de vanliga elementära termerna. Under sådana förhållanden kan en lucka icke uppstå, och man har ej heller funnit en sådan vid det afstånd, der planetens medelrörelse är $\frac{7}{3}$ af Jupiters.

Alla de nu funna detaljerna äro just de, jag ofvan påpekat, och hvilka således i den föregående analysen finna sin förklaring.

För öfrigt finner man Herr CALLANDREAUS lag deri erhålla sin bekräftelse, att negativa värden af ε_2, sådana som föranleda negativa och derjemte ej allt för stora värden af ω, erfordra att σ skall hafva ett litet positift värde. Om man nu beräknar σ ur formeln

$$\sigma = -\frac{(i-\nu)n - in'}{n}$$

så inser man ögonblickligen, att resultatet blir positift och litet, om n har ett något mindre värde än det, som motsvaras af en exakt kommensurabilitet, d. v. s. af $\varrho = v$. Öfriga detaljer, som här kunna anföras, måste jag emellertid denna gång förbigå.

En omständighet vill jag emellertid ännu framhålla, emedan densamma synes vara af ett alldeles särskildt intresse.

Vi antaga, att koefficienten k är större än summan af alla öfriga termers koefficienter — de elementära såväl som de icke elementära. Då kan man sammandraga alla dessa termer och representera deras summa medelst ett uttryck af formen

$$\varrho = \varepsilon \operatorname{Cos}((1-\sigma)v - C + \theta)$$

Här betecknar ε en qvantitet, som alltid bibehåller ett ändligt positift värde, och θ en qvantitet, som oscillerar kring ett bestämdt medelvärde. Under sådana förhållanden är $(1-\sigma)v$ argumentets medelrörelse, samt σv anger, hvad man kallar apsidernas medelrörelse. Då nu de värden af σ, som öfverhufvud förekomma, och derjemte äro mycket små, äro negativa, så följer, att apsidrörelsen måste vara retrograd.

Bland de planeter, som hafva mycket små σ-värden, och der man tillika kan förmoda, att koefficienten k öfverväger summan af alla öfriga koefficienter, finnes det blott en enda, der observationerna redan synas med bestämdhet utvisa att apsidrörelsen är retrograd. Denna planet är n:o 153 Hilda.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 602.)

Greifswald. *K. Universitäts Bibliothek.*
Akademische Schriften. Jahr 1894/95. 110 st.
Harlem. *Société Hollandaise des sciences.*
HUYGHENS, CHR., Oeuvres complètes. T. 6. 1895. 4:o.
Heidelberg. *Universitäts-Bibliothek.*
Akademische Schriften. Jahr 1894/95. 88 st.
Ithaca. *Cornell university.*
Library bulletin. Vol. 3: N:o 9. 1895. 8:o.
Kiel. *Universitäts-Bibliothek.*
Akademische Schriften. Jahr 1894/95. 89 st.
Kjöbenhavn. *Observatorium.*
THIELE, T. N., Recherches numériques concernant des solutions périodiques d'un cas spécial du problème des trois corps. Mém. 3. 1895. 4:o.
Klagenfurt. *Naturhistorisches Landes-Museum von Kärnten.*
Jahrbuch. H. 23. 1895. 8:o.
Diagramme der magnetischen und meteorologischen Beobachtungen. Jahr 1894. Fol.
Krakau. *Académie des sciences.*
Rozprawy. Wydział matem.-przyrodniczy. (2) T. 7. 1895. 8:o.
Sprawozdanie komisyi fizyograficznej. T. 29. 1894. 8:o.
Pamiętnik. Wydział matem.-przyrodniczy. T. 18: Z. 3. 1894. 4:o.
Zbiór wiadomości do antropologii krajowej. T. 18. 1895. 8:o.
Biblioteka pisarzów Polskich. 30. 1895. 8:o.
Bibliografia historyi Polskiej. C. 2: Z. 1. 1895. 8:o.
Bulletin international. 1895: 5—6. 8:o.
Leiden. *Nederl. botanische Vereeniging.*
Nederlandsch kruidkundig archief. D. 6: St. 4. 1895. 8:o.
Liége. *Société géologique de Belgique.*
Annales. T. 22: Livr. 2. 1895. 8:o.
London. *R. Astronomical society.*
Monthly notices. Vol. 55 (1894/95): N:o 9. 8:o.
— *Geological society.*
Quarterly journal. Vol. 51 (1895): P. 4. 8:o.
— *R. Microscopical society.*
Journal. 1895: P. 5. 8:o.
Manchester. *Literary and philosophical society.*
Memoirs and proceedings. (4) Vol. 9 (1894/95): N:o 6. 8:o.
Manila. *Observatorio meteorologico.*
Observaciones verificadas. 1894: 11. Fol.
ALGUÉ, J., Baguios ó tifones de 1894. 1895. Fol.

(Forts. å sid. 642.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 9.
Stockholm.

On the »Corallia baltica» of LINNÆUS

by

G. LINDSTRÖM.

(Communicated November 13th 1895.)

Amongst the palæontological treasures which lie hoarded up in the Silurian strata of Gotland the Corals are the most prominent in regard to their frequency, their beauty and their great size, in which they often surpass the other fossils. Long before these attracted any notice corals found a place in the collections and museums which in our northern countries began to be formed during the seventeenth and eighteenth centuries. Thus OLAUS WORMIUS mentions them in his »Museum Wormianum»,[1]) STOBÆUS[2]) and especially MAGNUS VON BROMELL[3]) made large collections of them and published descriptive works.

A closer consideration of the labours of these writers must, however, now be left out of the question, as it is more important to try to settle which, according to our present knowledge, were the fossil corals described by LINNÆUS, the more so as many of his very clearly defined species have been rejected or not rightly understood by most of the recent authors on fossil corals.

[1]) Printed Amstelodami 1655 in folio; he says, p. 81 »Fungites seu fungos imitantes lapides ex Gotlandia habeo», clearly Ptychophyllum patellatum.

[2]) Opuscula in quibus petrefactorum . . . . historia illustratur. Dantisci 1753.

[3]) »Lithographiæ Suecanæ specimen» in the Acta Literaria Sueciæ 1727—28, especially Cap. II de Coralliis fossilibus, p. 363 in the vol. II of the Acta.

It was during his remarkable tour in Gotland in the year 1741 that the chief mass of materials were collected, subsequently the foundation for his work on the Corallia baltica. In this excursion LINNÆUS was accompanied by six young students of natural history, who seem to have had each his part to which to attend according to a sort of division of labour. Of these companions FREDRIK ZIERVOGEL[1]) was the fossil collector proper. The fossils found were no doubt divided between LINNÆUS and ZIERVOGEL, who was also the owner of a large collection of natural history objects, which he later, in 1789, presented to the Society of Sciences of Upsala.[2]) This collection comprised, besides a large number of other things, »more than 3,000 specimens, foreign as well as indigenous, of petrifications, in good condition». No doubt a great number of Gotland corals, which ZIERVOGEL himself had brought home were amongst these. When in later times the Society of Upsala gave its collections to the museums of the university, the mineralogical and palæontological specimens were united with the geological cabinet of the University. Now a days it is quite impossible to tell which specimens belonged to ZIERVOGEL, as, through some carelessness, all the old labels have been lost. A similar misfortune has also befallen LINNÆUS' own collections of fossils. When in 1784 his museum was sold to Sir JAMES E. SMITH it contained of »Corallia Balthica cum varietatibus et iis quæ in duplo vel triplo sunt» 726 specimens, according to the »Catalogus Rerum naturalium Musæi nobilis a Linné», which Professor ACREL, as he stated to MYRIN, sent to Sir JAMES SMITH, a copy of which ACREL gave to MYRIN who published it.[3]) There may be some mistake in regard to the

---

[1]) He was then a boy of only fourteen years, but as the King and Queen were his godparents he already at this early age had been nominated by letters patent Apothecary to the Royal Court, to inherit later the large officine of his father. SACKLÉN's Apothekare Historia från Kon. Gustaf I till närvarande tid p. 44.

[2]) See PROSPERIN Tal om K. Vetenskaps-Societeten i Upsala, 1789, p. 52—56.

[3]) »Om Linnés naturhistoriska samlingar och deras bortförande till England» in »Skandia» vol. II för 1833 p. 261.

copies, as the one which is published by Lady SMITH[1]) and which should be the copy sent from ACREL contains only: »Corallia magno numero, sed non adnotata». Sir JAMES again says in his own account of the collections in a letter to STÖVER[2]) that »the Fossils are numerous but mostly bad specimens and in bad condition». Soon after the Linnean collections came into the possession of Sir JAMES SMITH the zoological part thereof was unfortunately rearranged by the owner himself, according to his peculiar systematic views. He mingled numerous other specimens with the ancient ones,[3]) gave them new names on new labels and many of the old Linnean ones were destroyed. A part of the collection was sold by auction, chiefly minerals. The Linnean Society, which became the possessor of the collections after Sir JAMES SMITH, has with praiseworthy piety preserved the botanical collections and the library, but as to the zoological collections, with exception af the shells, this has not been the case. When I in 1861 visited London I saw some fossils of the old Linnean museum still in the Linnean Society's rooms. There were, for instance, some Silurian brachiopoda from Gotland, also mentioned and described in HANLEY'S book, and a specimen of Goniophyllum pyramidale from Gotland, which LINNÆUS, with a keen perception of its affinity, had placed together with Calceola sandalina on the same piece of card-board. When I in 1874 revisited the Linnean Society nothing was to be seen of the Linnean fossils. It was said, that they had »disappeared» or been lost during the moving of the Society from their old rooms to the new ones.[4])

Happily the descriptions and figures in the »Corallia baltica» are to some extent a compensation for the loss of the

---

[1]) See Memoir and Correspondence of Sir JAMES EDWARD SMITH by Lady SMITH, Vol. I, p. 114.

[2]) STÖVER, Leben des Ritters Carl von Linné. 2r Theil, p. 163.

[3]) HANLEY, Ipsa Linnæi Conchylia, p. 2.

[4]) HANLEY, l. c. p. 129 also says: »Mr. SHARPE and myself were so fortunate as to have examined the collection previous to the ill-judged and unauthorised attempt of a tyro to rearrange the collection in modern genera.»

originals, as they are sufficiently complete and distinct, and, with help also from other subsequent writings of LINNÆUS, in which he refers to his first work, it is possible to decide, what corals he meant and to reinstate for them the names given by him.

Before I proceed to clear up the question about these species it is worth the while to investigate the question as to whether LINNÆUS is really the author of the »Corallia baltica» or not, a moot point, which has commonly been decided in the negative. There is, namely, a generally prevalent conviction amongst foreign palæontologists that FOUGT is the true author of the most important of the oldest works on our corals. It is not necessary to cite any particular author, as almost every one affixes the name of FOUGT to the first work in which corals are described. As the little book itself is very rare and was evidently unknown to most of the said authors, it may be best to give a more exact account of its contents and also of all the reprints of it. The title in full is as follows:

Q. F. F. Q. S.[1])
Dissertatio
CORALLIA BALTICA
adumbrans,
Quam,
Consensu Ampliss. Facultat. Medicæ
In regia Academia Upsaliensi,
Præside
Celeberrimo et experientissimo viro
Domino Doct. CAROLO LINNÆO,
Med. et Botan. Professor Reg. et Ord.
Socc. Imperial N. C. Monspeliens. Stockholmens.
Upsaliens. Soc. hujusque Secretario,
publicæ bonorum censuræ submittit
HENRICUS FOUGT,
Reg. Coll. Metall. Adscr.[2])
In Audit. Carol. Majori ad diem VIII Junii
Anni MDCCXLV.
Horis, ante meridiem, consuetis.
Upsaliæ.

---

[1]) Quod faustum felixque sit.

[2]) This means that he had been inscribed as a clerk to the Royal Board of Mines at Stockholm.

It is in quarto and of course printed the said year and near the time of its public discussion. It consists of seven unnumbered pages of introduction and 40 pages of descriptive letterpress to which is affixed a plate with 32 figures engraved in copper. The introductory pages contain such dedications to high personages as were customary in those times with one to the father of FOUGT, and a preface on the scope of the paper. The first fourteen pages treat of the nature of corals in general and of the opinions of older authors as well as the discoveries of RÉAUMUR and JUSSIEU. The rest of the treatise is devoted to the description of the species. The plate contains two sets of figures, one numbered from I to XXVII, and the other numbered from 1 to 5, the latter set in outline, to show more distinctly the buds and manner of growth. They are all drawn by FOUGT somewhat roughly, but still many of them well enough to represent the essential features.

Owing to a too slight knowledge of the manner in which such »dissertations» were published at the Swedish universities and no doubt because the name of FOUGT is printed on the title page he has been credited with the authorship. Now, in fact, at least since 1602, the custom had been at Swedish universities and I suppose also at the German ones, on which ours were modelled, that the young students who aimed at taking a degree in any of the four faculties were obliged to appear as »Respondens» at a public wrangling (»disputation») over which a professor presided — was Præses, as it was said — and both had to defend the contents of a scientific paper, called *dissertatio*, which had previously been printed and published at the cost of the respondens and had on its title page the names of both. As a rule the presiding professor was the author of the dissertation. It was in those times the cheapest and almost the only way for learned men to get their works published, as the cost of the printing etc. was defrayed by the respondents. Now it is of course in several instances most difficult to decide, which of the two was the real author. It is evident that a treatise

continuing through more than one part and having the same præses for all, but a new respondent for each new part, had the præses for common author. In cases of only one part we must depend on intrinsic evidences to determine the authorship. As to the dissertation, »Corallia baltica», the inquirers have been led astray, because there is no mention in it of LINNÆUS as its author, he is spoken of as »Celeberrimus Dominus Præses». Nor is the circumstance that the treatise was afterwards reprinted in the »Amoenitates Academicæ» amongst other Linnean treatises a conclusive argument to corroborate its Linnean authorship, as it is proved that some of the dissertations in that collection are written by the respondents, as for instance one by LÖFLING on »Gemmæ arborum», concerning which it is expressly stated that LÖFLING is the author. On the other hand, the contents of this treatise on the corals, which presuppose an author deeply conversant with the science, augment the improbability of FOUGT's being the author. What is known of his studies and life strengthens this argument. Born in 1720, he studied metallurgy in Upsala, became a clerk to the Roy. Board of Mines (»Bergscollegium»), then went to England, where he became a patentee of a new manner of printing music with moveable type. After his return he became a partner in the printing office of GREFING, and later its sole proprietor, when by royal letters patent it was changed into the so called Royal Printing Office (Kongl. Boktryckeriet).[1]

Happily there cannot any longer subsist the least doubt that LINNÆUS is the true author of the »Corallia Baltica» since an original letter from LINNÆUS to his friend archiater ABRAHAM BÄCK has been found in the library of the R. Academy of Sciences in Stockholm, dated March 7th 1745, in which the following statement occurs. »Jag har nu en Disputation för mig, De Coralliis Balthicis med 30 figurer, der jag rangerar de mesta

[1]) For further particulars about him see »Svensk Familjebok» in which his biography is written by EICHHORN, and is not quite in accordance with that in »Svensk Boktryckeri-Historia» by KLEMMING and NORDIN.

Bromells coraller till varieteter och beskrifver många nya.» This reads in English as follows: »I am now working at a Disputation De Coralliis Balthicis with 30 figures, wherein I arrange most of the corals of Bromell as varieties and describe several new ones.» Moreover, in his Systema Naturæ, Ed. VI p. 76 he refers to the »Corallia baltica» as his own work in saying »Lithophytorum ordinem disposui . . . . Vide Dissert. de Coralliis Balthicis p. 8—9.» The only part which FOUGT took in its publication, was then, that he paid the costs of the printing, both of the letter-press and the plate on which he had drawn the figures.

The dissertation was reprinted no less than four times and translated once into German and once, in an abridged form, into English. These editions are here enumerated in chronological sequence.

1. **1749.** In the *Amoenitates Academicæ, Holmiæ et Lipsiæ apud Godofredum Kiesewetter*. Vol. I. The Corallia baltica are the fourth treatise and occupy pages 74—106. The title is of course much abridged — »Corallia baltica præside C. Linnæo, proposita ab Henr. Fougt» — and the plate has been engraved anew, having the figures placed in a direction opposite to that of the original plate. The figures, especially XVII and XXI are not so well executed as in the dissertation. There are a few additions to the letter-press as foot-notes. They contain only additional remarks about the nature of the corals and about the formation or origin of calcareous rocks, but do not in any way alter the descriptions, which are copied verbally. This first edition of the Amoenitates was printed in Leipzic, as can easily be seen by the type and as is also expressly stated in the Swedish literary gazette of those times.[1])

2. **1749.** *Amoenitates Academicæ Lugduni Batavorum ap. Cornelium Haak*. Vol. 1; edited by PETRUS CAMPER, who does not in his dedication to COLLINSON with a single word mention

[1]) Lärda Tidningar 1751 n:o 91. »Vol. I blef för 2 år sedan upplagd utrikes af Bokhandlaren här i Stockholm Gottfried Kiesewetter.»

that it is with the permission of LINNÆUS that he reproduces this paper. This edition contains the same papers as were in the original one but in a different order and with the addition of LINNÆUS' treatise »De febrium intermittentium causa». The »Corallia baltica» occupy pages 177—212, a literal reprint without the additions of the preceding edition. The plate is engraved anew, with the figures arranged as in the original dissertation, and nearly as good. This is considered as the second edition of the Amoenitates and as the third one of the »Corallia».

3. **1764.** *Selectæ ex Amaenitatibus*(*!*) *Academicis Caroli Linnæi . . . . edidit et additamentis auxit L. B. e S. J.*[1]) *Græcii* 4:o without designation of volume. Pages 154—202 contain the »Corallia baltica» unabridged, which according to HALLER is not the case with the other treatises, which have been, »*more jesuitico*», expurgated. The plate is new, showing many of the figures only in half. The »additamenta editoris» occupy pages 195 to 202 and treat of Austrian corals in the Museum of Graz. According to STÖVER (II, 222) this volume was reprinted in 1788.

4. **1778.** *Des Ritter Carl von Linné auserlesene Abhandlungen aus der Naturgeschichte, Physik und Arzneywissenschaft. III Band. Leipzig, Böhme.* The editor, in the preface to the first volume (1776), signs himself only with the initials E. J. T. H. He gives a literal translation of the whole disertation on pages 89—126. A foot-note concerning DONATI'S discovery of the coral animal is added, on page 99. The plate is copied from that in the Graz edition.

5. **1781.** *Select Dissertations from the Amoenitates Academicæ, a supplement to Mr. Stillingfleet's Tracts, relating to Natural History,*[2]) *translated by the Rev. F. J. Brand.* In two volumes it is said on the title page, but only one volume

[1]) LEOPOLDUS BIWALD e Societate Jesu, according to STÖVER, II, 222.

[2]) STILLINGFLEET'S Miscellaneous Tracts relating to Natural-History, Husbandry and Physic, London 1862, are said to be an English Edition of vol. 1 of the Amoen. Acad. but they contain only a few dissertations taken out of it.

appeared in London 1781. The »Essay on Corals», an abridged translation of »Corallia baltica», begins on page 457 and stops on page 480, containing only the introduction, and a short review of the genera Madrepora and Millepora without description of the species and no figures.

6. 1787. *Caroli a Linné Amoenitates Academicæ* , . . . *editio tertia curante J. C. D. Schrebero, Erlangæ* 1787. This is in fact the fourth edition, if that of BIWALD is to be reckoned as the third. The »Corallia baltica» is entirely reprinted on pages 74—106, as it stands in the Stockholm edition of 1749, with the important addition of the »Nomina trivialia» as they are found in LINNÆUS' later works; the arrangement of the figures on the plate resembles that in the first edition.

STÖVER says[1] that J. E. GILIBERT also, in 1787—88, edited the Amoen. Acad. in two volumes, but I have not succeeded in finding that edition nor have I seen it mentioned anywhere else. May he not have confounded it with GILIBERT's edition of Systema plantarum Europæ, which was published in 1785?

Excepting SCHREBER, none of all the editors or translators of the Corallia baltica has made any use of the corrections or additamenta to the first editions thereof, which could be found in LINNÆUS' Systema Naturæ or Fauna Suecica. Consequently there is no need to cite other editions than those of 1749 and 1787 in the list of synonyms given below

Of LINNÆUS' other works the following also contain descriptions or annotations concerning the fossil corals and must be considered together with the original work.

1737. Genera Plantarum.

1737. Hortus Cliffortianus.

1745. Öländska och Gotländska resan.

1753. Museum Tessinianum, contains a few remarks.

1758. Systema Naturæ Ed. decima Tomus I, p. 789—798.

1759. Animalium specierum . . . . dispositio — an abstract from the preceding in a new arrangement.

[1]) Leben des Ritters Carl von Linné, vol. II p, 222.

1761. Fauna Svecia Ed. altera p. 536.

1767. Systema Naturæ, Ed. XII, Tomus 1, pars II, p. 1270—1286, pars III, p. 167.

1793. Systema Naturæ, Ed. 13, Tom. VI, p. 3753—3790, Tom. III p. 421.

Descriptions of corals by LINNÆUS occur sometimes in works where nobody would think of looking for such. Thus, in »Mantissa plantarum altera», p. 547, where Calceola sandalina is described for the first time. Works by such authors as MODÉER, WAHLENBERG, who lived so near to LINNÆUS' times or even during his lifetime, may with advantage be consulted to elucidate the Linnean species. In his own copies of Systema Naturæ, now in the library of the Linnean Society, there are a few annotations in his own hand, of some real importance. The library of the Academy of Sciences contains several manuscript reports of lectures by LINNÆUS, written by pupils, but these do not contribute much to our understanding of his corals.

The earliest evidence that LINNÆUS paid very close attention to our fossil corals is found in the narrative of his tour in Gotland[1]) in 1741. In it he several times refers to the corals which lie scattered on the shores. So, for instance, on page 190 he says: »Every stone» — on the shores of Capelshamn — »was nothing else but a coral, which is called Madrepora, so that those persons, who hereafter wish to collect choice corals for their cabinets of art or minerals, need not search in any other locality, because every man in the world could here get a cart-load of them». He further says that these Madreporæ can grow only in the depths of the sea, from which they are thrown up on the shores. He evidently thought that the corals he saw on the shores were still living in the Baltic, and he says that the animals which build them up have not yet been described and he leaves it to others who have more time and could choose calm

[1]) »Carl Linnæi Öländska och Gothländska Resa . . . . åhr 1741, Stockholm & Upsala 1745.» I cannot find that there exists any other translation of this book but one in German, edited by SCHREBER, Halle, 1763.

weather to search for these animals in the depths of the bay of Capelshamn. To his admiration of the coral shores of this place he again, in the same year, fresh from his tour in Gotland, gave vent in the following terms, spoken in a public oration »Qua peregrinationum intra patriam asseritur necessitas»: »Corallifera Indorum litora miramur, sed Capelli portus (locus est in Gothlandia), credite Auditores, unus hic locus exæquat, immo exsuperat orientis has opes; vidi enim densissima Corallorum strata per integra stadia et milliaria hujus litoris sese extendentia.» Of course it was the enthusiasm of a youthful orator — LINNÆUS was then only 34 years old — which dictated such exaggerated periods. His opinion that the corals still lived off the shores of Gotland continued unchanged in 1745, when the »Corallia baltica» was printed, as may be seen from various expressions on pages 10—11. A change sets in with the »Museum Tessinianum» (1753), in which on page 84, he says, under the heading of Corallia fossilia, »Ex his autem nullum vivum extractum observavimus, quamvis quotannis immensa copia rejiciatur ad littora, inprimis Gothlandiæ, ut merito dubitemus, num etiamnum apud nos prognascantur vel dudum ad aquas nobis incognitas migrarunt.»

No wonder he could foster such views, when the knowledge of marine animals and plants in a living state was so imperfect. He followed what those old masters, TOURNEFORT and BOERHAVE, had enunciated, and in his Genera plantarum (1737) he placed the corals among the Cryptogamic plants, forming a group Lithophyta, the lowest in the vegetable kingdom. In this work he enumerates *Millepora*, his own new-created genus, characterised by simple pores, *Madrepora* with radiated pits and *Tubipora*, composed of parallel cylinders, which three genera we find in all his works.

In the narrative of his tour in Gotland he had been influenced by the discoveries of B. JUSSIEU, but in the Corallia baltica, again, he is doubtful and cannot decide in which of the three kingdoms of nature they are to be ranged. Traces of

this uncertainty may be still followed in his last edition of Systema Naturæ, in which he places most of the fossil corals amongst the recent ones, but some of them also in »Regnum Lapideum».

In »Corallia baltica» he divided the Madreporæ into three artificial groups, *simple*, *composite*, in which the polypierites cohere only with their base, and *aggregate*, in which they have coalesced and are enveloped all around by a common epitheca. In his descriptions of them he employed the term *stella* for calyx, as it is now called, *radii*, or *lamellæ* for septa, *diaphragma* for tabulæ, but also for the broad expansions around the calices of Syringophyllum. Instead of stella he used porus for the minute calicular openings of the Milleporæ.

I shall now give a review of the Gotland species described by LINNÆUS and try to identify them as far as possible, with those described by later authors. He gave a wide expansion to his species and in several of them included different forms, as for instance, his N:o I below. The difficulties arising form this circumstance may be lessened by comparing the figures with the descriptions, when we shall find that he had a typical specimen for both. In doubtful cases I have, when the descriptions are not quite clear, given the preference to the figures and, when these are too incorrect, to the descriptions. Rarely are both unintelligible.

In a few instances only I have given the complete synonymy, but the Linnean synonymy as complete as needed, with the latest established name of each species, where it was possible.

Page 15,[1]) N:o I. *Madrepora simplex*, *turbinata* etc. Fig. I, II, III, IV, VII. This species is more than any of those mentioned below made up of corals belonging, not only to different species but even to different genera. LINNÆUS also divides it into the following five varieties, marked α—ε, each corresponding to one figure in the same order.

[1]) Refers to the page in the »Corallia», original edition, the next number is that given by LINNÆUS and his »diagnoses» are printed in italics.

Fig. I, α, *cujus diameter disci superat longitudinem ipsius corallii; stella vero planiuscula margine instruitur latissimo, centro parum excavato, radiis e medio cavitatis ad circumferentiam ductis integris omnibus.*

In the subsequent editions of Amoen. Acad. nothing is added, and in Ed. X of Syst. Nat. p. 793 all the varieties are called *Madrepora turbinata.* This species occurs also in Fauna Suecia p. 536. In S. N., ed. XII, p. 1272, the description is thus far altered that it stands »stella hæmisphærico-concava».

The description coincides so exactly with *Ptychophyllum patellatum* SCHLOTH., that, in my opinion it is evident, this species has been intended. The figure, however, is not so exact as those formerly given by BROMELL;[1]) but it cannot be applied to any other Gotland fossil.

Var. *β.* Fig. II, the long description together with the figure point to the common rugose coral, for which exclusively M. EDWARDS & HAIME[2]) have kept the Linnean name turbinatum, placing it in RAFINESQUE's genus Omphyma. M. EDW. & H. also refer fig. I to this species.

Var. *γ.* Fig. III represents no doubt a small specimen of the very common *Omphyma subturbinata* D'ORBIGNY, described by him as a Cyathophyllum in Prodr. de Palæontologie I, 47. It abounds especially in the shale beds of the isle of Stora Carlsö.

Var. *δ.* Fig. IV is probably a variety of *Cyathophyllum articulatum* WAHLENBERG. The constrictions of the polypierite are not so evident in this as in several other specimens of the typical ones, but this depends on the circumstance that it is single.

Var. *ε.* Fig. VII. The description comprehends a number of the small Cyathophyllidæ and various other hornlike corals,

---

[1]) Lithographia svecana n:o 7, p. 445 and n:o 16, p. 463.

[2]) Histoire Nat. Coralliaires III, 394.

but the figure may with a high degree of certainty be set down as *Cyathophyllum mitratum* HISINGER.

P. 19, N:o II. *Madrepora simplex, orbicularis, plana; stella convexa.* Fig. V.

1749 The same description in Am. Acad. I, p. 91.

1753 Porpita, Helminthholithus, Hafspenning, Kräksten af Manetter. Museum Tessinianum p. 96, 97.

1767 Madrepora Porpita L. S. N. ed. XII, 1272.

1819 » » WAHLENBERG, Petrific. Tell. Suecanæ p. 95.

1850 Palæocyclus porpita EDW. H. Brit. Foss. Cor. XLVI.

Strangely enough LINNÆUS does not mention this most common Gotland fossil in S. N. X, nor in Fauna Suec. In S. N. XII he mixes it up with several other fossil corals and says »frequens inter Petrificata Europæa».

P. 21, N:o III. *Madrepora composita, corporibus proliferis e centro pluribus undique coadunatis; stella convexa, centro-concava* fig. IX and fig. n. 2 and also fig. VIII.

1749 » » Am. Acad. p. 92.

1758 Madrepora ananas, L. S. N., ed. X, 797.

1761 » » L. F. Su., ed. II, 536.

1767 » » S. N., ed. XII, vol. I, p. II, 1275.

1819 » » WAHLENB., p. 97.

1850 Acervularia ananas EDW. H., Pol. palæoz., p. 421.

In Corallia baltica LINNÆUS distinguishes plainly between the two different forms which FOUGT has delineated in fig. VIII & IX and he says expressly, concerning the latter »radiis centrum cavum occupantibus», which is not the case with the former. In Syst. N. ed. XII p. 1275 again he confounds it with a recent coral and refers both figures to M. ananas, contrary to what he did in F. Suec., where he cites only fig. 9 & fig. 2. He says (S. N. l. c.) about the transversal section, after comparing it to the back side of playing cards, »maculis sexangularibus et intra singulas maculas annulum album (=the interior wall) cum striis inter rete et annulum, *non vero intra ipsum annulum*», a

character, which can be applied only to the Acervularia in fig. VIII. As his first description in Cor. baltica chiefly aims at the Acervularia fig. IX, I think it best to keep for that the name which LINNÆUS first gave it or to call it *Acervularia ananas*. Fig. VIII then represents what has generally been called *Acervularia luxurians* EICHWALD p. p. which is distinguished by its total want of septa within the interior circle of the calicle, as shown in FOUGT's figure. It is probable that the specimen delineated in figure N:o 2 belongs to a third species, WAHLENBERG's *Madrepora* (*Acervularia*) *truncata*, which is quite another species than Madrepora truncata of LINNÆUS. As to the figure IX it is so badly drawn that it is only possible to identify it by means of the description. It very much resembles certain specimens of Syringophyllum.

I cannot now enter into all the details, accompanied by the figures necessary to demonstrate that there are at least four quite distinct silurian species of Acervularia in Gotland.

P. 22, N:o IV. *Madrepora composita corporibus proliferis e disco pluribus margine coadunatis; stellis truncatis, centro cylindraceo-concavis* fig. X, n. 3.[1])

1749 » » Am. Ac. I, p. 93.
1758 Madrepora truncata S. N. ed. X, 795.
1761 » » F. Su. ed. II, 536.
1767 » » S. N. ed. XII, p. 1277.
1768 Madreporus (Helmintholitus) truncata S. N. ed. XII, vol. III, p. 167.
1820 Strombodes truncatus SCHWEIGGER Handb. 448.
1837 Caryophyllia explanata HISING. Leth. Suecica p. 101, pl. 28 f. 13.
1851 Cyathophyllum truncatum E. H. Pol. pal. 379.
1865 Diplophyllum Næsianum KJERULF Veiviser p. 31, f. 40 (ceteris exclusis).

---

[1]) Figure »n. 3» has been reproduced by DANA, Zoophytes U. S. Exploring Expedition p. 80 and by QUENSTEDT Petrefaktenkunde Deutschlands, pl. 156, fig. 7.

1873 Streptelasma Milne Edwardsii, DYBOWSKI Zeitschr. Deutsche Geol. Gesells. p. 410, Taf. XIII, f. 5—10, 12.

1873 Ptychophyllum truncatum LINDSTRÖM Under-Siluriska Koraller, Öfvers. Vet. Aks Förhandl. n:o 4, p. 29.

There can not be the slightest doubt that LINNÆUS meant this species as his description and figure sufficiently show· WAHLENBERG's truncatus is an Acervularia.

P. 24, N:o V. *Madrepora composita, corporibus proliferis e centro solitariis, coadunatis, stellæ margine dilatato.* Fig. XI, n:o 4.

1749 » » Am. Ac. I, p. 94.

1758 Madrepora stellaris S. N. ed. X, p. 795.

1761 » » F. Su. ed. II, 536.

1767 » » S. N. ed. XII, 1277.

1768 Madreporus (Helminthol.) stellaris S. N. ed. XII, pars III, 67.

1820 Strombodes stellaris SCHWEIGGER Handb. 418.

1851 » » M. EDW. H. Pol. pal. 431.

1874 Spongophyllum contortiseptatum DYBOWSKI Monographie p. 228, pl. IV f. 2, 2 a.

1885 Ptychophyllum stellare LINDSTRÖM List of Fossils U. Sil. Form. of Gotland, p. 19.

1894 Endophyllum contortiseptatum and var. præcursor WEISSERMEL Korallen der Silurgeschiebe Ostpreussens etc. p. 601—603, pl. 48 f. 1—3.

This most characteristic coral is found in the eastern parts of Gotland and is pretty common in the strata called *d*, in situ as well as in large detached blocks. There is no justifiable reason why the old Linnean names which have been in use from 1758 till 1874 should be set aside for new ones, which the ignorance

or even carelessness of recent authors have coined in flagrant violation of the rules of priority, so clearly laid down by several assemblies of men of high authority in natural science. We shall see that this is the case with yet more of the Linnean species. A proceeding such as this ought to meet with a more general condemnation than unfortunately it usually does. When Dr WEISSERMEL in the above cited treatise, relying on the authority of Prof. KOKEN says that this species is a Lower Silurian one, he must be greatly mistaken, unless it can be proved that the specimen, which Prof. KOKEN thought he saw in the quarries of Borkholm belongs to the same species. I cannot find that the differences between the specimens described by DYBOWSKI and WEISSERMEL are so important as to necessitate a separation into different varieties. The rich material, which I have brought to the museum of Stockholm sufficiently shows the nice shades of variability. I have placed it in the genus Ptychophyllum in consequence of its interior structure, which entirely agrees with that of Pt. truncatum and patellatum.

I can not find a clue to determine which fossil is intended by fig. XVIII, which LINNÆUS describes as a variety of M. stellaris. The specimen must have been a very bad one and the figure is, mereover, badly drawn. To judge by the description it might well have been an often occuring variety of Ptychophyllum stellare with short internodia. The figure, again, shows calicles with a columella: in fact, I do not know of any Gotland coral at all resembling it.

P. 25, N:o VI. *Madrepora composita, corporibus proliferis e centro solitariis membrana reflexa coadunatis stellatis.* Fig. VI and n. 1.

1749	»	»	Am. Ac. I, 96.
1758	Madrepora	organum	S. N. ed. X, 796.
1761	»	»	F. Su. ed. II, 536.
1767	»	»	S. N. ed. XII, 1278 with some alterations in the description.

1788 Tubipora stellata MODÉER, Om slägtet Pipmask, Vet. Ak. Handl. p. 230, Taf. VIII f. 1.

1793 Madrepora organum GMELIN S. N. ed. 13, p. 3763, but confounded with the recent Tubipora musica.

1819 Madreporites organon WAHLENBERG p. 97.

Syringophyllum organum of M. EDWARDS & HAIME and of subsequent authors. For a complete list of synonyms see ANGELIN Fragmenta Silurica p. 35.

P. 26, N:o VII. *Madrepora composita cylindris flexuosis, scabris, cortice hinc inde coalitis.* Fig. XIII & n. 5.

1749 » » Am. Ac. p. 96.

1758 Madrepora flexuosa, S. N. ed. X, 796.

1761 » » F. Su. ed. II, 536.

1767 » » S. N. ed. XII, 1278 (*ex errore* fig. XXIII).

1768 Madreporus (Helmintholitus) flexuosa, S. N. ed. XII, pt. III, 167.

This species is not to be confounded with Cyathophyllum flexuosum HISINGER, Lethæa, tab. XXIX, fig. 3 a—b, of which *a* is Cystiphyllum cylindricum LONSDALE and *b* Acervularia truncata WAHLENB. Nor is Caryophyllia flexuosa LONSDALE, in Sil. Syst. pl. 16 f. 7 identical with it; this seems rather to be a variety of the polymorphic Pholidophyllum tubulatum SCHLOTH. Cyathophyllum flexuosum EDW. & H. Brit. Foss. Cor. pl. 67, fig. 2, can not be regarded as the same as the Linnean species. According to the description I should think it is identical with an undescribed species of Diphyphyllum which lies in long-stretching reefs in the shale beds along the shores on both sides of Likkershamn in Gotland. The figure, although it is not good, does not contradict this suggestion. The description, upon the whole, corroborates my opinion, for instance, »cortice propemodum articulato» and what he says about the calicle (»stella»), and, above all, about the manner in which the polypierites are connected with each other. However, the size does not agree,

as LINNÆUS says that it has the »crassities calami scriptorii» or as thick as a goose quill, for the species which I have in view is of the same size as in FOUGT's figures. D'ORBIGNY, Prodr. paléont. t. I. p. 38, calls the Linnean species »Diphyphyllum flexuosum», but I am not sure, whether this is the same species as the one to which I refer.

P. 26, N:o VIII. *Madrepora aggregata, stellis angulosis, concavis;* **radiis quatuor altioribus.** Fig. XVI.

1749 » » Am. Ac. I, 97.
1758 Madrepora favosa S. N. ed. X, 796.
1761 » » Fa. Su. ed. II, 536.
1767 » » p. p. S. N. ed. XII, 1275.
1850 Stauria astræiformis M. EDW. H. Brit. Foss. Corals Intr. p. LXIV.
1851 » » Iid. Pol. palæoz. p. 316, pl. I, fig. 1—1 d.
1858 Stauria astrææformis FR. SCHMIDT p. p. Silur. Format. von Estland. p. 232.
1860 Stauria astræiformis M. EDW. & H. Hist. Nat. Cor. III, 325.
1860 » » EICHWALD Lethæa Rossica I,I, 519.
1867 Stauria astrææformis LDM Nom. fossil. Silur. Gotl. p. 28.
1874 Stauria astræiformis, DYBOWSKI Monographie p. 213.
1881 Cyathophyllum articulatum, QUENSTEDT Petrefaktenkunde Deutschlands I, pl. 6, p. 450, Tab. 158, fig. 18, 19 n—m (ceteris exclusis).
1883 Stauria astræiformis, F. ROEMER Lethæa geogn. I, 348.
1883 Stauria favosa G. v. KOCH, die ungeschlechtliche Vermehrung einiger palæoz. Korallen (Palæontographica XXIX, p. 5).
1885 » » LDM List of U. Sil. Fauna of Gotland, 19.

1887 Stauria favosa ID. List of Fossil Faunas of Sweden, II, 21.

1894 Stauria astræiformis WEISSERMEL Korallen d. Silurgesch. Ostpreussens p. 612.

Columnaria sulcata LONSDALE, Russia I, p. 601, pl. A. f. 1, by M. EDW. & H. considered as identical with Stauria, is quite different and belongs to another generic type. Nor can the Columnaria sulcata of EICHWALD be congeneric with Stauria. The »notæ characteristicæ» which LINNÆUS ascribed to this fossil leave not the least doubt that it is the same as Stauria astræiformis of MILNE EDWARDS and HAIME. There does not indeed exist any other Gotland coral exhibiting the four large septa. It was also the opinion of the said celebrated authors, but surely it was the circumstance that LINNÆUS in the twelfth edition of Syst. Naturæ p. 1275 united with it exotic recent forms from the Indian Ocean that induced them to form a new name for it. He refers it, however to the figure and description in Amoen. Academicæ. He, as we know, sometimes mingled the fossil Baltic corals with recent ones, which is explained by the circumstance, that he believed that the corals which had become extinct in the Baltic, had migrated to warmer seas. None of the recent corals mingled up with the fossil M. favosa is provided with the characteristic four large septa and they belong probably to the genus Prionastræa. Now, if a new name is to be given, it should be to the recent species, which have been confounded with the original »favosa», nor is it necessary to abolish this name altogether and create new specific names for all: for the old species and for each of the new ones. I therefore think it most advisable to keep the Linnean name for the fossil which originally received it and still had it in the tenth edition of Syst. Nat., that basis for the future nomenclature, and to abolish the new name.

P. 27, N:o IX. *Millepora ramis vagis; punctis sparsis* **fig. XII.**

There is no further mention made of this coral in the later works of LINNÆUS.

The figure very strongly resembles Pachypora lamellicornis LDM, which grows in lamellar branches and ends upwards in narrow, fingerlike tips.

P. 28, N:o X. *Millepora ramis vagis punctis imbricatis*, fig. XIV.

This does not occur further in the works of LINNÆUS. When in his very full description it is said: »Pori sunt . . . imbricati . . . exteriore margine obtuso et oblique incisi; ut ab apice non a basi ramorum, inspecti, fundus eorum appareat» it is evident, that this fossil is a Coenites and probably the common Gotland species, *C. juniperinus* EICHWALD. M. EDW. H. (H. N. Cor. III, p. 268) identify it with Alveolites repens, what is in contradiction with their own figure in Brit. Foss. Corals, pl. 62, f. 1—1 a.

P. 28, N:o XI. *Millepora ramis cylindraceis, dichotomis,* **seriebus longitudinalibus punctatis.** Fig. XV.

WAHLENBERG (l. c. p. 100) calls it, in citing LINNÆUS, for Milleporites repens. To judge from the description of the zooœcia, which are pointed towards their base, of triangular shape, with bipartite margins it is a Coenites or is allied to this genus. I formerly called it Cladopora repens. Of all the Gotland bryozoa it however resembles none more than *Cladopora seriata* HALL (Pal. N. York vol. 2 p. 137, pl. 38 fig. 1). In none is the characteristic serial arrangement of the zooœcian openings so evident.

P. 29, N:o XII. *Millepora repens, ramis dichotomis, lineolis subulatis, imbricatis poros distinguentibus.* Fig. XXV.

This coral is not further mentioned in the works of LINNÆUS; WAHLENBERG (l. c. p. 100) calls it Millepora cervicornis, which with some doubt, is identified by M. EDW. & H. (H. N. Cor. III, 268) with their Alveolites repens. It is not likely, that it belongs to that species, which has more narrow branches; both figure and description point to identity with Monticulipora Bowerbanki E. H. (Palæoz. Cor. Great Britain p. 268, pl. 62 fig. 1).

P. 80, N:o XIII. *Millepora subrotunda, poris minimis confertis, majoribusque crenatis, remotis.* Fig. XXIV.

1749 » » Am. Acad. I, p. 99.

1767 Madrepora interstincta S. N. ed. XII, 1276.

The figure differs a little from the description, as it shows a fragment with nearly even surface, such as may often be found near Wisby. SCHREBER in his edition of Amoen. Acad. I, p. 99, does not adopt the »nomen triviale» *interstinctus*, as he elsewhere has done with most of the other species, which had received such names in Systema Naturæ. He did not, consequently, consider the fossil identical with that species in S. N., no doubt because there is no reference to Corallia Baltica such as we commonly find in the writings of LINNÆUS. That he, nevertheless, meant the same species, is evident from his own remarks written in a copy of Systema Nat., 12th edition, now in the Linnean Society's library. We find there after M. interstincta »Amoenit. Acad., I, 44, fig. 21», and, in a second copy of the same book, is written in the same place »Amoen. Acad. I, 64, fig. 21». It is manifest that he had forgotten to insert it and now would supply the omission. When we turn to the two discordant references in all the editions he could examine of Amoen. Acad., we find that both references are wrong and that he had written them without consulting the book. No edition of Am. Ac. has the Corallia baltica at page 44 or 64, and the fig. 21 represents Favosites Hisingeri EDW. H., while the description of Madr. interstincta is found on page 99 in the first and on p. 201 in the second edition and the figure is numbered XXIV. Errors in references were in LINNÆUS' times of no rare occurrence, as every one, who has consulted works from olden times well knows. The main point is that LINNÆUS himself regarded his Madr. interstincta as a Gotland coral and that his description cannot be applied to any other than just this fossil. It may even be that he in Syst. Naturæ had other forms of Heliolithidæ in view and he adds there the important words, »*stellæ . . . fundo radiato*», or the septa are elongated within the calicle and cover its bottom.

This points to another species than the first intended, but the specimens first described must have the name, the others belong to a different species. In my description of the Chinese corals brought home by Baron F. VON RICHTHOFEN[1]) I have given a figure of Heliolites interstinctus, which I consider to represent the true and original Linnean species. What recent authors have called Hel. interstinctus are mostly quite different forms, as I remarked in the paper on the Chinese corals and will try further to demonstate in a paper on the group of the Heliolitidæ prepared a long time ago.

P. 81, N:o XIV. *Millepora subrotunda poris contiguis, angulatis, farctis, subtus sulcata.* Fig. XVII.

There is no further mention of this fossil in S. N., nor in F. Su. and so is also the case with the two following ones. As M. EDW. & H., though with some doubt, have accepted this species as their *Favosites Forbesi* there is no reason to deviate from this conclusion.

P. 82, N:o XV. *Millepora poris contiguis, angulatis; diaphragmatibus transversalibus plurimis.* Fig. XXI.

By M. EDW. & H. identified with their *Favosites Hisingeri.*

P. 83, N:o XVI. *Millepora tubis contiguis subrotundis; diaphragmatibus transversalibus plurimis.* Fig. XXIII.

In all probability this may be the narrow-tubed *Favosites fibrosa*, but I cannot decide with certainty.

P. 84, N:o XVII. *Millepora tubis ovatis longitudinaliter reticulatimque concatenatis.* Fig. XX.

1749 » » Am. Ac. I, p. 103.

1767 Tubipora catenularia, S. N. ed. XII, 1270.

1768 Tubipora catenularia, S. N. III, p. 167.

1792 Tubipora catenulata GMELIN, S. N. ed. XIII, p. 3753.

1819 Tubiporites catenularia WAHLENB. Petr. Suec. 99.

Perhaps LINNÆUS also meant the same coral, when he (1737), in »Genera plantarum» p. 329, mentions »Cellepora* Lithophyton

[1]) Obersilurische Korallen von Tshau-Tiën, p. 54, Tab. V, fig. 7, in RICHTHOFEN China, Bd. IV. 1883.

cavernulis oblongis reptatricibus excavatum», and in »Hortus Cliffortianus» (1738), p. 481, »Cellipora margine catenulato. Crescit in mari Baltico juxta Gotlandiam.»

All authors regard this fossil as the common, large tubed *Halysites catenularius*. The figure, however, gives the impression that the small tubed species, Hal. escharoides, had been the prototype. According to M. EDW. & H. WAHLENBERG's Tubip. catenularia should be Hal. escharoides, but, as he expressly states that of it »nulla forma tubos intus stellatos habet» this cannot be so.

P. 87, N:o XIIX(!). *Millepora dichotoma, repens, teres, poris axillaribus solitariis eminentibus.* Fig. XXVI.

1749 » » Am. Acad. I, 105.

1753 » » Museum Tessinianum Tab. III, f. 3.

1768 Tubipora serpens S. N. ed. XII, 1271.

1819 Tubiporites serpens WAHLENBERG, 99.

Tubipora serpens in S. N. ed. X, 790, is only cited from the Mediterranean, but, nevertheless, LINNÆUS in the twelfth edition unites this and the fossil one under the same name.

This species was by M. EDW. & HAIME H. N. Cor. III, 297 called *Syringopora serpens*, to which species they also refer the next coral.

P. 87, N:o XIX. *Millepora tubulis cylindraceo-flexuosis, distantibus, congestis plurimis.* Fig. XXII.

This is not mentioned by LINNÆUS in any of the ed. of S. N., nor elsewhere afterwards. It is Tubipora strues of MODÉER, Om slägtet Pipmask, Vet. Ak. Handl. 1788, p. 247.

P. 88, N:o XX. *Millepora membranacea, plana, punctis contiguis quincuncialibus*, fig. XIX.

1752 Millepora crustacea plana etc. LÖFLING p. p., Beskrifning på tvenne fina Coraller, Vet. Ak. Handl. Tab. III, f. 1—2 p. 109.

1758 Millepora eschara S. N. ed. X, 792.

1761 » » F. Su. ed. II, 537.

This is a recent bryozoon the *Flustra membranacea*, now common in the Baltic. It is not certain that the species described by LÖFLING is the same.

P. 89, N:o XXI. Fig. XXVII.

LAMARCK in Hist. Anim. sans vertèbres vol. 2, p. 206, gives this coral as Favosites Gotlandicus of LINNÆUS, but his own description leaves us in uncertainty as to whether it is the same or not, as he says that the »prismes» are »petits». Compared with others they are on the contrary large. LINNÆUS never named it and never gave any »notæ characteristicæ» of it; to there is no foundation for a Linnean specific name. It belongs to a group of Favosites with larger sized, almost equal polypierites, which is also found in the Upper Silurian of Norway and by QUENSTEDT has been called Favosites maximus.[1]) It is nearly related to the North American Favosites favosus. In the great confusion, which prevails as to the Favositidæ, I think it best, for the present at least, to regard this fossil, so common in the oldest strata of Gotland as a variety of Favos. maximus QUENSTEDT.

In connection with this review it may be well to mention a couple of other fossil corals, which are described in Systema Naturæ.

Tubipora fascicularis, first mentioned in S. N., ed. XII, p. 1271, without any reference to previous works. Might not N:o XIX have been intended? It is said to be found along the shores of Gotland and also in the limestone. It is of course a Syringopora, which M. EDW. & H. call fascicularis. The identity is uncertain.

Millepora solida, S. N., ed. XII, p. 1283 also found »rejecta ad littora Gotlandiæ», a Favosites to judge by the description. WAHLENBERG (l. c. 109) says that the specimens in the collection of the Society of Upsala which bore the name (since old?) of Milleporites solidus had nearly the same surface as Madr.

---

[1]) Petrefaktenkunde 1,6, p. 61, Tab. 145 f. 25.

interstincta. It is now impossible to decide what LINNÆUS may have meant, whether it is a Favosites or a Heliolites.

To conclude. I shall now give a recapitulation of the names which, as far as I can identify them, have been given to the Linnean species according to the now prevalent nomenclature.

Fig. I Ptychophyllum patellatum SCHLOTHEIM.
II Omphyma turbinata L.
III Omphyma subturbinata D'ORB.
IV? Cyathophyllum articulatum WAHLENB.
V a—b, Palæocyclus porpita L.
VI Syringophyllum organum L.
VII Cyathophyllum mitratum HISINGER.
VIII Acervularia luxurians EICHW. p. p.
IX Acervularia ananas L.
X Ptychophyllum truncatum L.
XI Ptychophyllum stellare L.
XII? Pachypora lamellicornis LDM.
XIII Diphyphyllum flexuosum L., non D'ORB.
XIV Coenites juniperinus EICHW.
XV? Cladopora seriata HALL.
XVI Stauria favosa L.
XVII Favosites Forbesi EDW. & H.
XVIII Undetermined.
XIX Flustra membranacea L.
XX Halysites catenularius L.
XXI Favosites Hisingeri E. H.
XXII? Syringopora serpens E. H.
XXIII? Favosites fibrosus GOLDFUSS.
XXIV Heliolites interstinctus L.
XXV? Chætetes Bowerbanki E. H.
XXVI Syringopora serpens L.
XXVII Favosites maximus QUENSTEDT var.
N:o 1 Syringophyllum organum L.
2 Acervularia truncata WAHLENB.

N:o 3 Ptychophyllum truncatum L.
4 Ptychophyllum stellare L.
5 Diphyphyllum flexuosum L.

It results from the research now made that the »Corallia Baltica» contains the description and figures of 23 species of corals, of which 18 can with certainty be refered to their name, and 4 with some doubt, while one is indeterminable. Lastly that there are four species of bryozoa, of which three are fossil and one recent.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 614.)

Melbourne. *Royal society of Victoria.*
Transactions. Vol. 2: P. 1; 3; 13—14; 18; 22—24: P. 1—2. 1857—88. 8:o.

Mexico. *Comisión geológica Mexicana.*
AGUILERA, J. G., & ORDOÑEZ, E., Expedición científica al Popocatepetl. 1895. 8:o.

— *Geographical and exploring commission of the Mexican republic.*
Catalogue of the exhibits presented to the Internat. geographical exposition and congress of London. 1895. 8:o.

Montevideo. *Museo nacional.*
Anales. 3. 1895. 4:o.

Napoli. *R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche.*
Atti. (2) Vol. 7. 1895. 4:o.

— *R. Istituto d'incoraggiamento.*
Atti. (4) Vol. 7. 1894. 4:o.

Osnabrück. *Naturwissenschaftlicher Verein.*
Jahresbericht. 10 (1893—94). 8:o.

Ottawa. *Geological survey of Canada.*
Palæozoic fossils. Vol. 3: P. 2. 1895. 8:o.
Maps. 364—372, 379—390, 550—551. 1895. 8:o.

Paris. *Société géologique de France.*
Mémoires. Paléontologie. T. 5: Fasc. 2. 1895. 4:o.

Roma. *R. Accademia dei Lincei.*
Memorie. Cl. di sc. fisiche . . . (4) Vol. 7. 1894. 4:o.

— *Accademia Pontificia de' nuovi Lincei.*
Atti. Anno 45 (1892): Ses. 7; 47 (1894): 4; 48 (1895): 7. 4:o.

— *R. Comitato geologico d'Italia.*
Bollettino. Anno 25 (1894): N:o 1—4. 8:o.

— *R. Istituto botanico.*
Annuario. Anno 6 (1895): Fasc. 1. 4:o.

Salem. *American association for the advancement of science.*
Proceedings. Meeting 43 (1894). 8:o.

S:t Petersburg. *Comité géologique.*
Mémoires. Vol. 8: N:o 2—3; 9: 3—4; 10: 3; 14: 1, 3. 1894—95. 4:o.
Bulletins. 12 (1893): N:o 8—9; 13 (1894): 1—9 & Suppl.; 14 (1895): 1—5. 8:o.

Stettin. *Entomologischer Verein.*
Stettiner entomologische Zeitung. Jahrg. 56 (1895): N:o 1—6. 8:o.

Sydney. *Linnean society of New South Wales.*
Proceedings. (2) Vol. 10 (1894/95): P. 1. 8:o.

Torino. *R. Accademia delle scienze.*
Atti. Vol. 30 (1894/95): Disp. 12—16. 8:o

(Forts. å sid. 656.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 9.
Stockholm.

Två metronomiska hjälpapparater.

Af Knut Ångström.

(Meddeladt den 13 November 1895.)

Vid den jämförelse mellan svenska riksprototypen för kilogrammet och några statens institutioner tillhöriga hufvudlikare och normalvigter, som af Byråingeniören Å. G. Ekstrand och författaren blifvit utförd, och för hvilket arbete vi på annat ställe [1]) redogjort, konstruerades och användes af mig två enkla hjälpapparater, den ena för bestämning af de s. k. bråkgrammens verkliga värde, den andra för bestämning af volymen af de kilogrammassor, hvilka ej kunde vägas i vatten, och lemnas i det följande en kort redogörelse för dessa hjälpapparater. Närmast sker detta för att fullständiga redogörelsen för ofvan nämnda kilogramkomparation, men äfven i hopp om att derigenom underlätta arbetet för dem, som möjligen härefter vid liknande arbeten nödgas finna sig till rätta med enkla hjälpmedel. De båda apparaterna äro nämligen till sin konstruktion så enkla, att de utan svårighet torde kunna anskaffas af hvar och en, som deraf har behof.

Våg för komparering af småvigter.[2])

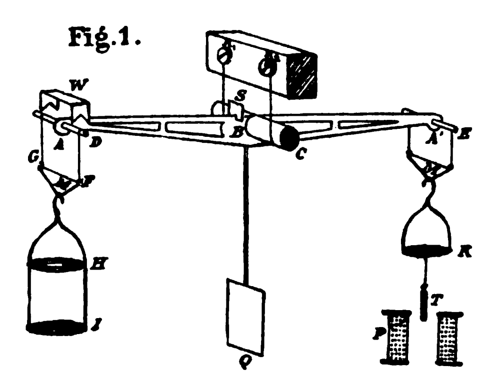
Min uppgift var att med så enkla medel som möjligt och således utan användning af mer invecklad arreteringsmekanism åstadkomma en våg, på hvilken lätt och beqvämt vigter intill

[1]) Kongl. Svenska Vet. Akad. Handl., Band 27, N:o 5, 1895.
[2]) l. c. p. 10.

1 g kunde med hvarandra kompareras och detta med en noggrannhet af åtminstone 0,01 mg. Fig. 1 visar den härför träffade anordningen.

A A' är den af trä förfärdigade omsorgsfullt fernissade vågbalansen, vid hvilken i *A*, *B* och *A'* tre axlar af tunnväggiga glasrör äro fästade. Det midtersta af dessa utgör vågens vridningsaxel, de två öfriga fästpunkter för skålarna *H* och *K*. Vågbalansens såväl som skålarnas upphängning verkställes medelst kokongtrådar, två fästade vid hvarje tväraxel och lagda omkring ett halft hvarf kring dessa. Upphängningstrådarna för balansen äro fästade vid skrufvarna R_1 och R_2, genom hvilkas kringvridning axeln *C* kan gifvas en horisontal ställning. Skålarnas

Fig. 1.



upphängning synes närmare genom figuren, hvarest *D* föreställer det vid balansen fästade glasröret och *G F D* den fortlöpande kokongtråden, som hälles utspänd af metalltråden *M*. Vid denna metalltråd hänger å vågens ena sida dubbelskålen *H I*, å den andra skålen *K*, från hvilken en liten magnet *T* nedhänger i induktionsrullen *P*. Genom en enkel häfstångsinrättning, som icke finnes angifven i fig., kan skålen *H I* aflyftas från tråden *M*, när man önskar vidtaga förändringar i belastningen å skålen, samt åter påsättas efter nämnda operations slut. Härvid hämmas vågbalansens rörelse genom inrättningen vid *W*, hvars klykor gripa öfver axeln *D*. Genom glimmerplattan *Q* dämpas i någon mån svängningarna hos balansen, hvilka man med någon

vana för öfrigt nästan ögonblickligt kan häjda genom att i lämpligt ögonblick kasta en ström genom rullen *P*. Afläsningarna af vågens jämvigtsläge ske med kikare och skala förmedelst den lilla vid balansen fästade spegeln *S*. Alla metalldelar äro af aluminium och hela vågen omgifves till skydd för damm och luftströmmar af en liten glaslåda.

Belastningen af skålen *K* är så vald, att man måste lägga 1 g på skålen *I* för att jämvigt skall ega rum. Härför placerar man lämpligast på *I* alla småvigterna i en vanlig bråkgramsats, hvars summa plägar utgöra 1 g. Skall nu en vigt kompareras med en annan, placeras den ena af dessa å skålen *H* och från *I* borttages en vigt af motsvarande storlek, hvarpå vågens jämvigtsläge iakttages. Derpå utbytes vigten å *H* mot den, hvarmed den förra skall kompareras, och det nya jämvigtsläget afläsas. Man får således härigenom som afläsningsresultat, att skilnaden mellan de komparerade vigterna är lika med den vigt, som motsvarar den aflästa förändringen i vågens jämvigtsläge.

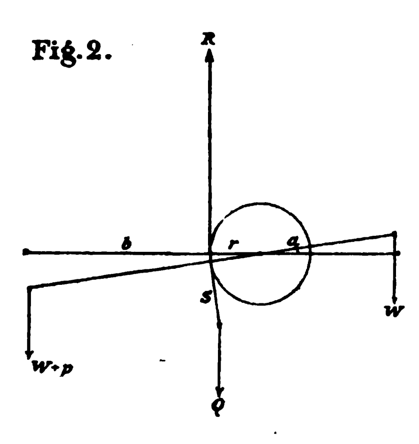
Tydligen äro utslagen vid denna våginrättning strängt taget ej proportionela mot öfvervigterna. Då balansen vrider sig kring sin axel, sker detta genom en rullande rörelse af axeln på upphängningstrådarna. I hvarje ögonblick sker vridningen kring upphängningstrådarnas tangeringspunkter med cylindern, men då dessa vid vridningen ändra sig, flyttas således vridningsaxelns läge i förhållande till balansens tyngdpunkt, och härmed ändras ock vågens känslighet. För att vinna någon närmare kännedom om utslagens beroende af öfvervigtens storlek, vilja vi för att förenkla problemet antaga, att skålarnas upphängningspunkter ligga på den genom vridningsaxelns centrum gående räta linien, något som vid vågens förfärdigande så vidt möjligt iakttagits. Då radierna till upphängningsaxlarna för skålarna äro små (blott c. 0,8 mm), kan för en liten vridning förändringen i läget af dessas anbringningspunkter fullständigt negligeras. Kalla vi nu (se fig. 2):

Vågarmens längd från skålens upphängningspunkt till upphängningstrådarna . . . . $= b$
vridningscylinderns radie . . . . $= r$
afståndet mellan balansens tyngdpunkt och linien genom axlarnas midtpunkter . . . . $= s$
balansens vigt . . . . $= Q$
skålarnas dito . . . . $= W$

och antaga vi vidare att vågen för öfvervigten p ger utslaget α, så fås enligt fig. 2 resultanten till de å upphängningstrådarna verkande krafterna:

$$R = Q + 2W + p,$$

Fig. 2.



och taga vi momenten kring vridningscylinderns centrum fås vidare:

$$Q(r\cos\alpha - s\sin\alpha) + (P + W)(b + r)\cos\alpha - W(b - r)\cos\alpha - \\ - Rr = 0;$$

genom insättning af ofvan stående värde på R i denna sista eqv. fås:

$$Q(r\cos\alpha - s\sin\alpha) + (P + W)(b + r)\cos\alpha - W(b - r)\cos\alpha - \\ - (Q + 2W + p)r = 0,$$

hvaraf efter hyfsning och division med $\sin\alpha$ erhålles:

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\alpha(Q + p)r + Qs - \frac{pb}{\operatorname{tg}\alpha} - \frac{2Wr}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{2Wr}{\sin\alpha} = 0,$$

Då nu p kan negligeras i jämförelse med Q samt vinkeln α städse är liten, uppgående högst till 1°, så kan man sätta $\sin\alpha = \operatorname{tg}\alpha$ samt $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha$. Härigenom erhålles:

$$\tfrac{1}{2}Qr\operatorname{tg}^2\alpha + Qs\operatorname{tg}\alpha - Pb = 0;$$

häraf synes, att relationen mellan $\operatorname{tg}\alpha$ och p i rätvinkliga koordinater representeras genom en parabel. Löst med afseende på $\operatorname{tg}\alpha$, ger denna eqv. som brukbart värde på $\operatorname{tg}\alpha$:

$$\operatorname{tg}\alpha = -\frac{s}{r} + \sqrt{\frac{s^2}{r^2} + 2\frac{b}{r}\cdot\frac{P}{Q}}.$$

Äro nu Q, b, r samt $\operatorname{tg}\alpha$ för ett visst värde på p bekanta, kan tydligen s beräknas och härmed äfven den kurva konstrueras, som anger förhållandet mellan p och $\operatorname{tg}\alpha$. För det utförda exemplaret af instrumentet var:

$$Q = 2300 \text{ mg},$$
$$b = 46{,}7 \text{ mm},$$
$$r = 2{,}81 \text{ mm},$$

och för 1 m afstånd mellan spegel och skala erhölls för 0,2 mg ett utslag å skalan af 22 mm, hvarför således i detta fall $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}011$. Genom insättning af dessa värden i ofvanstående eqv. fås:

$$s = 0{,}3542 \text{ mm}.$$

Eqvationen kan derför skrifvas:

$$\operatorname{tg}\alpha = -0{,}1260 + \sqrt{0{,}01589 + 0{,}01447\cdot p}.$$

Då vi emellertid vid denna beräkning negligerat inflytandet af kokongtrådarnas stelhet och antagit vridningsaxeln, på hvilken trådarna upprullas, fullt cylindrisk — ett antagande, från hvilket förhållandena i verkligheten naturligtvis mer eller mindre afvika — torde det vara lämpligt att på empirisk väg kontrollera riktigheten af den genom nu funna formel beräknade kurvan. Detta är äfven lätt gjordt; man behöfver härför blott af fin metalltråd afklippa små stycken så lika som möjligt och vägande omkring 0,2 mg stycket. Man iakttager nu vågens utslag för hvar och en af

dessa trådstycken och bestämmer derpå utslaget för 2, för 3 etc. stycken tillsammans. På detta sätt kan formen på den ifrågavarande kurvan experimentelt bestämmas. Nedanstående lilla tabell visar öfverensstämmelsen mellan den sålunda funna och den beräknade kurvan.

Värdet på	Utslag i skaldelar.	
p i mg.	*Obs.*	*Ber.*
— 0,1	—	— 11,6
+ 0,1	—	+ 11,4
+ 0,2	22,0	+ 22,0
+ 0.4	42,5	+ 42,4
+ 0,6	61,2	+ 61,4
+ 0,8	79,0	+ 79,4
+ 1,0	95,0	+ 96,4

Som häraf synes, är öfverensstämmelsen mellan observation och beräkning synnerligen god. Vidare framgår häraf, att för de små värden på utslagen, som vanligen kunna förekomma vid vigtkomparation, (största differens mellan två massor, som på vågen komparerades, motsvarade c. 16 skaldelar) kunna utslagen sättas proportionela mot belastningarna.

Såsom exempel på vågens användning och för att visa, hvad noggrannhet man med densamma kan ernå, anföres här ett par observationsserier, hvilka erhöllos vid komparationen af de vid prototypbestämningarna använda småvigterna.

a) Två milligramvigter [1'] och [1''].

	Jämnvigtslägen		
	för [1'].		för [1''].
	115,1		115,5
	115,0		116,0
	115,2		115,9
Med.	115,1	Med.	115,8

Differens 0,7.

Således:

$$[1'] - [1''] = 0{,}7 \text{ k.}$$

b) En massa på [100] mg å ena sidan och å andra 5 massor af resp. [50], (10), (11), (13) och (16) mg valör.

	Jämvigtslägen
för [100].	för [50] + (10) + (11) + (13) + (16).
118,2	121,3
118,0	120,9
118,1	120,8
Med. 118,1	121,0

Differens: 2,9.

Således:

$$[100] - \{[50] + (10) + (11) + (13) + (16)\} = 2,9 \text{ k}.$$

Som af dessa exempel synes, är medelfelet i en enskild bestämning omkring 0,17 skaldel, hvilket i detta fall betyder omkring 0,0015 mg, ett resultat, som i betraktande af de enkla hjälpmedel, med hvilka det ernåtts, torde få anses såsom synnerligen tillfredsställande.

Det finnes ännu ett sätt att använda den nu beskrifna vågen, hvarvid man har fördelen att slippa bestämningen af relationen mellan belastning och utslag. Man kan nämligen med tillhjälp af en efter behag variabel elektrisk ström, som man sänder genom rullen *P* (Fig. 1), alltid återföra vågen till samma jämvigtsläge. För de svaga strömmar, som härför äro af nöden, är kraftverkan mellan rullen och magneten noga proportionel mot strömstyrkan, och man har således blott att afläsa denna på en på lämpligt sätt afshuntad spegelgalvanometer. Denna bör dock vara af god beskaffenhet och hafva en fast uppställning, så att under en försöksserie reduktionsfaktorn bibehåller sig konstant. Äfven på detta sätt har jag med fördel begagnat mig af vågen; dock har jag funnit den först beskrifna metoden i längden beqvämare.

Ännu då ofvanstående först nedskrefs var förf. okunnig om, att den här angifna principen för konstruktion af vågar med tillhjälp af kokongtrådar förut blifvit använd. Prof. THALÉN

har emellertid senare godhetsfullt gjort mig uppmärksam på en afhandling af G. E. WEBER: »De tribus novis librarum construendarum methodis», Göttingen 1841, i hvilken just samma princip för samma ändamål användes. Mellan WEBERS våg och den nu beskrifna förefinnas dock rätt betydande olikheter, och emedan WEBER alltid kompenserade utslagen genom en motvigt och således städse återförde vågen till samma jämvigtsläge, var för honom relationen mellan belastning och utslag likgiltig, hvarför han ej heller angifvit denna. Den magnet-elektriska anordningen för dämpning af vågens svängningar och eventuelt kompensation af utslagen saknas äfven å den WEBER'ska trådvågen, och trådarna äro lagda öfver cylindrar af ytterst liten radie (eggar af 90° vinkel), hvilket visserligen minskar storleken af rotationsaxelns förflyttning men å andra sidan torde öka inflytandet af upphängningstrådarnas stelhet.

En voluminometer.[1]

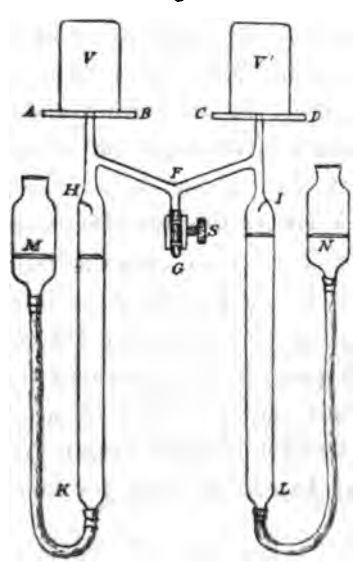
För bestämmandet af volymen hos kroppar är vägning i vatten den metod, som utan all jämförelse lemnar de noggrannaste resultat. Det kan dock ofta hända, att denna metod icke låter använda sig för bestämmandet af volymen hos vigtstycken. Ofta äro nämligen dessa, synnerligast sådana från äldre tider, försedda med en påskrufvad knapp, något som visserligen i hög grad underlättar vigtens justering men för öfrigt medför många olägenheter. En sådan vigt kan man tydligen ej väga i vatten, då detta härvid skulle kunna tränga in i vigten. I sådant fall måste således volymen på annat sätt bestämmas. De vanliga s. k. voluminometrarna af KOPP, REGNAULT m. fl. tillåta dock icke synnerligen stor noggrannhet. Bättre blir resultatet genom följande anordning, hvilken i princip och hufvudsak redan blifvit angifven af Ingeniör K. SONDÉN,[2]) men här är modifierad med hänsyn till det särskilda ändamål, för hvilket instrumentet skulle användas.

[1]) l. c. p. 14.

[2]) Svensk Kemisk Tidskrift p. 30, 1890.

Fig. 3 visar denna apparats hufvuddelar. *V* och *V'* äro tvänne cylindriska glas af så lika volym som möjligt. Dessa glas äro stälda med bottnarne upp och med de planslipade kanterna på två planslipade glasplattor. Dessa äro i midten genomborrade, och i hålen äro inslipade och inkittade två glasrör *HK* och *IL*, sinsemellan förenade genom röret *F*. De nedre ändarna af de vertikala rören äro medelst kautschukslangar förenade med hvar sin reservoir *M* och *N*, genom hvars höjning eller sänkning man kan efter behag införa eller borttappa qvicksilfver i de

Fig. 3.



vertikala rören. Två vid *H* och *I* i rören insmälta platinatrådar tillåta en noggrann inställning af qvicksilfret i ett bestämdt utgångsläge. Röret *F* är försedt med ett nedåt riktadt grenrör, slutande med en nedtill sluten kautschukslang *G*. Denna innehåller något qvicksilfver och der ofvanpå något parafinolja. Genom en skruf *S* kan slangen hopklämmas, hvarvid oljan stiger upp i röret *F* och bildar här en lättrörlig index, hvilken åter kan aflägsnas ur röret *F* genom att låta vätskan draga sig tillbaka i *G*.

Vid instrumentets användning för bestämning af kilogram-massors volym har jag funnit det lämpligast att förfara på följande sätt. Indexen i röret F aflägsnas och under den ena glascylindern sättes den vigt, hvars volym x skall bestämmas, under den andra en massa af känd och ungefär lika volym C. Cylindrarna tätas med talg och skyddas från temperaturperturbationer genom en dem gemensamt omslutande papplåda. Man låter nu temperaturen mellan instrumentets olika delar utjämna sig, inställer derpå qvicksilfret i rören HK och IL på spetsarna vid H och I och inför först derefter indexen i röret F. Är temperaturen i de båda cylindrarna lika, så bevisas detta derigenom, att indexen i F icke förflyttar sig, då instrumentet någon tid lemnas åt sig själf. Man sänker nu båda reservoirerna M och N, men försigtigt, så att indexen förblir i röret F. Då tillräckligt med qvicksilfver runnit ut ur rören, injusteras reservoirerna så, att indexen åter noga intager sin ursprungliga plats i röret F, då således de båda gasmassorna åter stå under lika tryck. Gasen i de båda glascylindrarna har nu utbredt sig öfver volymen $V - x + v$ och $V_1 - C + v_1$, om nämligen v och v_1 är volymen af det ur rören borttappade qvicksilfret. Härvid har det ursprungligen gemensamma trycket H minskats till det gemensamma sluttrycket $H - h$, och har instrumentets temperatur under försöket möjligen ändrats från t till t_1. Enligt den MARIOTTE-GAY-LUSSAC'ska lagen fås då för gasmassan i den ena glascylindern:

$$\frac{(V - x)H}{1 + \alpha t} = \frac{(V - x + v)(H - h)}{1 + \alpha t_1},$$

och för den andra

$$\frac{(V_1 - C)H}{1 + \alpha t} = \frac{(V_1 - C + x)(H - h)}{1 + \alpha t_1},$$

hvaraf:

$$\frac{V - x}{V - x + v} = \frac{V_1 - C}{V_1 - C + v_1}.$$

eller:

$$x = V - (V_1 - C)\frac{v}{v_1}.$$

Äro således volymerna af V och V_1 kända, behöfver man blott känna förhållandet $\frac{v}{v_1}$ för att kunna beräkna x. Äro rören HK och IL af samma genomskärningsarea och jämntjocka är $\frac{v}{v_1} = \frac{l}{l_1}$, om l och l_1 äro afstånden mellan platinaspetsarna och qvicksilfrets ställning i de båda rören. Dessa afstånd uppmättes vid hvarje försök med en katetometer, hvarpå det härigenom funna förhållandet $\frac{l}{l_1} = \frac{v}{v_1}$ korrigerades för rörens kaliberfel.

En stor fördel vid denna metod är den, att temperaturinflytandet elimineras, att vid hvarje volymsbestämning det blott gäller, att uppmäta förhållandet mellan två volymer, i det ändringen i tryck äfven bortfaller, samt slutligen att observationsfelen kunna förminskas genom ett godtyckligt antal inställningar och afläsningar.

Sedan man nämligen utfört en bestämning, kan man åter något sänka reservoirerna, ånyo inställa och afläsa och så fortsätta, tills förhållandet $\frac{v}{v_1}$ blir med tillräcklig skärpa kändt. Derpå låter man x och C byta plats under glascylindrarna och förnyar på detta sätt försöket. Genom denna arbetsmetod elimineras till större delen de fel, som kunna införas genom oriktig konstantbestämning.

Konstanterna V och V_1 kunna bestämmas genom direkt uppmätning med vatten eller qvicksilfver men ännu enklare genom användande af apparaten själf. Lemnar man nämligen den ena cylindern tom och insätter i den andra den till volymen bekanta massan C, så fås genom samma operation som förut:

$$V = (V_1 - C)\frac{m}{m_1}$$

och sedan massan C bytt plats:

$$V - C = V_1 \frac{n}{n_1}$$

der $\frac{m}{m_1}$ och $\frac{n}{n_1}$ beteckna de observerade värdena på förhållandet $\frac{v}{v_1}$. Ur dessa eqv. kunna nu tydligen V och V_1 bestämmas. Volymen af vigten C, ett ämne till Justeringsbyråns hufvudlikare, hvilket försöksvis blifvit utfördt men kasseradt, bestämde jag genom vägning i vatten och fann:

$$C = 120,85\ \overline{\text{cm}}^3 .$$

På detta sätt erhöll jag:

$$V = 239,7\ \overline{\text{cm}}^3 ,$$
$$V_1 = 240,1\ \overline{\text{cm}}^3 .$$

Som exempel på instrumentets användning anför jag här bestämningen af Fysiska Institutionens i Upsala normalkilo F.

F under cylindern V_1, C under V.

Genom tre olika inställningar erhöllos följande värden på $\frac{v}{v_1}$:

0,9763
0,9761
0,9774 Med. = 0,9766.

F under cylindern V, C under V_1:

0,9696
0,9688
0,9695 Med = 0,9693.

Häraf genom insättning:

$$x_1 = 240,1 - (239,7 - 120,85)0,9766 ,$$

och

$$x_{11} = 239,7 - (240,1 - 120,85)0,9693 ,$$

häraf:

$$x_1 = 124,0\ \text{cm}^3 ,$$
$$x_{11} = 124,1\ \text{cm}^3 ,$$
$$\text{Med. } x = 124,05\ \overline{\text{cm}}^3 .$$

Då tiden ej tillät mig att bestämma instrumentets konstanter med all den noggrannhet, som kunde hafva varit önsklig, kan denna bestämning af volymen hos F blott göra anspråk på riktighet på 0,05 cm^3 när. Bestämmes deremot konstanterna noggrannare bör felet i volymsbestämningen lätt kunna nedbringas till omkring 0,01 cm^3.

Det är emellertid lätt att inse, att äfven den nu utförda volymbestämningen är gjord med en noggrannhet, som i de flesta fall är tillfyllestgörande. Antaga vi nämligen, att komparationen mellan en kilogramprototyp och en annan kilogrammassa verkställes vid ett tillfälle, då luftens täthet är δ_1 så blir resultatet af komparationen, om vi bortse från möjliga vägningsfel, att massans värde rätt angifves för vägning i luft af den vid komparationen befintliga tätheten och detta oberoende af fel i volymbestämningen. Sker deremot sedermera vägning i luft af annan täthet t. ex. δ_{11}, så införes derigenom ett fel $= \Delta v(\delta_1 - \delta_{11})$, der Δv är felet i volymbestämningen. Antaga vi, för att se huru stora dessa fel i svåraste fall kunna bli genom ett fel i $\Delta v = 0,05$, att ena vägningen är utförd vid 10° och 770 mm, då $\delta_1 = 0,00126$, och den andra vid 25° och 720 mm, då $\delta_{11} = 0,00113$, så fås $\Delta v(\delta_1 - \delta_{11}) = 0,007$ mg, hvilket fel i bestämningen af kilogrammens värde i de flesta fall kan negligeras.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 642.)

Af författarne:

BLOMSTRAND, C. W., Zur Frage über die Constitution der aromatischen Diazoverbindungen und ihrer Isomere. Lund 1895. 4:o.

NATHORST, A. G., Sverigs kvartære Aflejringer. Khvn 1895. 8:o.

ALBERT I, prince de Monaco, Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht. Fasc. 8—9. Monaco 1895. 4:o.

BONAPARTE, Prince ROLAND, Documents de l'époque Mongole des 13:e et 14:e siècles. Paris 1895. Fol.

FRITSCHE, H., Über den Zusammenhang zwischen der erdmagnetischen Horizontalintensität und der Inclination. St. Petersburg 1895. 8:o.

HERING, C. A., Das Entwickelungsgesetz der Erde und der Erzlagerstätten. Dresden 1895. 8:o.

SACCO, F., Essai sur l'orogénie de la terre. Turin 1895. 8:o.

— 9 småskrifter. 4:o & 8:o.

SCHREIBER, P., Über registrirende Regenmesser und Pegel. Lpz 1895. 4:o.

STANLEY, W. F., Notes on the nebular theory. Lond. 1895. 8:o.

WILLE, N., Über die Lichtabsorption bei den Meeresalgen. Erlangen 1895. 8:o.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 9.
Stockholm.

Notes on fishes collected at Hayti by Capt. Conrad Eckman.

By EINAR LÖNNBERG.

[Communicated 1895, Nov. 13, by HJ. THÉEL.]

The following fishes were collected at Hayti, Cape Haitien, by Capt. C. ECKMAN, and presented by him to the Zoological Museum of Upsala which he has previously favored many times with very large and splendidly preserved collections, of vertebrate as well as invertebrate animals, and the museum in question is indebted to him for many beautiful and rare specimens from the animal kingdom.

1) *Epinephelus striatus* (BLOCH) GILL.

3 specimens.

2) *Epinephelus apua* (CUV. & VAL.) JORDAN & GILBERT. (= E. guttatus GOODE).

1 specimen.

3) *Enneacentrus fulvus* (LIN.) forma: punctatus POEY.

1 specimen.

4) *Enneacentrus guttatus* (Lin). (= Bodianus cruentatus [LACÉPÈDE] JORDAN).

3 specimens allied to the variety coronatus (= nigriculus GÜNTHER). Colour in alcohol: lower parts of head, body and vertical fins covered with dark, round spots arranged in

rows. 3 round, black spots along the base of the dorsal fin. The first of these spots under the third spine, the second under the sixth spine and the third under the second soft ray in all three specimens. Any fourth inky spot cannot be traced.

5) *Ocyurus chrysurus* (BLOCH) GILL.

1 specimen. There is no externally prominent, »sharp, median keel» on the interorbital space otherwise the specimen fully agrees with the description by JORDAN.

6) *Lutjanus synagris* (LIN.) POEY.

1 young specimen with the back greenish and the stripes less defined than in the adult.

2 adult specimens. One of these with a large parasitic crustacean below the eye and one with the dorsal formula X, 13.

7) *Hæmulon aurolineatum* CUV. & VAL. (= H. jeniguano POEY).

1 specimen.

8) *Hæmulon Eckmani* n. sp.

1 specimen of the genus Hæmulon I cannot possibly refer to any hitherto known species, so far as I am able to see, and I therefore propose to name it in honour of the donor and collector.

It seems to be closest allied to Hæmulon flavolineatum (DESMAREST) JORDAN (conf. JORDAN: »A review of the species of the genus Hæmulon», Proc. U. S. Nat. Mus., Vol. 7 1884, Washington 1885). Hæmulon Eckmani ressembles this species in having the scales below the lateral line considerably enlarged, but differs from it by its comparatively longer nose, smaller eye and in having neither canine nor otherwise enlarged teeth, and by the stripes occupying the middle, not the upper part, of the scales (conf. JORDAN, l. c. p. 306 and the following description) etc.

Description: Mouth rather large, gape curved, dorsal and anal fins entirely scaled.

Body comparatively deep and compressed; back rather elevated. Profile of head nearly straight.

Length of body, from tip of snout to tip of middle caudal rays in millimetres 207
Depth of body in % of the above measurement 35
Length of head in millimetres 70
Length of snout in % of length of head 39
(Thus considerably more than in H. flavolineatum in which the length of snout is 3 in head, here only about $2\frac{1}{2}$.)
Diameter of eye in % of length of head 20
Interorbital width » » » » » 25

The eye thus is very small compared with that of H. flavolineatum, in which the diameter of that organ is only $3\frac{1}{2}$ in head; in this form 5 in head. The interorbital width is also different from that of H. flavolineatum as it is 4 in head in this, but $3\frac{1}{2}$ in that species.

All teeth of about equal size, villiform, no canines (conf. H. flavolineatum). When the mouth is shut the maxillary reaches to about the vertical through the anterior margin of orbit. Preopercle evenly serrate. Preorbital rather high, its least width about the same as the horizontal diameter of eye, thus 5 in head. (In H. flavolineatum this measurement is $7\frac{1}{2}$ in head).

Scales large; those of the anterior and middle parts of the body below the lateral line in about four rows considerably enlarged so that their depth is about one and a half of the depth, of the greatest scales above the lateral line, and nearly double the depth of the scales between the soft dorsal fin and the lateral line, and still more compared with the scales of the tail, The series of scales above lateral line are anteriorly to the extent of about ten scales from the head parallel to the lateral line, but turn upward towards the dorsal fin from that place. All rows of scales posterior to the tenth scale from the head are running very obliquely upward and backward, and because not all scales in these upper series are of the same size the rows become wavy. The rows below the lateral line run straight and horizontal to under the middle of the soft dorsal, where some of them curve a little upward, some form a curve first

downward, and then upward. There are six scales in a series from the beginning of dorsal fin, to lateral line, but the uppermost is small. Lateral line about 54 on the body,[1] but it extends on the head as far as it is scaly on the interorbital space.

Dorsal: XII, 15.

Anal: III, 8.

Dorsal spines moderate; the fourth $2\frac{1}{3}$ in head.

Second anal spine a little longer and much stronger than third, nearly of the same length as fourth dorsal, when depressed it reaches beyond the last rays. Ventrals $1\frac{3}{4}$ in head or 57,1 % of the length of head. Pectorals $1\frac{3}{14}$ in head or 71,4 % of the length of head. Caudal rather deeply cleft, middle rays about half as long as the upper lobe, which is larger than the lower. Colour in alcohol, light bluish gray as ground colour. A dark golden-bronze band through the *middle* of all scales. These bands are *not* so broad as the interspaces of ground-colour between them. The direction of these bands is given by the rows of scales, thus they are horizontal below the lateral line, a little wavy posteriorly. Above the lateral line the bands are parallel to the same through ten scales behind the head and then turn obliquely upward, as all the upper stripes do, behind these foremost ones. The posterior upper stripes are also wavy. On caudal peduncle the stripes are less conspicuous. Head dark without stripes. A faint black mark under the angle of the preopercle. Vertical fins dark, pectoral and ventral fins dusky. On places, where the scales have been lost, the stripes are blackish brown.

From this description it can be seen that there is no doubt as to the specific value of Hæmulon Eckmani.

9) *Conodon nobilis* (LIN.) JORDAN & GILBERT. (= C. plumieri [BLOCH]).

1 specimen.

---

[1]) As some scales are damaged in the lateral line on both sides I am not perfectly sure about the exact number, perhaps they are only 52.

10) *Gerres olithostoma* GOODE & BEAN.

2 specimens.

11) *Pomacentrus arcuatus* (LIN.).

1 halfgrown specimen, representing the type »balteatus».

1 young specimen of the type »quinquecinctus». The larger measures 26 cm., the smaller 14.

12) *Holocentrum ascensionis* (OSBECK). (= H. pentacanthum [BLOCH]).

5 beautiful specimens.

13) *Upeneus maculatus* (BLOCH) CUV. & VAL.

1 specimen.

14) *Echeneis naucrates* LIN.

2 specimens, the longest measures 66 cm.

15) *Scarus guacamaia* CUV. & VAL.

1 specimen.

16) *Sparisoma aurofrenatum* (CUV. & VAL.).

3 specimens. Colours in alcohol of two specimens, greenish with a purple or reddish flush on the sides, of the third, blue. The band on the head looks rather yellowish and is in all three very conspicuous as far as to the opercle, where it disappears. Head blue and colour of vertical fins as in the descriptions by GÜNTHER and others.

17) *Platophrys ocellatus* AGASSIZ.

2 specimens. One a male, the other a female. Sexual characters very pronounced. Maxillary knob and that on the orbital margin well developed in the male; in the female no prominence on the orbital margin and the maxillary knob much smaller than in the male. Upper pectoral rays of the male very elongate, so that they are twice as long as the fin itself, but in the female they are only slightly produced. Secondary abdominal cavity well developed in the female, not at all in the male.

The latter had preyed on small fishes which quite filled its stomach; among these a cyprinodontid could be discerned.

18) *Tylosurus raphidoma* (RANZANI) JORDAN. (= T. crassus [POEY]). (= T. gladius BEAN).

D. 22; A. 21—22. Eye a little more than 6 in head.

The longest specimen measured about 70 cm. Both had been speared.

19) *Albula vulpes* (LIN.).

1 specimen.

20) *Echidna* (Poecilophis) *catenata* (BLOCH) BLEEKER.

7 specimens of different sizes.

21) *Enchelycore nigricans* (BONATTERRE) GÜNTHER.

3 specimens.

Three large but slender depressible, vomerine teeth in front, otherwise the specimens agree with the description given by JORDAN (»Apodal fishes of America and Europe; U. S. Fish. Com. Rep. 1888 p. 588, Washington 1892). The tail is a little longer than the body. I do not know if the presence of the above mentioned long vomerine teeth can be of any specific value as it is possible, that they may have been lost in JORDAN's specimens.

22) *Gymnothorax funebris* RANZANI.

1 large specimen with uniserial womerine teeth, thus representing the var. *erebus* POEY.

Narrow dark lines along the folds of the throat, otherwise without markings.

23) *Gymnothorax moringa* (CUVIER) GOODE.

1 specimen with a little aberrant coloration, as there is a very narrow whitish edge on the dorsal fin, which also shows some faint, longitudinal dark streaks. The anal is also provided with a white margin, but the white groundcolour of the body with the confluent dark brown spots the jaw, that cannot be completely shut, and all other characteristics are as in a typical G. moringa.

24) *Gymnothorax ocellatus* AGASSIZ.

2 specimens. The black blotches of the dorsal fin are not confluent and the light round spots are mostly small, and smaller

than the pupil so that these specimens do not fully agree with any of the 4 varieties which JORDAN discerns (l. c. p. 597) but the difference cannot be taken into account as forming a subspecies, or even a variety before a larger number of specimens from the same place have been examined.

25) *Ostracion bicaudalis* LINNÆUS.

1 specimen.

26) *Tetrodon testudineus* LINNÆUS.

2 specimens.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1895. N:o 9.
Stockholm.

Ueber Wärmeleitung und Ionenbewegung.

Von G. Bredig.

(Mitgetheilt den 13 November 1895 durch R. Rubensson.)

Bereits in einer früheren Arbeit[1]) habe ich mir die Frage gestellt, ob auch andere stöchiometrische Eigenschaften dieselben Regelmässigkeiten zeigen, wie ich sie bei der Ionenbeweglichkeit gefunden habe, und ob sie mit dieser in Zusammenhang zu bringen sind. Dabei ist mir eine Arbeit von Herrn H. Höfker[2]) »Ueber die Wärmeleitung der Dämpfe von Aminbasen» entgangen, weil sie nur als Dissertation gedruckt ist. Beim Lesen derselben muss es aber auffallen, dass ganz analoge Regelmässigkeiten, wie sie Herr Höfker bei den *Wärmeleitungs*phänomenen in den *Dämpfen* von Aminbasen gefunden hat, auch von mir für den *Transport der Electricität in wässeriger Lösung* durch die Kationen *derselben* Aminbasen konstatiert worden sind. Statt aller theoretischen Erklärungsversuche will ich zunächst diesen *empirisch* gefundenen Parallelismus zeigen:

1) Herr Höfker fand durch Messung der *Wärmeleitung*: »Die mittlere Weglänge in Dämpfen metamerer Aminbasen bei gleichem Druck und gleicher Temperatur ist von der Lagerung der Atome abhängig.»

»Die mittlere Weglänge metamerer Aminverbindungen ist um so grösser, je mehr Alkyle mit dem Stickstoff verbunden sind. Es hat deshalb eine tertiäre Base eine grössere Weglänge

[1]) Bredig. Zeitschr. f. physik. Chem. 13, 257.
[2]) Höfker. Dissertation, Jena 1892.

als die entsprechende secundäre Base, und diese wiederum eine grössere als die entsprechende primäre Base.»[1])

Analog hierzu fand ich durch Messung der *Electricitätsleitung* folgende Regelmässigkeiten, die ich natürlich in der betreffenden Arbeit mit anderen Worten ausgedrückt habe, die sich aber auch in völliger Analogie zu Herrn HÖFKERS Sätzen folgendermassen aussprechen lassen: (Vergl. Tab. I.)

Die Kationenbeweglichkeit metamerer Aminbasen bei gleicher Temperatur ist von der Lagerung der Atome abhängig (l. c. 248 ff. 285).

Die Kationenbeweglichkeit metamerer Aminverbindungen ist um so grösser, je mehr Alkyle mit dem Stickstoff verbunden sind. Es hat deshalb eine tertiäre Base eine grössere Kationenbeweglichkeit als die entsprechende sekundäre Base, und diese wiederum eine grössere als die entsprechende primäre Base (l. c. 249 ff.).

K Wärmeleitungskonstante (Luft = 100) } nach HÖFKER.
L mittlere Weglänge (Luft = 100) } nach HÖFKER.
$a^{\cdot}$ Kationenbeweglichkeit (Quecksilbereinheiten) nach BREDIG.

Tabelle I.

	$a^{\cdot}$	L	K
Aethylamin	46.8	46.9	58.4
Dimethylamin . . .	50.1	49.4	61.6
Propylamin	40.1	36.8	52.6
Trimethylamin . . .	47.0	40.0	57.1
Butylamin	36.4	32.8	52.2
Diaethylamin	36.1	33.1	52.6
Dipropylamin	30.4	24.0	44.8
Triaethylamin . . .	32.6	25.0	46.8

[1]) *Anmerkung:* Man kann natürlich bei Metameren dieselben Sätze auch auf die Wärmeleitungskonstante K selbst anwenden.

Es kann wohl auch kaum als Zufall gelten, dass das einzige Metamerenpaar Butylamin—Diaethylamin, welches (innerhalb der Versuchsfehler) gleiche Werte der *Wärmeleitung* zeigt, auch nahezu gleiche *Kationenbeweglichkeit* besitst.

2) Herr HÖFKER fand ferner:

»Vergleicht man die primären Basen untereinander, so zeigt sich mit zunehmender Grösse des Alkyls eine Abnahme der mittleren Weglänge; der Betrag dieser Abnahme vermindert sich aber mit zunehmender Alkylgrösse mehr u. mehr. Dasselbe findet sich bei der Vergleichung der secundären Basen untereinander.»

Aus meinen Befunden folgt (was übrigens nach OSTWALDS Untersuchungen an den organischen Anionen zu erwarten war):

Vergleicht man die primären Basen untereinander, so zeigt sich mit zunehmender Grösse des Alkyls eine Abnahme der Kationenbeweglichkeit; der Betrag dieser Abnahme vermindert sich aber mit zunehmender Alkylgrösse mehr und mehr. Dasselbe findet sich bei der Vergleichung der sekundären Basen untereinander (l. c. 245, 266—267). (Vergl. Tab. II.)

Tabelle II.

	a	Diff. da	L	Diff. dL
Methylamin	57.6		64.1	
		10.8		17.2
Aethylamin	46.8		46.9	
		6.7		10.1
Propylamin	40.1		36.8	
		3.7		4.0
Butylamin	36.4		32.8	
		2.5		4.5
Amylamin	33.9		28.3	
Dimethylamin	50.1		49.4	
		14.0		16.3
Diaethylamin	36.1		33.1	
		5.7		9.1
Dipropylamin	30.4		24.0	

3) Ferner lässt sich sogar quantitativ die *Wärmeleitungs*konstante K des Dampfes ziemlich gut als eine (lineare) Funktion der *Kationenbeweglichkeit* a in wässeriger Lösung darstellen.

Ich habe diese Funktion nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet zu:

$$K = 23.4 + 0.747\,\alpha.$$

Tabelle III.

	α	K beob.	K ber.
Methylamin	57.6	66.4	66.5
Aethylamin	46.8	58.4	58.4
Propylamin	40.1	52.6	53.4
Butylamin	36.4	52.2	50.6
Amylamin	33.9	49.0	48.8
Dimethylamin	50.1	61.6	60.9
Diaethylamin	36.1	52.6	50.4
Dipropylamin	30.4	44.8	46.1
Trimethylamin . . .	47.0	57.1	58.6
Triaethylamin . . .	32.6	46.8	47.8

Die Daten für K werden also durch obige lineare Gleichung mit einem mittleren Fehler von 1.3 Einheiten also 2—3 % dargestellt, welcher den totalen Beobachtungsfehler nicht erheblich überschreiten dürfte.[1]) Die obige Funktion stellt daher wohl die Wirklichkeit mit genügender Annäherung dar.

Auch das Gesetz von WIEDEMANN und FRANZ beweist ja bereits für Leiter *erster* Klasse einen Parallelismus, ja sogar Proportionalität zwichen Wärmeleitungs- und Electricitätsleitungsvermögen. Ob der bei obigen Leitern *zweiter* Klasse gefundene Parallelismus auch ein allgemeinerer ist oder nur innerhalb engerer Gruppen gilt, können freilich erst weitere Versuche entscheiden.

---

[1]) *Anmerkung:* Herr HÖPKER giebt nämlich zwar die Fehler seiner anscheinend vortrefflichen Messungsmethode auf höchstens 1 % an, doch habe ich leider in seiner Abhandlung Angaben über die Reinheit der Praeparate nicht gefunden.

Es ist wohl kaum nötig zu betonen, dass man die hier aufgestellte Beziehung nicht ohne weiteres auch direkt auf die *Flüssigkeiten* übertragen darf, also z. B. glauben, dass von zwei Lösungen diejenige mit grösserem electrischen Leitvermögen auch die grössere Wärmeleitfähigkeit besitzt. Die Bestimmungen von WINKELMANN,[1]) JÄGER, LUNDQVIST, GRÄTZ, WEBER u. a. zeigen auch, dass die Wärmeleitfähigkeit des Wassers zumeist durch Salzzusatz abnimmt, während die elektrische Leitfähigkeit zunimmt. Die electrische Leitfähigkeit und die Wärmeleitung *derselben Lösung* sind aber auch nicht direct mit einander vergleichbar, da die *Wärmeleitung* in Lösung zumeist vom *Lösungsmittel* und nur wenig vom *gelösten Körper* geleistet wird, die *Electricitätsleitung* in der Lösung dagegen nahezu *ausschliesslich* vom *gelösten Körper allein*. Man muss daher die *Electricitätsleitung des gelösten Körpers* vergleichen mit seiner Wärmeleitung in einem Zustande, wo nur *er* ebenfalls *allein* den Wärmetransport vermittelt, also mit seiner *Wärmeleitung im Dampf*zustande.

Ferner könnte man den Einwand gegen obige Beziehungen machen, dass dabei zwei ganz verschiedene Dinge, nämlich die Base im Dampfzustande und ihr Kation in wässeriger Lösung verglichen werden. Der Wärmetransport im Amindampf geschieht nun aber auch nach der kinetischen Theorie der Gase durch die Aminmolekel vom Typus NR_3 (R ein Alkyl oder H-Atom). Auch in wässeriger Lösung bestehen diese schwachen Basen nach den Gefrierversuchen von RAOULT und den Berechnungen von ARRHENIUS zumeist aus einfachen Molekeln[2]) (da sehr nahe $i = 1$) und haben daher einen dem gasförmigen analogen Zustand.[3]) Es ist daher a priori wahrscheinlich, dass die Beweglichkeiten

---

[1]) Vergl. WINKELMANN. Handbuch d. Physik II 306, 313.

[2]) Vergl. OSTWALD. Lehrb. II 657 (2 Aufl.).

[3]) *Anmerkung:* Einige Forscher nehmen sogar an, dass das Amin nur zum Teil als Ammoniumhydrat in der Lösung existiert, also ein Teil auch nur die Formel NR_3 besitzt.

Vergl. ARRHENIUS. Mémoire présenté a l'Acad. R. des Sciences le 6 Juin 1883, II 3. KOHLRAUSCH, Wied. Ann. 6, 189 ff. BERTHELOT, Essai d. méchan. chim. II, 147.

der verschiedenen Amine auch in dem *flüssigen* Medium, wenn sie durch electrische oder osmotische Kräfte fortgetrieben werden, wenigstens dieselbe Reihenfolge beibehalten, wie im gasförmigen.[1]) Daher wird auch der *Diffusionskoefficient* (ebenso auch von Nichtelectrolyten) *in Lösung* ebenfalls in Zusammenhang mit der *Wärmeleitungskonstanten im Dampfzustande* gebracht werden können.[2]) Diese Beweglichkeiten im flüssigen Medium findet man nun auch in den *electrischen Ionenbeweglichkeiten* wieder, wie Nernst[3]) auf Grund der van't Hoffschen Lösungstheorie und der Ionentheorie von ARRHENIUS gezeigt hat. Es wird uns also nicht befremden, dass wir oben einen Zusammenhang zwischen *Ionenbeweglichkeit* in *Lösung* und *Wärmeleitung* im *Gas*zustande finden. Freilich ist ja das *Kation* einer Aminbase um ein H-Atom grösser, als die Gasmolekel derselben Base. Doch ist bereits durch die Arbeiten OSTWALDS und seiner Schüler festgestellt, dass die Vergrösserung complexer Ionen um ein H-Atom ceteris paribus keinen bedeutenden Einfluss auf die Ionenbeweglichkeit ausübt und daher auch ihre Reihenfolge nicht wesentlich ändert. Auch hat mich mein verehrter Lehrer, Prof. ARRHENIUS, darauf aufmerksam gemacht, dass die von ihm bestimmten Diffusionskoefficienten[4]) von nicht dissociierten Ammoniak- und Essigsäuremolekeln sich annähernd ebenso (Quotient 1.84 bei 12°) verhalten, wie die Beweglichkeiten ihrer um ein H-Atom grösseren resp. kleineren Ionen[5] (Quotient 1.87 bei 18°). Die Reihenfolge der Beweglichkeiten wird also durch den Unterschied eines H-Atomes nicht wesentlich geändert werden.

[1]) *Anmerkung:* Dies ist um so begründeter, als die Untersuchungen über Leitfähigkeit und Diffusion von BOUTY, LENZ, ARRHENIUS, VÖLLMER u. a. einen solchen Parallelismus der Beweglichkeitsgrössen derselben Ionen in verschiedenen flüssigen Medien ergeben. Vergl. OSTWALD, Lehrb. (2 Aufl.) II 705, 618 ff., BOUTY C:r 106, 595, LENZ. Mém. Pét. Acad. 30 N:o 9 1882. ARRHENIUS, Zeitschr. f. physik. Chem. 9, 487. VÖLLMER, Halle Dissertation 1892. IAHN, Electrochemie 106.

[2]) *Anmerkung:* Auch dieser Punct kann noch experimentell verfolgt werden.

[3]) Vergl. NERNST Zeitschr. f. phys. Chem. 2, 613. Lehrb. 207—210, 308—314. ARRHENIUS Zeitschr. f. physik. Chem. 10, 51.

[4]) ARRHENIUS, Bihang der Stockh. Ak. Bd. 18 Afd. 1 N:o 8 p. 22.

[5]) Nach NERNST Lehrb. 306.

Eine Stöchiometrie der Diffusionskoefficienten (auch für Nichtelectrolyte) und der Wärmeleitung in Gasen experimentell anzubahnen, wie es bereits für die Ionenbeweglichkeit geschehen ist, wäre zur weiteren Verfolgung obiger Beziehungen zwischen den Bewegungserscheinungen in Gasen und denjenigen in Lösungen sehr erwünscht. Auch wäre wohl eine strengere mathematische u. experimentelle Prüfung dieser anscheinend vorhandenen Beziehungen nicht ohne Interesse für die kinetische Theorie der Gase und Flüssigkeiten.

Octob. 1895.

Stockholms Högskola. Physiska Institutet.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 9.
Stockholm.

Meddelanden från Upsala kemiska Laboratorium.

236. Om dietylendisulfidtetin.

Af D. Strömholm.

[Meddeladt den 13 November 1895 genom P. T. Cleve.]

De af Crum Brown upptäckta tetinföreningarna äro kroppar af sammansättningsformerna $R^I_2 = S\langle{}^{CH_2CO}_{O}\rangle$, de fria tetinerna, och $R^I_2 = S\langle{}^{CH_2CO_2H}_{Ac}$, de s. k. tetinsalterna. (R^I = en envärdig kolväteradikal, Ac = en envärdig syreradikal, en half tvåvärdig o. s. v.).

Det första meddelandet om dessa föreningar gjordes 1873. De närmare undersökningarne äro publicerade af Crum Brown och Letts i en serie afhandlingar i Edinburgh Soc. Trans. vol. 28. De af dem undersökta tetinerna äro dimetyl-, dietyl-, dipropyl-, diisobutyl- och diamyltetinerna. Undersökningar öfver tetiner äro äfven utförda af Carrara (Gazzetta Chim. ital. 1893), som framstält etylmetyltetin samt tvenne tetiner af något afvikande typ, dimetyl α propionyl- och dimetyl β propionyltetinerna, såsom bromider $(CH_3)_2 = S\langle{}^{CH(CH_3)CO_2H}_{Br}$ och $(CH_3)_2 = S\langle{}^{CH_2CH_2CO_2H}_{Br}$ och meddelat undersökningar öfver dem hufvudsakligen i afseende på deras kristallografiska och kryoskopiska förhållande. Samme forskare har äfven framstält ett motsvarande selenderivat, dimetylselenetin, såsom bromid $(CH_3)_2Se\langle{}^{CH_2CO_2H}_{Br}$

(Gazzetta 1894). Slutligen må omnämnas de af DELISLE (Berichte 1892) framstälda tetinkarbonsyrorna, $(HO_2CCH_2)_2 =$ $S\langle{}^{CH_2CO}_{O}\rangle$ och $^{CH_3}_{HO_2CCH_2}\rangle S\langle{}^{CH_2CO}_{O}\rangle$, hvilka föreningar dock erbjuda blott föga analogi med andra tetiner.

Undersökningen af dessa tetiner har försvårats genom den för dem alla (utom tetinkarbonsyrorna) gemensamma egenskapen, att de själfva och deras derivat, med undantag af några dubbelsalter, äro delikvescenta och svåra, ofta omöjliga, att erhålla i kristalliseradt tillstånd. Kristallisationsförmågan är störst hos derivaten af dimetyltetin; den blir mindre i samma mån, som molekylarvikten hos tetinerna ökas, så att af diamyltetin inga kristalliserande derivat erhållits. Då jag i dietylendisulfidtetin [såsom bromid $S\langle{}^{CH_2-CH_2}_{CH_2-CH_2}\rangle S\langle{}^{CH_2CO_2H}_{Br}$ och således tillhörande en något afvikande typ $R^{II} = S\langle{}^{CH_2CO_2H}_{Ac}$] funnit en hithörande förening, hvars derivat i allmänhet kristallisera mycket väl och ej äro i högre grad hygroskopiska, har jag därför försökt, att genom studium af denna kropp i någon mån komplettera den genom de nämda forskarne vunna kunskapen om ifrågavarande klass af föreningar. Innan jag öfvergår till redogörelse för den experimentella undersökningen, vill jag i korthet gifva en öfversikt af några för tetinernas kemi viktiga förhållanden, hvilka denna undersökning berört, hvarvid jag utgår från den förutsättningen, att den för tetinerna utmärkande komplexen $= S\langle{}^{CH_2CO}_{O}\rangle$, resp. $= S\langle{}^{CH_2CO_2H}_{Ac}$ funktionerar på samma sätt hos de vanliga tetinerna som hos dietylendisulfidtetinen.

Man kan skrifva den fria tetinens formel sålunda: $R_2 =$ $S\langle{}^{CH_2CO_2H}_{OH}$, således innehållande både en basisk grupp och en karboxylgrupp. Bland kväfveföreningarna finnas kroppar af

tvenne typer, med hvilka samma förhållande eger rum, nämligen dels amidosyrorna, t. ex. glykokoll $NH_2CH_2CO_2H$, dels betainerna, t. ex. det egentliga betainet, som kan skrifvas $(CH_3)_3N\langle{}^{CH_2CO_2H}_{OH}$; (i själfva verket är betain liksom tetin troligen anhydrid). Dessa båda klasser af föreningar förhålla sig ganska olika. Hos glykokoll hafva både den basiska och den sura gruppen kvar sin karaktär. Man kan erhålla föreningar af följande typer: ${}^{H}_{Ac}\rangle NH_2—CH_2CO_2H$, hvilka äro syror så väl som salter, $NH_2CH_2CO_2Me$, (Me = en metallvalens eller envärdig positiv radikal), salter hos hvilka amidogruppen har kvar sin basiska funktion samt ${}^{H}_{Ac}\rangle NH_2CH_2CO_2Me$, hvilka äro verkliga salter. Betain däremot är en ensyrig bas och ger med syror föreningar $(CH_3)_3N\langle{}^{CH_2CO_2H}_{Ac}$, hvilka äro neutrala salter, och i hvilka karboxylens väte ej är ioniserbart. (Föreningar $R_3N\langle{}^{CH_2CO_2K}_{J}$ äro visserligen framstälda, men ej ur vattenlösning).

Vid undersökning af tetinernas förhållande i nämda hänseende visar sig, att de, oaktadt deras formel visar den största analogi med betainets, likväl ansluta sig till glykokoll, ett förhållande, som väl endast kan bero därpå, att komplexen $R_2S=$ har betydligt mindre basiska egenskaper än komplexen $R_3N=$. Redan CRUM BROWN och LETTS angifva, att tetinernas lösning reagerar neutralt, salternas däremot surt, och att de senare lösa metallhydrat o. s. v. De därvid uppkomna produkterna hafva de ej kunnat isolera, med undantag af bromblyföreningar, af hvilka ett ganska stort antal blifvit framstälda, hvilkas formler CRUM BROWN och LETTS skrifva sålunda: $R_2S\langle{}^{CH_2CO}_{O}\rangle$ + (2—5)$PbBr_2$ ehuru eventuellt äfven formlerna $R_2S\langle{}^{CH_2CO_2PbBr}_{Br}$ +

(1—4)$PbBr_2$ omnämnas; de äro således dubbelsalter, och författarne uttala den förmodan, att i allmänhet, då baser inverka på tetinbromider, dylika dubbelsalter bildas, hvilka de beteckna som föreningar af tetinbasen med metallbromider. Dietylendisulfidtetinen däremot ger lätt isolerbara derivat af de neutrala glykokollsalternas typ. Vid ersättande af hydroxyl med sura radikaler bildas liksom af andra tetiner föreningar, som äro både salter och syror. De kallas i det följande dels blott tetinsalter, dels sura tetinsalter. Dessa lösa metallhydrat o. s. v. och gifva upphof till ofta väl kristalliserande kroppar af typen $C_4H_8S_2\langle{}^{CH_2CO_2Me}_{Ac}$, hvilka äfven erhållas genom direkt förening af tetin med salter. De äro neutralt reagerande kroppar med fullkomlig saltkaraktär. De kallas i det följande neutrala tetinsalter. I vattenlösning af dessa salter förekomma både den basiska och den sura radikalen i samma tillstånd som hos motsvarande enkla salt, MeAc, d. v. s. såsom ioner, hvilket framgår däraf, att lösningen i de flesta fall reagerar som en lösning af det enkla saltet. En följd häraf är, att dessa tetinsalter kunna existera endast, då det enkla saltet är lösligt i vatten, eljest faller detta ut, och fri tetin stannar i lösningen. Några föreningar motsvarande den tredje föreningsformen af glykokoll, $NH_2CH_2CO_2Me$, har jag ej isolerat, men i en alkalisk lösning af tetin finnas otvifvelaktigt kroppar af motsvarande typ $R_2S\langle{}^{CH_2CO_2(K,Na)}_{OH}$ (se nedan). Däremot kunna uppenbarligen ej analoga föreningar af tunga metaller exsistera, då ju metallen naturligtvis måste förena sig med hydroxylen och falla ut som hydrat eller oxid. Detta är a priori så klart, att jag som bevis för denna sak åtnöjt mig med det redan förut väl kända faktum, att då silfveroxid i öfverskott reagerar på en lösning af tetinbromid, produkten blir en lösning af tetin och en olöst massa af silfveroxid och bromsilfver.

Rörande tetiners förhållande mot svaga syror hafva CRUM BROWN och LETTS funnit, att karbonat eller cyanider af tetiner

ej exsistera. Vid skakning af bromid med cyansilfver och af sulfat med bariumkarbonat bortgick cyanväte resp. koldioxid, och lösningen innehöll blott tetin. Jag har undersökt dietylendisulfidtetins förhållande till fluorvätesyra och ättiksyra. Ren fluorid kan erhållas blott vid frivillig afdunstning af mycket sur, koncentrerad lösning. Vid den utspädda lösningens afdunstning på vattenbad bortgår fluorväte, och fri tetin blir kvar; dock är sönderdelningen ej fullständig. Acetatet kan man erhålla i fast form blott genom att låta en lösning af tetin i isättika afdunsta vid vanlig temperatur. Om man i stället använder 75-procentig ättiksyra, erhålles neutralt reagerande tetin, ett förhållande, som gör det högst sannolikt, att vattenlösningen ej alls innehåller något acetat utan blott tetin och ättiksyra. Å andra sidan undergå salterna af starka syror ej i någon mån någon liknande sönderdelning; så har jag hos bromiden ej kunnat observera något sönderfallande i bromväte och tetin. Dessa förhållanden förklaras väl ej lämpligen blott genom att säga, att tetin är en svag bas; i sitt förhållande till ättiksyra m. fl. visar den sig som en så utomordentligt svag bas, att man knappt kunde vänta, att dess föreningar med starka syror skulle vara så pass beständiga som de äro. Emot ett annat tänkbart förklaringsförsök, nämligen att tetinsalternas sura grupp skulle drifva ut ättiksyran, kan dels en liknande invändning göras, dels äfven den, att det knappt är troligt, att den sura gruppen i tetinacetatet skulle vara så utomordentligt mycket starkare syra än ättiksyran. Enklast torde väl förhållandet uttryckas sålunda, att i de sura salternas lösningar både syreradikalen, karboxylens väte och tetinresten förekomma såsom fria ioner åtminstone delvis. Då syran är stark, hafva väteionen och den sura ionen ingen benägenhet att förena sig med hvarandra, är den åter svag, är denna benägenhet stor, hvarför sådana syrors sura tetinsalter lätt sönderfalla i icke dissocierad syra och fri tetin. Äfven om, som ju är sannolikt i fråga om sura tetinsalter af svaga syror, af dessa salters molekyler ursprungligen blott en ringa del äro dissocierade, så blir, då dessa dissocierade

molekyler successivt sönderfalla i tetin och syra, detta sönderfallande till slut nästan fullständigt. Om det blir alldeles fullständigt är ej godt att säga, troligare är väl, att ett jämviktstillstånd mellan de olika komponenterna inträder; att man det oaktadt vid acetatlösningens afdunstning erhåller ren tetin, beror då på, att tetinen är svårlösligare än acetatet och således kristalliserar ut förr, hvarigenom jämviktstillståndet ändras. Om man antager ett sådant, blir det förklarligt, hvarför, då man genom användande af isättika ökar den ena komponentens mängd i ofantlig grad, man erhåller rent acetat. Intressant i detta afseende vore att försöka, om man ej genom användande af stark blåsyra kunde få cyanid; något dylikt försök har emellertid ej blifvit gjordt. — CARRARA har vid undersökning af tetinbromiders kryoskopiska förhållande i vattenlösning funnit en molekylär fryspunktnedsättning nästan tre gånger så stor som den beräknade, hvilket förhållande han tolkar så, att dessa salter i lösning äro dissocierade i H, Br och tetinhydrat, men som naturligtvis lika väl kan tala för dissociation i H, Br och tetinrest.

En annan fråga af intresse är den fria tetinens konstitution. CRUM BROWN och LETTS erhöllo den fria dimetyltetinen kristalliserad af formeln $(CH_3)_2SCH_2CO_2 + H_2O$; denna förlorade i vakuum öfver svafvelsyra en molekyl vatten och öfvergick i föreningen $(CH_3)_2SCH_2CO_2$ således anhydrid. Sådana anhydrider hafva äfven framstälts af CARRARA. Frågan huruvida det i den förra föreningen ingående vattnet var kristall- eller konstitutionsvatten, eller allmännare uttryckt, huruvida tetiner i vattenlösning förekomma såsom hydrat eller anhydrider, torde vara svår att besvara genom studiet af tetiner med öppna kedjor; däremot gifver dietylendisulfidtetinens förhållande en värdefull fingervisning till lösandet af denna fråga. MANSFELD (Berichte 19), V. MEYER och DEMUTH (Annalen 240) hafva undersökt dietylendisulfidalkylsulfinhydrat $S\Big\langle\begin{matrix}CH_2-CH_2\\CH_2-CH_2\end{matrix}\Big\rangle S\Big\langle\begin{matrix}R\\OH\end{matrix}$ ($R = CH_3$. C_2H_5, C_7H_7). De hafva funnit, att dessa hydrat vid vatten-

lösningens upphettning förlora vatten, hvarvid den slutna kedjan öppnas och s. k. sulfuraner bildas, hvilka hafva formeln $R—S—CH_2—CH_2—S—CH = CH_2$, en formel som bevisats genom syntes af etylsulfuran. Om man upphettar dietylendisulfidtetinens vattenlösning, inträffar ej något dylikt; lösningen kan afdunstas till torrhet på vattenbad, och man får kvar oförändrad tetin. Detta torde bevisa, att tetinen i vattenlösning förekommer såsom anhydrid $S\langle{}^{CH_2CH_2}_{CH_2CH_2}\rangle S\langle{}^{CH_2CO}_{O}\rangle$, ej såsom hydrat $S\langle{}^{CH_2—CH_2}_{CH_2—CH_2}\rangle S\langle{}^{CH_2CO_2H}_{OH}$ och således ej liksom sulfinhydratet håller hydroxyl vid svaflet. Om man tillsätter alkali till tetinens lösning, blir förhållandet helt annat; vid afdunstning på vattenbad sönderdelas tetinen fullständigt, och man får alkalisaltet till en syra, af hvilken jag visserligen ej erhållit något derivat i analyserbart tillstånd, men som väl otvifvelaktigt är sulfurankarbonsyra $CH_2 = CHSCH_2CH_2SCH_2CO_2H$. Detta förhållande bör troligen tolkas så, att vid inverkan af alkalier på tetin anhydridbindningen går upp under bildning af en förening $S\langle{}^{CH_2CH_2}_{CH_2CH_2}\rangle S\langle{}^{CH_2CO_2(K,Na)}_{OH}$; denna håller hydroxyl vid svaflet och reagerar därför såsom sulfinhydratet. Alldeles absolut afgörande för frågan är väl ej denna iakttagelse, då det ju ej är fullkomligt säkert, att den hypotetiska, neutrala föreningen $SC_4H_8S\langle{}^{CH_2CO_2H}_{OH}$ skulle förhålla sig på samma sätt som de alkaliska föreningarna $SC_4H_8S\langle{}^{CH_2CO_2K}_{OH}$ och $SC_4H_8S\langle{}^{R}_{OH}$, men en hög grad af sannolikhet förlänar den väl ändå åt antagandet, att tetin i vattenlösning förekommer som anhydrid.

För tetinanhydriderna hafva CRUM BROWN och LETTS föreslagit tvenne formler, nämligen den enkla $R_2S\langle{}^{CH_2CO}_{O}\rangle$ och den

fördubblade $R_2S\begin{matrix}\diagup O-CO-CH_2\diagdown \\ \diagdown CH_2-CO-O\diagup\end{matrix}SR_2$. CARRARA har undersökt tetinernas kryoskopiska förhållande och funnit, att molekylardepressionen i vattenlösning motsvarar den enkla formeln. Men för att man skall kunna från lösningens förhållande sluta till anhydridens konstitution, fordras naturligtvis bevis för, att lösningen verkligen håller anhydrid, ej hydrat, något som äfven CARRARA själf framhåller. Först med detta bevis kan frågan om tetinanhydridernas molekylarvikt anses afgjord. Dessutom har CARRARA sökt bestämma molekylarvikten i isättiklösning, en metod, som ej kan gifva afgörande resultat, då, som jag funnit, tetin under dessa förhållanden ger acetat, samt äfven i alkohollösning genom bestämning af kokpunktens höjning, hvilken metod dock blott gaf dåligt stämmande resultat, och där dessutom anhydridbindningens lösning genom alkoholatbildning ej är a priori utesluten.

Slutligen kan omnämnas en reaktion, som tyckes vara allmän för tetinerna. Fri brom inverkar på en tetinbromid $R_2 = S\begin{matrix}\diagup CH_2CO_2H \\ \diagdown Br\end{matrix}$ sålunda, att de två väteatomerna, som stå bredvid karboxylen, ersättas af brom; vid tillsats af ännu mera brom bildas en olöslig superbromid. Den dibromsubstituerade tetinen afger mycket lätt koldioxid, (så lätt att den ej kunnat framställas i rent tillstånd) och öfvergår till en dibromsubstituerad sulfinbromid, $R_2 = S\begin{matrix}\diagup CHBr_2 \\ \diagdown Br\end{matrix}$. Denna reaktion är pröfvad både med dimetyltetinbromid och med dietylendisulfidtetinbromid (i senare fallet oxiderar bromen först den tvåvärda svafvelatomen under bildning af en sulfoxidtetin $OSC_4H_8S\begin{matrix}\diagup CH_2CO_2H \\ \diagdown Br\end{matrix}$, på hvilken sedan brom inverkar på nyss anförda sätt).

Dietylendisulfidtetin.

$$\begin{array}{c} \quad S \\ H_2C\diagup\quad\diagdown CH_2 \\ |\qquad\quad | \\ H_2C\diagdown\quad\diagup CH_2 \\ S-CH_2-CO \\ \diagdown\quad\diagup \\ O \end{array} + 2H_2O$$

Den i det följande beskrifna bromiden löses i vatten, skakas med silfveroxid i öfverskott, och den filtrerade lösningen afdunstas till torrhet på vattenbad, då tetinen erhålles som en lätt, hvit skorpa; denna löses i minsta mängd varmt vatten och filtreras från en obetydlig silfverhaltig återstod. Vid afsvalning utkristalliserar tetinen i långa, mjuka nålar, lättlösliga i vatten och alkohol. Den kristalliserar ur alkohol med samma vattenhalt som ur vatten. Substansen förlorar intet i vikt öfver svafvelsyra. Vid upphettning i torkskåp börjar den sönderdelas, innan den afger sitt kristallvatten, hvarför detta ej kunnat direkt bestämmas.

Analys: 0,2437 gm substans gaf vid förbränning med blykromat 0,3001 gm CO_2 och 0,1496 gm H_2O.

	Beräknadt:	Funnet:
C	33,64	33,59
H	6,54	6,82

Substansen smälter vid 108—109° under gasutveckling till en färglös vätska. Tetinens lösning reagerar neutralt, dess smak är bitter.

Som förut nämnts, gifver tetinen upphof till tvenne serier salter, dels de sura salterna af typen $C_4H_8S_2\begin{cases} CH_2CO_2H \\ Ac \end{cases}$, dels de neutrala af typen $C_4H_8S_2\begin{cases} CH_2CO_2Me \\ Ac \end{cases}$. Bland de förra är bromiden utgångsmaterialet för alla tetinföreningarna, de öfriga hafva framstälts antingen af bromiden genom behandling med

silfversalter eller af tetinen med syror. De senare framställas antingen af de sura salterna genom neutralisation med hydrat, oxider eller karbonat af metaller, eller också genom direkt förening af tetin med ett salt i lösning. Denna senare metod är i synnerhet fördelaktig, då det enkla saltet är lösligt i alkohol. De neutrala tetinsalterna äro nämligen i allmänhet olösliga i alkohol, och man kan således genom utkokning af den till torrhet afdunstade massan med alkohol få tetinsaltet rent. Är det enkla saltet olösligt i alkohol, måste man, för att enligt denna metod få ren produkt, taga öfverskott af tetin.

Alla neutrala tetinsalter, som jag framstält, äro lättlösliga i vatten (utom dubbelsalter), ett stort antal så lättlösliga, att man ej kan erhålla dem i kristalliseradt tillstånd. Vid afdunstning af sådana salters lösning i exsickator utkristalliserar efter längre tid det enkla saltet och tetin; vid afdunstning på vattenbad erhålles däremot i allmänhet tetinsaltet, stundom som ej stelnande syrup.

Dietylendisulfidtetinbromid.

```
         S
       /   \
  H2C       CH2
   |         |
  H2C       CH2
       \   /
    Br—S—CH2CO2H
```

Utgångsmaterialet för framställningen af denna förening, dietylendisulfid, har jag framstält enligt V. MEYERS anvisning (Berichte 19, 3259) utaf etylenmerkaptan. Etylenmerkaptan har jag framstält enligt följande metod. 150 gm etylenbromid, löst i alkohol, försättes småningom med en med svafvelväte fullständigt mättad, konsentrerad lösning af kaliumhydrat i alkohol. Sedan den första portionen blifvit tillsatt, uppvärmes till inledande af reaktionen, och sedermera hålles temperaturen mellan 45—55°, hvilken temperatur ej bör öfverskridas. Först sedan allt är tillsatt, kan man uppvärma något högre för att fullborda reaktionen. Därefter tillsätter man svafvelsyra till sur reaktion

och destillerar med vattenånga. Destillatet fälles med blyacetat; alkohol och etylenbromid afdestilleras med vattenånga, efter afsvalning tillsättes svafvelsyra i öfverskott, och genom förnyad inledning af vattenånga afdestilleras etylenmerkaptanen. Utbyte omkring 45 % af det teoretiska.

Ekvivalenta mängder dietylendisulfid och bromättiksyra upphettas lindrigt på vattenbad i en kolf. Kolfinnehållet blir först flytande genom syrans smältning, men stelnar snart till en fast massa. Denna löses i varmt vatten med undvikande af stort öfverskott, lösningen filtreras från en ringa mängd oangripen sulfid; vid afsvalning utkristalliserar tetinbromiden såsom hvita krustor eller i knippen förenade prismer, hvilkas genomskärning har en nästan kvadratisk, obetydligt snedvinklig form. Ofta genomsätta två kristaller hvarandra under bildning af ett något snedvinkligt kors. Vid moderlutens konsentrering, helst vid vanlig temperatur, erhåller man mera af substansen.

Analys: 0,3712 gm gaf med $AgNO_3$ 0,2687 gm AgBr; 0,2132 gm gaf 0,1544 gm AgBr.

0,2201 gm gaf vid förbränning med blykromat 0,2244 gm CO_2 och 0,0890 gm H_2O.

0,1641 gm gaf enligt KLASONS metod 0,2968 gm $BaSO_4$

	Beräknadt:	Funnet:
C	27,80	27,80
H	4,25	4,48
S	24,71	24,79
O	12,35	—
Br	30,89	30,81; 30,81
	100,00	

Substansen smälter vid långsam upphettning vid 159° till en rödbrun vätska, som några få grader däröfver börjar sönderdelas. Den är lättlöslig i hett vatten, svårlöslig i kallt (1 del i ungefär 7 delar vatten af vanlig temperatur), föga löslig i alkohol. Hos bromiden såväl som hos andra sura tetinsalter märkes stundom bildning af öfvermättade lösningar, som länge

hålla sig klara, men plötsligt, t. ex. vid omröring, stelna till kristallgröt. Vid upphettning af lösningen sönderdelas saltet, ehuru långsamt, i dietylendisulfid och bromättiksyra. När lösningen kokades i en kolf med kylrör, afsatte sig i detta kristaller, som genom smältpunkt o. s. v. identifierades såsom dietylendisulfid. Däremot har ingen dissociation i tetin och bromväte observerats. Ur de sista, sirupösa moderlutarne efter afdunstning på vattenbad af en större mängd bromidlösning utkristalliserade hvarken tetin, resp. tetinbromacetat, ej heller, efter tillsats af bromväte, någon nämnvärd mängd tetinbromid. Att ej den närvarande bromättiksyran hindrade detta, se nedan inverkan af bromättiksyra på tetin. Bromidens lösning reagerar starkt surt; den smakar både bittert som sulfinsalter och surt som vinsyra.

Salter af dietylendisulfidtetinbromid.

Dietylendisulfidtetinbromkalcium. $\left[SC_4H_8S\begin{smallmatrix}\diagup CH_2CO_2 \\ \diagdown Br\end{smallmatrix}\right]_2 Ca + 5H_2O.$

Framstäld dels af bromiden genom neutralisation med kalciumkarbonat, dels af tetin och bromkalcium i lösning. Den koncentrerade lösningen afsätter långa, smala, ej så tunna, sneda blad, hvilka så länge de äro i moderluten äro vattenklara, men hastigt vittra i luften och blifva ogenomskinliga. I följd häraf ger vattenbestämningen för lågt värde. Medan en del af vattnet bortgår så lätt, är det svårt att fullständigt aflägsna det öfriga i exsickator, däremot går det fort i torkskåp vid 60°.

Vattenbestämning: 0,1979 gm förlorade 0,0262 gm H_2O.

	Beräknadt:	Funnet:
H_2O	13,94	13,25.

Analys af vattenfritt salt: 0,3240 gm gaf 0,2169 gm AgBr och 0,0318 gm CaO.

	Ber. för $(C_6H_{10}S_2O_2Br)_2Ca$:	Funnet:
Br	28.75	28,50
Ca	7,19	7,01

Dietylendisulfidtetinbrombarium. $\left[SC_4H_8S\begin{matrix}\diagup CH_2CO_2\\ \diagdown Br\end{matrix}\right]_2 Ba + 4H_2O.$

Af bromid och bariumkarbonat. Liknar föregående, men är luftbeständigt; förlorar ej kristallvatten i exsickator.

Analys på exsickatortorkad substans: 0,3236 gm förlorade vid 70° 0,0317 gm H_2O.

0,3195 gm gaf 0,1658 gm AgBr.

	Beräknadt:	Funnet:
H_2O	9,92	9,80
Br	22,04	22,06

Öfriga salter af bromiden. Alkalisalter ha ej erhållits i fast form; ur den starkt konsentrerade lösningen utkristalliserar nämligen blott tetin. Äfven i alkohol tyckas de vara lösliga, ty ingen fällning erhölls, när alkohollösningar af tetin och bromnatrium blandades. Kopparsaltet är lättlösligt, kristalliserar i blå kristaller, men har ej erhållits i rent tillstånd. Zinksaltet utgöres af hvita, delikvescenta blad. Aluminiumsaltets starkt konsentrerade lösning stelnar vid afsvalning till ett gelé, som åter löser sig vid uppvärmning; det torkar in till en glasklar massa.

Dietylendisulfidtetinklorid.

$$S\begin{matrix}\diagup CH_2-CH_2\diagdown\\ \diagdown CH_2-CH_2\diagup\end{matrix}S\begin{matrix}\diagup CH_2CO_2H\\ \diagdown Cl\end{matrix}$$

Af bromiden vid skakning med klorsilfver; af tetinen med saltsyra. Liknar bromiden. Smälter under sönderdelning vid 167°, sintrar något förut. Liksom hos alla dessa föreningar, som smälta under sönderdelning, varierar smältpunkten betydligt efter hastighet vid upphettning, kapillarrörens tjocklek o. s. v.

Analys: 0,2673 gm gaf 0,1790 gm AgCl.

	Beräknadt:	Funnet:
Cl	16,56	16,56

Dietylendisulfidtetinklorkalcium. $\left[SC_4H_8S\begin{smallmatrix}CH_2CO_2\\Cl\end{smallmatrix}\right]_2Ca + 5H_2O$.

Af tetin och klorkalcium. Liknar motsvarande bromsalt.

Vattenbestämning: 0,4268 gm förlorade (i exsickator, fullständigt i torkskåp vid 70°) 0,0680 gm H_2O.

	Beräknadt:	Funnet:
H_2O	16,13	15,93

Analys af vattenfritt salt: 0,3576 gm gaf 0,2178 gm AgCl och 0,0436 gm CaO.

Ber. för $(C_6H_{10}S_2O_2Cl)_2Ca$:		Funnet:
Cl	15,18	15,06
Ca	8,56	8,69

Kloriden och järnklorid. När alkohollösningar af tetin och järnklorid (vattenhaltig) sammanblandades, erhölls en gulbrun, i vatten mycket lättlöslig fällning, som tvättades med alkohol och torkades i exsickator. Analysen gaf: 4,33 % H_2O, som bortgick vid 100°, 14,83 % Fe och 17,70 % Cl (Fe : Cl = 1 : 1,9), ett resultat, som ej stämmer på någon enkel formel, men tyder på en blandning af ungefär 85 % $C_4H_8S_2\begin{smallmatrix}CH_2-CO_2-Fe\begin{smallmatrix}OC_2H_5\\Cl\end{smallmatrix}\\Cl\end{smallmatrix}$ + H_2O och ungefär 15 % $C_4H_8S_2\begin{smallmatrix}CH_2-CO_2-Fe(OC_2H_5)_2\\Cl\end{smallmatrix}$ $(+ H_2O?)$.

När tetin och järnklorid i vattenlösning afdunstades till torrhet på vattenbad, erhölls en röd massa.

Kloriden och platinaklorid. $PtCl_4 + SC_4H_8S\begin{smallmatrix}CH_2CO_2H\\Cl\end{smallmatrix}$.

Om man försätter en lösning af kloriden med platinaklorid, erhålles en amorf, gul, olöslig fällning, som torkar ihop till en mycket lätt, vid rifning elektrisk massa. egenskaper, som äfven tillkomma alla andra analoga föreningar, som jag framstält.

Analys: 0,2810 gm gaf 0,0989 gm Pt; 0,4169 gm (annan beredning) gaf 0,1470 gm Pt.

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	35,27	35,20; 35,32

Liknande fällningar, alla lättlösliga i natronlut, erhålles af andra tetinsalter och af tetin själf med platinaklorid. Af analyserna kunna dock ej enkla formler beräknas. Otvifvelaktigt bör den ofvan angifna formeln för föreningen af klorid och platinaklorid fördubblas. BLOMSTRAND har nämligen vid sina undersökningar öfver platosulfinföreningarna funnit, att man vid användande af beräknade mängder får sådana föreningar, hvilka hålla 1 $PtCl_2$ på 2 sulfid, men vid användande af platinaklorur i öfverskott erhållas föreningar af 1 $PtCl_2$ på 1 sulfid, hvilka äro att anse som dubbelsalter, analoga med den MAGNUS'ska kloriden. I själfva verket erhållas, om man sätter en molekyl kaliumplatinaklorur till två molekyler dietylendisulfidtetin, kroppar analoga med de BLOMSTRAND'ska platosulfinföreningarna; dock är jag ännu ej i tillfälle att kunna lemna redogörelse för dessa föreningar. Ifrågavarande förening skulle då skrifvas sålunda: $Cl_2Pt(C_6H_{11}S_2O_2Cl)_2Cl_2 + PtCl_4$.

Kloriden och kvicksilfverklorid. $HgCl_2 + SC_4H_8S\langle^{Cl + 2HgCl_2}_{CH_2CO_2HgCl}$.

Kloridens lösning försättes med sublimatlösning. Om lösningen är konsentrerad, uppstår en hvit fällning, men om den är utspädd, afskilja sig småningom hvita, väl utbildade kristaller. Samma förening kan äfven framställas af tetin med kvicksilfverklorid. Den är svårlöslig i vatten; sönderdelas ungefär vid 180°.

Analys: 0,6551 gm gaf 0,4805 gm HgS; 0,4817 gm gaf 0,3547 gm HgS.

0,3196 gm gaf (glödgning med kalk) 0,2896 gm AgCl.

	Beräknadt:	Funnet:
Hg	63,39	63,23; 63,47
Cl	22,50	22,41

Empiriskt kan formeln skrifvas 1 tetin + $4HgCl_2$. Att af dessa kvicksilfverkloridgrupper en ej förekommer såsom sådan utan delad, $C_4H_8S_2\langle^{CH_2CO_2HgCl}_{Cl}$, följer redan af de anförda

bildningssätten, bevisas af ett tredje. Om man till en lösning af kloridens kalciumsalt sätter kvicksilfverklorid, erhålles ifrågavarande förening ren, utan spår af kalcium; gruppen HgCl har således ersatt $Ca/_2$ och intagit dess plats. Att af de tre öfriga grupperna $HgCl_2$ en är förbunden med den tvåvärda svafvelatomen, två med tetinkloridens klor, följer redan däraf, att sulfinkloridernas föreningar med $HgCl_2$ vanligen äro sammansatta efter formeln $R_3SCl + 2HgCl_2$, aldrig efter $R_3SCl + 3HgCl_2$ (tetinkloriders kvicksilfverkloridföreningar äro ej förut framstälda), sulfidernas däremot efter $R_2S + HgCl_2$. Säkert bevisadt blir det däraf, att den i det följande beskrifna sulfoxidens förening med kvicksilfverklorid har formeln $O = SC_4H_8S\genfrac{}{}{0pt}{}{\diagup CH_2CO_2HgCl}{\diagdown Cl + 2HgCl_2}$.

Dietylendisulfidtetinjodid. Af tetin och jodvätesyra. Den färglösa lösningen antog vid afdunstning på vattenbad starkt gul färg, och vid afsvalning afskilde sig långa, mjuka, violetta nålar, uppenbarligen en superjodid, och vätskan blef åter färglös. Då superjodiden ej kunde genom pressning befrias från vatten och i exsickator förlorade jod, kunde den ej analyseras. Den filtrerade vätskan blef vid afdunstning öfver svafvelsyra åter gul, och afsatte dels superjodid, dels hvita, snedvinkliga prismer af jodid, hvilka smälta vid 130° till en mörkröd vätska.

Dietylendisulfidtetinjodbarium. $\left[SC_4H_8S\genfrac{}{}{0pt}{}{\diagup CH_2CO_2}{\diagdown J}\right]_2 Ba + 4H_2O$.

En lösning af tetin och jodbarium inkokades i kolf, öfverskott af jodbarium borttogs genom kokning med alkohol. Den återstående rent hvita massan förlorade ej i vikt i exsickator. Någon vattenbestämning kunde ej utföras, då substansen sönderdelades redan vid 70°.

Analys: 0,1995 gm gaf 0,1138 gm AgJ och 0,0573 gm $BaSO_4$.

	Beräknadt:	Funnet:
J	30,97	30,82
Ba	16,71	16,87

Dietylendisulfidtetinbisulfat. $SC_4H_9S\begin{cases}CH_2CO_2H\\OSO_2OH\end{cases}$. Framställdes af tetin med något öfverskott af svafvelsyra. Den svafvelsyrehaltiga lösningen kunde konsentreras starkt, utan att något utkristalliserade, men vid tillsats af litet alkohol stelnade efter en kort stund den öfvermättade lösningen till en hvit massa. När en utspädd lösning af det rena saltet får frivilligt afdunsta, erhållas väl utbildade kristaller.

Analys: 0,3313 gm gaf 0,2808 gm $BaSO_4$.

	Beräknadt:	Funnet:
SO_3	29,00	29,10

Salterna af bisulfatet så väl som af sulfatet äro högst lättlösliga i vatten. När deras lösningar få frivilligt afdunsta, utkristalliserar blott enkelt salt och tetin; så är förhållandet med kalium-, koppar- och mangansalterna. När kopparsulfat och öfverskott af tetin afdunstades på vattenbad, erhölls tetinsalt som en blå syrup, hvilken vid tillsats af alkohol öfvergick till en plästerlik massa, som ej fullständigt hårdnade vid förvaring i exsickator, och som delikvescerade i luft.

Dietylendisulfidtetinnitrat. $SC_4H_8S\begin{cases}CH_2CO_2H\\ONO_2\end{cases} + H_2O$. Erhölls af bromiden med beräknad mängd silfvernitrat. Det kristalliserar ur utspädd lösning i långa, smala blad, ger lätt öfvermättade lösningar. Kristallerna vittra obetydligt i luften.

Vattenbestämning: 0,4870 gm förlorade i exsickator 0,0330 gm.

	Beräknadt:	Funnet:
H_2O	6,95	6,77

Det kristallvattenhaltiga saltet smälter vid 109°, det vattenfria vid 130° under liflig gasutveckling.

Dietylendisulfidtetinsilfvernitrat. $SC_4H_8S\begin{cases}CH_2CO_2Ag\\ONO_2\end{cases}$. Nitratets lösning neutraliserades med silfveroxid, afdunstades först på vattenbad, sedan öfver svafvelsyra. Lösningen höll sig längre tid klar, sedan utkristalliserade saltet mycket hastigt i skenbart

amorfa små kulor, som under mikroskopet visade sig bestå af en hopfiltad massa af långa, mycket fina nålar.

Analys: 0,4533 gm gaf 0,1864 gm AgCl.

	Beräknadt:	Funnet:
Ag	31,03	30,95

Silfversaltet och jodmetyl gifva vid 70° jodsilfver och ett i vatten och alkohol högst lättlösligt ämne, hvilket icke erhållits i en till undersökning tillräcklig mängd.

Dietylendisulfidtetinbenzolsulfonat. $SC_4H_8S\langle{}^{CH_2CO_2H}_{OSO_2C_6H_5}$. En konsentrerad lösning af benzolsulfonsyra och tetin stelnade först efter lång tid öfver svafvelsyra till en kristallgröt. Denna utpressades och omkristalliserades, då stora, väl utbildade taflor erhöllos. Saltet är vattenfritt; det smälter under lindrig gasutveckling vid 171°.

Analys: 0,1905 gm gaf 0,3020 gm CO_2 och 0,0877 gm H_2O.

	Beräknadt:	Funnet:
C	42,86	43,15
H	4,76	5,09

Dietylendisulfidtetintrikloracetat. $SC_4H_8S\langle{}^{CH_2CO_2H}_{OCOCCl_3}$. När en lösning af tetin och triklorättiksyra konsentrerades i exsickator, erhölls en tjock syrup, som stelnade vid behandling med eter. Den tvättades med eter, så länge denna reagerade surt, löstes i vatten och lemnades att afdunsta i exsickator, då åter syrup erhölls, som dock efter en längre tid plötsligt stelnade till en porslinslik massa. Saltet är mycket lättlösligt i vatten och alkohol. Det sönderdelas under häftig uppkokning vid 91°. Det förlorade i exsickator 3,27 % H_2O, men då det svårligen kan fullständigt utpressas mellan papper, är det ovisst, om denna viktsförlust utgjordes af kristallvatten.

Analys af vattenfri substans: 0,1542 gm gaf (KLASONS metod) 0,2123 gm $BaSO_4$.

	Beräknadt:	Funnet:
S	18,77	18,91

Bariumsaltet kristalliserar i långa prismer med sammansättningen $\left[SC_4H_8S\begin{matrix}\diagup CH_2CO_2 \\ \diagdown OCOCCl_3\end{matrix}\right]_2 Ba + 5H_2O$.

Vattenbestämning: 0,4281 gm förlorade i exsickator 0,0401 gm H_2O.

	Beräknadt:	Funnet:
H_2O	9,89	9,37

Analys af vattenfritt salt: 0,3900 gm gaf (afrykning med H_2SO_4) 0,1107 gm $BaSO_4$.

	Ber. för $(C_8H_{10}S_2O_4Cl_3)_2Ba$:	Funnet:
Ba	16,70	16,66

Hvarken bitartrat eller fosfat af tetinen kunde erhållas i fast form.

Dietylendisulfidtetinfluorid. $SC_4H_8S\begin{matrix}\diagup CH_2CO_2H \\ \diagdown Fl\end{matrix} + 2\,(?)\,H_2O$.

En konsentrerad tetinlösning försättes med stort öfverskott af konsentrerad fluorvätesyra, och lösningen fick frivilligt afdunsta. Då erhöllos långa, vackra kristaller, hvilka utpressades väl mellan papper. Saltet förlorar långsamt i exsickator, fort vid 80° en molekyl kristallvatten. Fluorbestämningen hos återstoden tydde på, att ännu en molekyl vatten var närvarande, men denna kunde ej direkt bestämmas.

Vattenbestämning: 0,6295 gm förlorade 0,0519 gm H_2O; 0,5171 gm förlorade 0,0414 gm H_2O.

	Ber. för $C_6H_{11}S_2O_2Fl + 2H_2O$:	Funnet:
$1H_2O$	7,71	8,24; 7,98

Analys af exsickatortorkad substans: 0,3547 gm gaf 0,0634 gm $CaFl_2$.

	Ber. för $C_6H_{11}S_2O_2Fl + H_2O$:	Funnet:
Fl	8,80	8,86

Exsickatortorkad substans smälter under uppkokning vid 136°. Fluoriden är lättlöslig i vatten. I vattenlösning sönderdelas den vid upphettning i fluorväte och tetin; fluorväte bortgår, och vid den konsentrerade lösningens afsvalning utkristalli-

serar fri tetin. Dock smälter denna icke skarpt vid 107° (i st. f. 108°) och dess lösning reagerar surt, hvilket visar, att sönderdelningen icke är alldeles fullständig. Fluorsilfversaltet har jag ej kunnat erhålla i fast form, ty dess lösning afsätter vid frivillig afdunstning en svart, okristalliserbar massa.

Dietylendisulfidtetinacetat. $SC_4H_8S\langle{CH_2CO_2H \atop OCOCH_3} + \frac{1}{2} H_2O$.

Om tetin löses i isättika, och lösningen får afdunsta öfver kalk, utkristallisera långa, väl utbildade prismer.

Vattenbestämning: 0,6231 gm mellan papper väl utpressadt salt förlorade i exsickator 0,0201 gm H_2O.

	Beräknadt:	Funnet:
H_2O	3,64	3,22

Analys af vattenfri substans: 0,1751 gm gaf (KLASONS metod) 0,3413 gm $BaSO_4$.

	Ber. för $C_8H_{14}S_2O_4$:	Funnet:
S	26,90	26,77

Vattenfri substans smälter under gasutveckling vid 116°—117° till en färglös vätska; den sintrar dock långt förut, troligen beroende på hygroskopiskt vatten. Den är högst lättlöslig i vatten; lösningen reagerar surt. Torr substans förlorar ingen ättiksyra vid förvaring öfver kaliumhydrat. Däremot sönderdelas saltet ytterst lätt af vatten; om tetin löses i 75 % ättiksyra, och lösningen får frivilligt afdunsta, erhåller man en neutralt reagerande produkt. En sådan produkt, erhållen ur mera utspädd lösning, smälte vid 108° och visade sig vid analys vara ren tetin: 0,1846 gm gaf 0,2305 gm CO_2 och 0,1172 gm H_2O.

	Ber. för $C_6H_{10}S_2O_2 + 2H_2O$:	Funnet:
C	33,64	34,05
H	6,54	7,05

Inverkan af alkalier på tetin (se inledningen). Om en lösning af tetin blandas med kalilut och afdunstas till torrhet på vattenbad, hvarefter den återstående saltmassan löses i vatten och göres sur med saltsyra, utfaller en brunaktig olja med obe-

haglig lukt; sönderdelningen af tetinen är fullständig. Att denna olja är sulfurankarbonsyra $CH_2=CHSCH_2CH_2SCH_2CO_2H$, lider väl intet tvifvel, men hvarken syran själf eller något derivat af densamma kunde erhållas i analyserbart tillstånd. Syran sönderdelas fullständigt vid försök att destillera den. Ur alkohollösningen fäller kaliumhydrat kaliumsaltet som en voluminös, hvit fällning, men det är ej olösligt i alkohol, så att det småningom löser sig vid försök att tvätta det rent. Såväl kaliumsaltet, som kalcium-, barium- och kopparsalterna äro mycket lättlösliga i vatten och kunna ej förmås att kristallisera. Silfversaltet är en hvit voluminös fällning, som snart bakar ihop sig och svartnar.

Inverkan af bromättiksyra på tetinbromid och tetin. Denna reaktion omnämnes blott därför, att dess undersökande var mitt hufvudändamål, då jag framstälde ifrågavarande tetin. Jag hade hoppats att erhålla en kropp af sammansättningen

$$\begin{matrix} HO_2CH_2C \\ Br \end{matrix}\!\!>\!SC_4H_8S\!<\!\!\begin{matrix} CH_2CO_2H \\ Br \end{matrix}$$

, som möjligen kunde uppträda i cis- och transformer. Det har dock ej lyckats mig. Tetinbromid och bromättiksyra i vattenlösning inverka ej alls på hvarandra, i torrt tillstånd upphettade i vattenbad reagera de under bildning af en brunaktig, halfflytande massa, som är löslig i eter och delvis olöslig i vatten, och således ej kan vara någon tetinbromid. Den blef ej närmare undersökt. När en lösning af fri tetin och bromättiksyra afdunstades på vattenbad, erhölls vid tillsats af bromvätesyra vanlig tetinbromid nästan kvantitativt. Ej heller inverkan af jodmetyl på tetinbromid eller af bromättiksyra på dietylendisulfidmetylsulfinjodid gaf tillfredsställande resultat. En analog förening $\begin{matrix} CH_3 \\ J \end{matrix}\!\!>\!SC_4H_8S\!<\!\!\begin{matrix} CH_3 \\ J \end{matrix}$ är framstäld af MANSFELD (Berichte 19, 696), men enligt hans uppgift försiggår reaktionen först vid hög temperatur och ger högst ringa utbyte.

Oxidietylendisulfidtetinbromid.

$$\begin{array}{c} S{=}O \\ H_2C\diagup \quad \diagdown CH_2 \\ H_2C\diagdown \quad \diagup CH_2 \\ Br{-}S{-}CH_2CO_2H \end{array}$$

Till en lösning af en vägd mängd dietylendisulfidtetinbromid sattes en molekyl brom, löst i vatten. Den färglösa lösningen konsentrerades på lindrigt kokande vattenbad, sedan öfver svafvelsyra. Vid långsam afdunstning utkristalliserade tjocka, rätvinkliga taflor. Substansen är lättlöslig i vatten. Den smälter vid 158—159°.

Analys: 0,2206 gm gaf (KLASONS metod) 0,1498 gm AgBr och 0,3697 gm $BaSO_4$.

	Beräknadt:	Funnet:
Br	29,09	28,90
S	23,28	23,01

Bariumsaltet bildar en lättlöslig kristallmassa.

Kloriden är framstäld af bromiden med klorsilfver; af denna har jag framstält dubbelsalter med kvicksilfverklorid och platinaklorid, hvilka till sammansättning högst betydligt afvika från motsvarande salter af dietylendisulfidtetinklorid, beroende därpå, att den tvåvärda svafvelatomen öfvergått till fyrvärdig och ej längre deltager i bildningen af dubbelsalterna. Salterna af sulfiden voro

$$PtCl_4 + SC_4H_8S\begin{cases} CH_2CO_2H \\ Cl \end{cases} \quad \text{och} \quad HgCl_2 + SC_4H_8S\begin{cases} CH_2CO_2HgCl \\ Cl + 2HgCl_2 \end{cases};$$

af sulfoxiden äro de $\left[O = SC_4H_8S\begin{cases} CH_2CO_2H \\ Cl \end{cases}\right]_2 PtCl_4 + aq$ och

$$O = SC_4H_8S\begin{cases} CH_2CO_2HgCl \\ Cl + 2HgCl_2 \end{cases}.$$

Kloroplatinat af oxidietylendisulfidtetinklorid.

$$\left[O = SC_4H_8S\begin{cases} CH_2CO_2H \\ Cl \end{cases}\right]_2 PtCl_4 + 4^1/_2H_2O.$$

En utspädd lösning af kloriden blandades med platinaklorid, och

den filtrerade lösningen lemnades att frivilligt afdunsta. Långa, glänsande, rödgula, rosettlikt grupperade prismer utkristalliserade. Analysen utfördes på omkristalliseradt material.

Vattenbestämning: 0,4102 gm förlorade i exsickator 0,0241 gm H_2O och ännu vid 60° intet mer; vid 100° ytterligare 0,0139 gm H_2O.

	Beräknadt:	Funnet:
$3H_2O$	6,15	5,87
$1^1/_2H_2O$	3,08	3,39
	9,23	9,26

Analys af vid 100° torkad substans: 0,1359 gm gaf 0,0331 gm Pt; 0,1134 gm gaf 0,0277 gm Pt.

	Ber. för $(C_8H_{11}S_2O_3Cl)_2PtCl_4$:	Funnet:
Pt	24,34	24,35; 24,42

Oxidietylendisulfidtetinklorid och kvicksilfverklorid. O = $SC_4H_8S\langle{}^{CH_2CO_2HgCl}_{Cl + 2HgCl_2}$. Om kloridens lösning blandas med kvicksilfverklorid, uppstår en fällning, som löser sig vid uppvärmning och vid afsvalning kristalliserar ut i små kristaller. Saltet håller möjligen $^1/_2$ mol. kristallvatten; det förlorade temligen långsamt i exsickator 0,97 % H_2O, beräknadt 0,89 % H_2O. Den torra substansen sönderdelas vid 162°.

Analys: 0,5205 gm exsickatortorkad substans gaf 0,3604 gm HgS.

	Beräknadt:	Funnet:
Hg	59,58	59,67

Inverkan af brom i öfverskott på dietylendisulfidtetinbromid. När bromidens vattenlösning försättes med brom, utfaller ett tungt tegelfärgadt pulver, uppenbarligen en superbromid. Produkten luktar starkt af brom och förlorar öfver kalk oupphörligt i vikt; den har därför ej kunnat underkastas analys. Om man upphettar superbromiden med alkohol, löses den icke, men alkoholen färgas brun, och samtidigt bortgår gas. Slutligen förvandlas superbromiden till en hvit, i alkohol olöslig massa, och äfven alkoholen blir färglös. Den hvita massan, som är mycket svår-

löslig i kallt vatten, omkristalliseras ur varmt vatten. Vid lösningens afsvalning utfalla glänsande, ofta rosettformigt förenade prismer eller nålar. I stället för att upphetta superbromiden med alkohol, kan man använda vatten, då redan vid 40° gasutveckling inträffar, och efter längre försigtig upphettning en färglös lösning erhålles, hvarur vid afsvalning samma slags kristaller utfalla. Substansens lösning reagerar neutralt. Analysen visar att *oxidietylendisulfiddibrommetylsulfinbromid* O =

$$S\left\langle\begin{matrix}CH_2-CH_2\\CH_2-CH_2\end{matrix}\right\rangle S\left\langle\begin{matrix}CHBr_2\\Br\end{matrix}\right.$$

föreligger. Inverkan af brom har således försiggått på det sätt, att först den tvåvärda svafvelatomen oxiderats, därefter de två väteatomerna vid karboxylen ersatts af brom, och slutligen brom adderats till den ioniserbara bromatomen under bildning af den olösliga superbromiden, hvars sammansättning då blir $O = SC_4H_8S\left\langle\begin{matrix}CBr_2CO_2H\\Br + xBr\end{matrix}\right.$. Vid upphettning af denna med alkohol eller vatten afspjälkes dels koldioxid, dels den som superbromid bundna bromen. Att ej, som möjligen kunde tänkas, substitutionen af brom för väte försiggår först vid superbromidens upphettning, framgår däraf, att då tre mol. brom som bromvatten sättas till tetinbromid, en färglös lösning erhålles, som måste innehålla dibromsubstituerad tetinbromid; denna är dock alltför obeständig, för att kunna isoleras i rent tillstånd.

Analys: 0,2144 gm gaf 0,1214 gm CO_2 och 0,0504 gm H_2O. 0,1824 gm gaf (KLASONS metod) 0,2644 gm AgBr och 0,2236 gm $BaSO_4$.

	Ber. för $C_6H_9S_2OBr_3$:	Funnet:
C	15,42	15,44
H	2,32	2,61
S	16,45	16,83
Br	61,69	61,69
O	4,12	
	100,00	

Substansen sönderdelas ungefär vid 135°.

Kloriden framstäldes af bromiden genom skakning med väl uttvättadt klorsilfver; den liknar bromiden, sönderdelas vid ungefär 156°. Den ger ett svårlösligt *kloroplatinat* $[C_5H_9S_2OBr_2Cl]_2PtCl_4$.

Analys: 0,1890 gm gaf 0,0360 gm Pt.

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	18,94	19,08

Nitratet erhålles af bromiden med beräknad mängd silfvernitrat. Det kristalliserar i väl utbildade kristaller och är i motsats till haloidsalterna lättlösligt i vatten.

I sammanhang med undersökningen af denna kropp har jag äfven undersökt inverkan af brom på den enklaste tetinen, dimetyltetin. Reaktionen har motsvarande förlopp.

Dimetyldibrommetylsulfinbromid $(CH_3)_2S\begin{smallmatrix}\diagup CHBr_2 \\ \diagdown Br\end{smallmatrix}$. Till en vattenlösning af dimetyltetinbromid sattes brom, dock med undvikande af stort öfverskott. En tjock, brunröd olja utföll, säkerligen en superbromid af formeln $(CH_3)_2S\begin{smallmatrix}\diagup CBr_2CO_2H \\ \diagdown Br + xBr\end{smallmatrix}$. Om alltsammans värmes på vattenbad, går fällningen under kolsyreutveckling småningom i lösning. Innan ännu allt löst sig, iakttages ett ögonblick, då ur den gulröda lösningen små glänsande kristallfjäll afskilja sig, och om man då filtrerar, utfalla ur lösningen lätta, glänsande, bladguldlika fjäll. Bättre är att fortsätta uppvärmningen, tills allt gått i lösning, vid bromtillsats faller då samma förening som ett tungt kristallpulver. Ehuru detta ej analyserats, kan med all sannolikhet antagas, att dess formel är $(CH_3)_2S\begin{smallmatrix}\diagup CHBr_2 \\ \diagdown Br + xBr\end{smallmatrix}$. Denna superbromid försattes med *litet* vatten och upphettades, tills den gått i lösning, och lösningen affärgats. Vid afsvalning utkristalliserade ur den illaluktande lösningen stora, väl utbildade hexagonala taflor, oftast genomsättande hvarandra i ungefär 30° vinkel.

Analys: 0,1674 gm gaf (KLASONS metod) 0,2996 gm AgBr och 0,1242 gm $BaSO_4$.

	Ber. för $C_3H_7SBr_3$:	Funnet:
Br	76,19	76,16
S	10,16	10,18

Substansen smälte vid 120—121° till en klar vätska, som blott vid ytan var brunfärgad; den höll sig oförändrad till 170°, då små färglösa gasbubblor visade sig vid bottnen, och vätskan utan färgförändring hastigt aftog i volym och slutligen försvann, lemnande en obetydlig svart återstod.

Klorid erhölls af bromid med klorsilfver. När dess lösning försattes med platinaklorid, afskilde sig småningom långa, smala, gulröda, i vatten svårlösliga nålar af formeln

$$\left[(CH_3)_2S{<}^{CHBr_2}_{Cl}\right]_2 PtCl_4.$$

Analys: 0,0851 gm gaf 0,0189 gm Pt.

	Beräknadt:	Funnet:
Pt	22,12	22,20.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 9.
Stockholm.

Meddelanden från Upsala kemiska laboratorium.

237. Undersökningar öfver Niob I.

Af AKSEL LARSSON.

[Meddeladt den 13 November 1895 genom P. T. CLEVE.]

Trots den rikhaltiga litteratur som finnes angående de båda grundämnena Niob och Tantal, synas dessa ännu erbjuda ett vidsträckt fält för fortsatta undersökningar. På uppmaning af professor Cleve har jag derför börjat studera dessa i många hänseenden så intressanta grundämnen. Professor Cleve har med vanligt tillmötesgående ställt till mitt förfogande ganska stora kvantiteter niob- och tantalmaterial, som erhållits ur Euxenit, Samarskit, Hjelmit, Fergusonit och till en del ur andra mineral. För fortsatta arbeten har jag till min disposition 16 kilo Columbit från Norge.

För erhållande af ren niob- och tantalsyra har jag begagnat mig af den metod, som hittills användts af de flesta kemister, som arbetat på detta område. Då denna metod finnes utförligt beskrifven hos flera författare, vill jag här endast i största korthet relatera densamma. Efter mineralets sönderdelning med kaliumbisulfat, natriumbisulfat eller koncentrerad svafvelsyra, ha metallsyrorna behandlats med svafvelamonium och derefter med klorvätesyra och sedan upplösts i fluorvätesyra, hvarefter surt fluorkalium har tillsatts och lösningen afdunstats till kristallisation. De så erhållna kaliumfluosalterna blefvo några gånger omkristalliserade ur vatten. Då behandlingen med svafvelamonium och klorvätesyra är mycket besvärlig och tidsödande, har jag

vid ett par tillfällen öfverhoppat densamma, och det har visat sig, att jag på så sätt lättare kommit till målet.

Enligt BLOMSTRAND[1]) kan man ej på detta sätt erhålla titanfri niobsyra. Han upplyser emellertid ej huru han konstaterat titansyrans närvaro, och det förefaller som om detta ej skulle hafva varit möjligt med den ofullständiga kännedom, som man hade om niobens och titanens reaktioner vid den tid, då BLOMSTRANDS undersökningar verkstäldes. Förmodligen har han gjort detta antagande på grund af de skiljaktiga resultat, hvartill analyserna af niobfluorkalium fört, en omständighet som lätt låter förklara sig på annat sätt, såsom här nedan skall påvisas. Enligt min erfarenhet erhåller man utan särdeles stor svårighet titanfri niobsyra, åtminstone om man arbetar med tillräckligt stora mängder. Medels vätesuperoxid[2]) har jag öfvertygat mig om att all titan blifvit aflägsnad. Tantalsyran kan med stor lätthet framställas i fullkomligt rent tillstånd enligt här angifna metod.

Då det i litteraturen finnes uppgifter, som tala för att i vissa mineral tillsammans med tantal och niob skulle finnas ett med dessa beslägtadt grundämne, hvars atomvikt skulle ligga mellan dessa ämnens, har jag ansett det vara nödvändigt att undersöka, hvilken betydelse bör tillmätas de skäl, som anförts för detta antagande.

En af de kemister, som ihärdigast sökt att utreda »tantalmetallernas» inbördes ställning är HERMANN i Moskwa. Han har vid olika tidpunkter trott sig finna flera till denna grupp hörande grundämnen, hvilkas existens dock genom ROSES arbeten blifvit vederlagd med undantag af ett, nemligen »neptunium»,[3] som tillkom först sedan striden mellan HERMANN och ROSE upphört. Ehuru HERMANNS afhandling om neptunium ej tyckes hafva tillvunnit sig någon uppmärksamhet, synas mig dock de skäl, som

---

[1]) »Om tantalgruppens metaller». Lunds univ. årsskrift 1865.

[2]) Profvet på titan med vätesuperoxid är äfven vid närvaro af fluorsalter ytterst skarpt, om klorvätesyra tillsättes.

[3]) J. pr. Ch. [2], 128, 105

han anfört för dess existens vara af den beskaffenhet, att de fordra en vederläggning eller bekräftelse.

Det mineral, ur hvilket HERMANN framstält sitt neptunium, hade erhållits från Haddam, Connecticut. Mineralet sönderdelades med kaliumbisulfat, metallsyrorna behandlades med svafvelamonium och klorvätesyra samt upplöstes i fluorvätesyra, hvarefter surt fluorkalium tillsattes. Lösningen afdunstades upprepade gånger till kristallisation. Den återstående mycket sura moderluten utspäddes med vatten och försattes med natronlut i öfverskott. Dervid erhölls en amorf fällning, som enlig HERMANN skulle vara ett natriumsalt af neptunium, under det att natriumniobat dels skulle förbli löst, dels skulle utfalla såsom en kristallinisk fällning, som löser sig vid kokning med vatten. Neptuniums atomvikt är af HERMANN bestämd till 118,2 (H = 1).

Redan a priori är det sannolikt, att niob skall förhålla sig på detta sätt. Det bör nemligen bildas dels kristalliniskt lösligt alkalifluoniobat, dels amorft olösligt alkaliniobat. För att kontrollera detta antagande har jag följt HERMANNS föreskrifter. Jag har tyvärr ej haft till mitt förfogande samma mineral som han användt, utan sett mig nödsakad att inskränka min undersökning till euxenitsyror.

Vid tillsatts af natronlut afsatte sig en amorf fällning, som afryktes med koncentrerad svafvelsyra. Den så erhållna metallsyran öfverfördes på vanligt sätt i oxiklorid, hvilken analyserades. Under förutsättning att denna har sammansättningen $ROCl_3$ beräknades ur analysen metallens atomvikt till 95,7, således 1,7 högre än den af MARIGNAC funna atomvikten för niob. Analysen utfördes på det sätt, att den i ett med kväfgas fyldt glasrör insmälta kloriden efter vägning uppsamlades i vatten, som blifvit försatt med amoniak i tillräcklig mängd för att binda all kloren. Dervid bildades ett tjockt gelé, som äfven efter kokning syntes omöjligt att filtrera. Vid tillsats af amoniumnitrat öfvergick emellertid niobsyran till en flockig fällning, som med lätthet kunde uttvättas med amoniumnitrathaltigt vatten. Härigenom undveks den nödvändigheten att för öfverförande af niob-

syran i filtrerbar form surgöra lösningen med svafvelsyra, i hvilket fall naturligtvis klorväte måste bortgå med vattenångorna vid kokningen. Öfriga af BLOMSTRAND m. fl. vid analys af niobens klorider använda metoder torde ej vara så tillförlitliga och bekväma som den här beskrifna.

Den funna höga atomvikten, som ju för öfrigt ganska obetydligt skiljer sig från den rätta atomvikten för niob, är emellertid lätt förklarlig genom de felkällor, som vidlåda en sådan analys som den här utförda. Man riskerar lätt att förlora något klor, då man aflägsnar substansen ur glasröret. Härtill kommer svårigheten att erhålla en oxiklorid, som är alldeles fri från främmande produkter. Vid sublimering i klorgas eller någon indifferent gas bildas lätt, såsom äfven BLOMSTRAND iakttagit, en ej flyktig substans, som förmodligen utgöres af niobsyra eller oxiklorider med mindre klorhalt än den flyktiga, hvarigenom preparatet lätt förorenas. Om båda dessa omständigheter influera, måste man få en alltför hög atomvikt.

På anförda grunder kan det således antagas att den analyserade substansen endast utgjorts af nioboxiklorid, möjligen något förorenad af niobsyra. Det återstår nu att förklara, huru HERMANN kunnat erhålla en atomvikt, som med icke mindre än 24 enheter öfverstiger atomvikten för niob. Det bör då märkas, att han äfven för detta ämne funnit ett mycket högt tal, nemligen 114. Han har ej heller vid sina föregående bestämningar kommit till lägre tal, men väl högre, ehuru det sannolikt måste antagas, att han åtminstone vid några tillfällen arbetat med ren niobsyra. Häraf är det klart att hans bestämningar måste vara i hög grad felaktiga. Detta har helt säkert sin grund deri att han vid sina analyser ej användt den rena »normala» kaliumdubbelfluoriden, såsom han själf antagit, utan sura fluorider. Det torde nemligen vara ytterst svårt att erhålla denna i rent tillstånd. Jag har alltid äfven efter upprepad omkristallisering af till utseendet normalt salt fått mer eller mindre sura moderlutar, hvilket måste bevisa att sura fluorider varit närvarande. Då HERMANN arbetat med mycket små kvantiteter, är det så mycket antagligare

att han ej varit i tillfälle att tillräckligt många gånger omkristallisera sina salter. Om denna förklaringsgrund till de felaktiga bestämningarna af niobens atomvikt är den riktiga, kan den naturligtvis äfven tillämpas på neptunium. Härmed anser jag mig hafva vederlagt de skäl för detta grundämnes existens, vid hvilka kunde fästas något afseende. Hvad beträffar öfriga reaktioner, som HERMANN anfört för neptunium, äro de af den beskaffenhet, att de saklöst kunna förbigås, i synnerhet som de motsvarande för niob och tantal oriktigt uppgifvas.

I en afhandling om »Jordarterna och niobsyran i Fergusonit»[1]) ha KRÜSS och NILSON sökt göra troligt, att i detta mineral skulle finnas ett förut okändt grundämne. De grunda sin åsigt på följande iakttagelser. Till en lösning af metallsyrorna i fluorväte sattes surt fluorkalium i tillräcklig mängd att frånskilja all kisel och tantal. Derefter tillsattes ytterligare surt fluorkalium, dock ej på en gång till full mättning, utan i flera omgångar. Efter hvarje tillsats af surt fluorkalium afdunstades lösningen till kristallisation två eller flera gånger. Hvarje saltfraktion renades två eller tre gånger genom omkristallisering ur rent vatten. På detta sätt erhöllos 13 fraktioner. I hvar och en af dessa bestämdes de relativa mängderna af kalium och metallsyra. Under förutsättning att alltjämt $2KFl.ROFl_3.H_2O$ hade bildats, beräknades R ur dessa analyser. På detta sätt erhölls en serie atomvikter, som visade en stegring från 89,3 i den första fraktionen till 117,8 i den 8:de och derefter en minskning till 65 i den 11:te.

För att förklara detta sakförhållande behöfver man helt säkert ej tillgripa det antagandet, att ett okändt grundämne skulle vara närvarande. Ej heller är det troligt att tantal, såsom KRÜSS och NILSON ej varit obenägna att antaga, här spelat någon större rol. Såsom redan här ofvan anmärkts, är det ej tillräckligt att två eller tre gånger omkristallisera de sura kaliumfluoniobaten för att erhålla det normala. Der är derför mycket antagligt att KRÜSS och NILSON vid sina analyser ej användt

[1]) Öfv. af K. Vet.-Ak. förh. 1887, sid. 267.

detta i rent tillstånd. Det är lätt att inse, att de ju längre kristallisationen fortgått måste ha fått allt surare salter och äfven efter omkristallisationen måste en senare fraktion ha varit surare än en föregående. Detta förhållande har naturligtvis så inverkat på bestämningarna att atomviktsserien visar en stegring. Otvifvelaktigt har väl titan, såsom äfven KRÜSS och NILSON antagit, varit orsaken till de i de första fraktionerna erhållna låga talen. Förklaringen till den minskning af atomvikterna, som inträdt efter den 8:de fraktionen, är troligen att söka deri, att större delen af nioben redan blifvit aflägsnad och att surt fluorkalium utkristalliserat.

Innan jag öfvergår till det egentliga ämnet för mitt meddelande vill jag äfven något beröra en afhandling med titeln »Versuche mit den Oxyden von Columbium und Tantal»,[1]) som på sista tiden publicerats af SMITH och MAAS. Som synes af afhandlingens titel, hafva författarne upptagit det äldre namnet columbium i stället för niob. Då det sistnämda vunnit burskap i litteraturen och det således måste förorsaka oreda att utbyta det mot något annat, är det helt säkert prioritetsskäl, som förmått dem härtill, liksom förut CLARKE af detta skäl upptagit namnet columbium. Det är emellertid ej alls odisputabelt att detta har prioritet. WOLLASTON påvisade år 1809, att HATCHETS columbium och EKEBERGS tantalum, som några år förut af nämda personer upptäckts, voro identiska. Ända till år 1844 gjorde sig den uppfattningen gällande, att man här hade att göra med endast en metall. Nämda år fann ROSE, att det s. k. columbium eller tantalum utgjordes af två metaller. För den ena af dessa bibehöll han namnet tantalum, den andra benämde han niobium. Då således columbium före ROSES tid ej bevisligen användts såsom benämning på sistnämda metall i rent tillstånd, utan alltid utan åtskilnad afsett tantal och niob, finnes ej något skäl att nu återupptaga detta namn.

SMITH och MAAS hafva framstält en klorförening med niob, hvilken de gifva den mycket egendomliga formeln

[1]) Zeitschr. f. Anorg. Ch. 7, 96.

$3H_2O . Nb_2O_4 . HCl$. Denna formel hafva de uppstält på grund af fyra analyser, vid hvilka de endast bestämt nioben- och kloren. Den till analyserna använda substansen har utgjorts af endast 0,0812—0,0896 g. Det synes ganska djärft att på grund af dessa bestämningar draga några slutsatser om substansens sammansättning, ehuruväl de samstämmande analyserna tala för att här föreligger en bestämd förening. Den använda analysmetoden torde nemligen kunna gifva anledning till ganska stora fel, då ju klorväte kan bortgå med vattenångorna vid utkokningen med vatten, oafsedt den osäkerhet, som måste uppstå på grund af den använda alltför ringa mängden substans. Det synes mig vidare ej vara tillåtet, att utan något som helst bevis taga för afgjordt att H_2O och HCl ingå i sammansättningen. Då produkten är bildad vid mycket hög temperatur är det tvärtom mycket antagligt att detta ej är fallet.

Niobat.

För att erhålla niobat med konstant sammansättning, har jag sökt att kristallisera de amorfa niobaten genom att smälta dem dels med de respektiva metallers klorider vid stark rödglödgning eller hvitglödgning under vid pass 2 timmar, dels enligt EBELMENS metod med borsyra i porslinsugn under vid pass 36 timmar. Hr D:r J. A. NORBLAD har på det mest förekommande sätt utfört det sistnämda slaget af smältningar vid Rörstrands porslinsfabrik. Det är mig en kär plikt att här till honom framföra min stora tacksamhet för hans tillmötesgående.

A. JOLY[1]) har framstält magnesium-, kalcium-, yttrium- och manganniobat i kristallinisk form. Den af honom använda metoden skiljer sig från den här ofvan först nämda endast deri, att han i stället för amorfa niobat användt niobsyra och att han i några fall utbytt kloriderna mot motsvarande fluorider eller en blandning af dessa med en alkaliklorid. Jag har ansett mig

[1]) C. R. 81, 266.

böra underkasta JOLYS salter en förnyad undersökning, i synnerhet som han ej medelat sina analyser.

De på torra vägen kristalliserade niobaten angripas hvarken af kalla eller kokande utspädda syror. Af koncentrerad svafvelsyra sönderdelas de först vid den temperatur, då svafvelsyran afryker. Af smältande kaliumbisulfat angripas de endast med stor svårighet; för att dekomponeringen skall blifva fullständig måste temperaturen stegras till rödglödgning. Af en blandning af fluorväte och utspädd svafvelsyra angripas de vid vattenbadstemperatur, men sönderdelningen blir ej fullständig.

Vid analyserna ha i allmänhet salterna sönderdelats med kaliumbisulfat. Smältan har utkokats med vatten och den så erhållna niobsyran tvättas genom dekantering tre eller flera gånger, hvarefter den fullständigt uttvättats på filtrum. För att hindra niobsyran att gå genom detta har till tvättvattnet satts en ej alltför obetydlig mängd amoniumnitrat eller amoniumkarbonat. Om detta förfaringssätt iakttages, kan all svafvelsyran med lätthet uttvättas. Den så erhållna niobsyran har glödgats och smälts med en ny kvantitet kaliumbisulfat. Det visade sig nemligen, att baserna i allmänhet ej läto fullständigt aflägsna sig efter första smältningen. I några få fall ha tre eller fyra smältningar måst företagas. Sedan niobsyran åter blifvit uttvättad, har den glödgats för bläster och vägts. Baserna hafva bestämts efter FRESENIUS' och ROSES anvisningar.

Bestämning af de specifika vikterna är utförd genom vägning i benzol vid en temperatur af 14°—18°.

Efter dessa allmänna anmärkningar öfvergår jag till beskrifning af de särskilda salterna.

I. Magnesiumniobat. $4MgO . Nb_2O_5$.

Till en lösning af kaliumniobat sattes magnesiumklorid. Den erhållna fällningen smältes med vattenfri magnesiumklorid. Vid smältans utkokning med vatten erhölls ett kristalliniskt pulver, som innehöll ända till 91,5 % MgO och som troligen bestod af magnesiumoxid och magnesiumniobat. Vid behandling med van-

lig kokande saltsyra löste sig en stor mängd magnesiumoxid och ett hvitt kristalliniskt pulver förblef olöst, hvilket bestod af små taflor och långsträckta prismor, hvilka senare voro begränsade af en pyramid. Kristallerna tillhörde det hexagonala systemet.[1])

Sp. v. 4,43.

Analys:

0,2210 g gaf 0,2347 g. $Mg_2P_2O_7$ = 0,0846 g MgO.

» g » 0,1383 g Nb_2O_5.

I procent:	Funnet:	Beräknadt:
4MgO	38,28	37,38
Nb_2O_5	62,58	62,62.

JOLY har framstält ett salt med samma formel som den af mig funna. Han gifver dock en annan beskrifning på saltets uteesnde, i det han säger sig hafva erhållit »de larges lames hexagonales transparentes, douées de l'éclat gras des lames de mica».

JOLY uppgifver sig äfven hafva framstält ett magnesiumniobat med sammansättningen 3MgO . Nb_2O_5 utan att likväl beskrifva framställningsmetoden. Jag har ej kunnat erhålla detta salt.

II. **Magnesiumniobat.** MgO . Nb_2O_5.

På ofvan angifvet sätt utfäldt magnesiumniobat smältes med borsyra. Vid utkokning med vatten erhölls ett kristalliniskt pulver, bestående af små, korta, prismatiska kristaller, mindre än 0,5 mm i längd med otydlig kristallhabitus. Äfven större tafvelformiga kristallfragment. Dubbelbrytningen starkare än hos kalciummetaniobatet. Äfven de minsta kornen gifva endast hvitt af högre ordning. Utsläckningen är parallel med en prismatisk zon. Några större kristallfragment visa sig ha längdzonen positiv och en spetsig bisektris utträdande vinkelrätt mot en af denna zons ytor. Dispersionen tydlig $\varrho > \nu$.[2])

---

[1]) De kristallografiska bestämningarna äro utförda af amanuensen MORTON.

[2]) De kristallografiska bestämningarna äro utförda af Licentiaten HOLMQVIST.

Sp. v. 5,01.

Analys:

0,2912 g gaf 0,1049 g $Mg_2P_2O_7$ = 0,0378 g MgO.

» g » 0,2536 g Nb_2O_5.

I procent:	Funnet:	Beräknadt:
MgO	12,98	12,99
Nb_2O_5	87,08	87,01

III. **Kalciumniobat.** $2CaO . Nb_2O_5$.

Till en lösning af kaliumniobat sattes klorkalcium.* Den erhållna fällningen smältes med vattenfritt klorkalcium. Vid utkokning med vatten erhölls en kristallmassa, bestående dels af tjockare, dels af hårfina nålar. De förra, som hade mycket högre specifik vikt än de senare, kunde genom slamning med lätthet skiljas från dessa. Färgen angaf att någon förorening, som förmodligen berodde derpå, att niobsyran ej blifvit tillräckligt omsorgsfullt renad, måste ingå i de tyngre nålarna, hvilket äfven bekräftades af analysen.

Analys:

0,4890 g gaf 0,1366 g CaO.

» g » 0,3348 g Nb_2O_5.

Dessutom erhölls 0,0070 g af en gul oxid, förmodligen uranoxid.

I procent:	Funnet:	Beräknadt:
2CaO	27,93	29,47.
Nb_2O_5	68,65	70,53.

Saltet dekomponerades med kaliumkarbonat.

Vid tvenne försök att åter framställa detta niobat erhöllos endast ytterst smala, långa nålar, hvilka liksom de här ofvan omnämda hårfina nålarna utgjordes af nästan ren niobsyra.

Ehuru de vid analysen funna värdena ganska mycket understiga de beräknade, torde dock den uppstälda formeln med stor sannolikhet kunna antagas vara den riktiga, alldenstund de relativa procenttalen ganska väl öfverensstämma med densamma

och dessutom JOLY framstält ett salt, som han gifvit denna formel. Han har dervid såsom flussmedel användt en blandning af fluorkalcium och fluorkalium.

JOLY säger sig vid användning af ringa mängd fluorkalcium hafva erhållit ett salt med sammansättningen $CaO . Nb_2O_5$, som kristalliserar i långa smala nålar. Då jag trots mina upprepade försök ej kunnat framställa detta salt, ligger det antagandet nära till hands att han haft en blandning af kalciumpyroniobat och niobsyra.

IV. **Kalciumniobat.** $CaO . Nb_2O_5$.

På ofvan angifvet sätt utfäldt kalciumniobat smältes med borsyra. Vid utkokning med saltsyrehaltigt vatten erhölls ett kristalliniskt pulver, bestående dels af platta nålar, refflade paralelt med längdutsträckningen, dels sf små, korta, prismatiska, temligen ytrika kristaller. De större nålarna ha en längd af 2—4 mm och en bredd af 0,5—1 mm. De små kristallerna äro under en mm i längdutsträckning. Den kristallografiska ytbegränsningen synes utgöras af prisma, pinakoid och pyramidytor. Tvillingsbildning efter en prismatisk yta kan understundom iakttagas. Hög relief och stark dubbelbrytning. Längdriktningen är alltid riktning för den minsta optiska elasticiteten. Kristallerna äro optiskt tvåaxliga. På en bred nål iakttogs utträde af en bisektris normalt mot en yta i prismazonen med stark dispersion $\varrho > \nu$. Bisektrisen är sannolikt spetsig. Kristallerna äro sålunda optiskt negativa. Kristallsystemet är sannolikt rombiskt.[1])

Sp. v. 4,12.

Analys:

0,3194 g gaf 0,0569 g CaO.

» g » 0,2641 g Nb_2O_5.

I procent:	Funnet:	Beräknadt:
CaO	17,81	17,29.
Nb_2O_5	82,69	82,71.

[1]) De kristallografiska bestämningarna äro utförda af Licentiaten HOLMQVIST.

V. Koppamiobat. $CuO . Nb_2O_5$.

Till en lösning af kaliumniobat sattes kopparsulfat. Det utfälda kopparniobatet smältes med borsyra. Efter utkokning med saltsyrehaltigt vatten återstodo nästan svarta kristallgyttringar, som visade glänsande ytor. Massan pulveriserades fint och utkokades ånyo med saltsyrehaltigt vatten.

Sp. v. 5,60.

Analys:

0,4283 g gaf 0,1005 g Cu_2S = 0,1005 g CuO.

» g » 0,3298 g Nb_2O_5.

I procent:	Funnet:	Beräknadt:
CuO	23,46	22,88
Nb_2O_5	77,00	77,12

Kopparoxiden fäldes med svafvelväte. Fällningen glödgades i vätgasström.

VI. Zinkniobat. $ZnO . Nb_2O_5$.

Till en lösning af kaliumniobat sattes zinkklorid. Det utfälda zinkniobatet smältes med borsyra. Vid smältans utkokning med vatten erhöllos bruna kristallgyttringar, hvilka till färg och glans liknade zinkblende. I slipprof visade de sig hålla talrika inneslutningar af borsyra och måste derför pulveriseras ytterst fint för att kunna fullständigt befrias från densamma. Zinkniobatet synes hafva en tydlig genomgång, efter hvilken det kan spjelkas, samt en deremot vinkelrät, mindre tydlig. I slipprof paralelt med den tydliga genomgången visar detsamma paralel utsläckning med kanten mellan båda genomgångarna. En axelbild synes. Spär af kristallskelett finnes med konturer af basplan och doma. I snitt efter den andra genomgången är utsläckningen äfven parallel med kanten mellan båda genomgångarna. Zinkniobatet synes sålunda vara rombiskt.[1])

Sp. v. 5,69.

---

[1]) De kristallografiska bestämningarna äro utförda af Amanuensen MORTON.

Analys:

0,5072 g gaf 0,1186 g ZnO.

» g » 0,3891 g Nb_2O_5.

I procent:	Funnet:	Beräknadt:
ZnO	23,38	23,21.
Nb_2O_5	76,71	76,79.

Zinkoxiden fäldes som karbonat och vägdes som oxid.

VII. **Kadmiumniobat.** $CdO . Nb_2O_5$.

Till en lösning af kaliumniobat sattes kadmiumnitrat. Det utfälda kadmiumniobatet smältes med borsyra. Vid smältans utkokning med saltsyrehaltigt vatten erhölls ett gulbrunt kristalliniskt pulver, som bestod af små mycket ytrika kristaller, hvilka stundom nå en längd af inemot 3 mm och en bredd af 1 mm. Prismor och derjemte pinakoider och pyramidytor iakttogos. Den minsta optiska elasticiteten är parallel med längdutsträckningen.[1])

Sp. v. 5,93.

Analys:

0,3895 g gaf 0,1447 g CdS = 0,1286 g CdO.

» g » 0,2635 g Nb_2O_5.

I procent:	Funnet:	Beräknadt:
CdO	33,02	32,32.
Nb_2O_5	67,65	67,68.

Kadmiumoxiden fäldes som svafvelkadmium. Fällningen torkades vid 100° och vägdes på filtrum.

VIII. **Koboltniobat.** $CoO . Nb_2O_5$.

Till en lösning af kaliumniobat sattes koboltnitrat. Det utfälda koboltniobatet smältes med borsyra. Efter utkokning med vatten återstod ett vackert mörkblått kristalliniskt pulver, som bestod af små väl utbildade kristaller med prisma och änd-

[1]) De kristallografiska bestämningarna äro utförda af Licentiaten HOLMQVIST.

ytor, i längd ungefär 1,5 mm och i bredd ungefär 0,5 mm. Utsläckningen är parallel med prismazonen, hvilken äfven är riktning för den minsta optiska elasticiteten. Dubbelbrytningen är svag.[1])

Sp. v. 5,56.

Analys:

0,3063 g gaf 0,0538 g Co = 0,0684 g CoO.

» g » 0,2392 g Nb_2O_5.

I procent:	Funnet:	Beräknadt:
CoO	22,33	21,87.
Nb_2O_5	78,09	78,13.

Koboltoxiden fäldes med kaliumhydrat och glödgades i vätgasström.

IX. Yttriumniobat. $Y_2O_3 . Nb_2O_5$.

Till en lösning af kaliumniobat sattes yttriumklorid. Det utfälda yttriumniobatet smältes med vattenfri yttriumklorid. Vid utkokning med saltsyra stannade ett kristalliniskt pulver olöst, bestående af ytterst små kristaller, hvilka till följd af sin ringa storlek ej kunde underkastas några kristallografiska bestämningar.

Sp. v. 5,52.

Analys:

0,4062 g gaf 0 1845 g Y_2O_3.

» g » 0,2230 g Nb_2O_5.

I procent:	Funnet:	Beräknadt:
Y_2O_3	45,40	45,75.
Nb_2O_5	54,89	54,25.

Yttriumoxiden fäldes med amoniak, löstes i saltsyra och fäldes åter med oxalsyra.

JOLY har framstält ett yttriumniobat, som han tilldelar ofvan uppstälda formel. Angående kristallografiska egenskaper säger han, att saltet utgöres af dubbelbrytande oktaedrar.

---

[1]) De kristallografiska bestämningarna äro utförda af Licentiaten HOLMQVIST.

X. **Yttriumniobat.** $Y_2O_3 . 3Nb_2O_5$.

På ofvan angifvet sätt utfäldt yttriumniobat smältes med borsyra. Vid smältans utkokning med vatten erhölls ett kristalliniskt pulver, som bestod af fina nålar utan tydlig kristallbegränsning. Utsläckningen är paralel med längdutsträckningen, som äfven är riktning för den minsta optiska elasticiteten.[1])

Sp. v. 4,83.

Analys:

0,1882 g gaf 0,1476 g Nb_2O_5.

I procent:	Funnet:	Beräknadt:
Y_2O_3		21,94.
$3Nb_2O_5$	78,43	78,06.

Yttriumbestämningen förolyckades, och jag har tyvärr ej haft material till en ny analys. Då niobsyrebestämningarna i allmänhet visat sig vara mycket tillförlitliga, torde dock den upppstälda formeln kunna antagas såsom säker.

XI. **Manganniobat.** $3MnO . 5Nb_2O_5$.

Till en lösning af kaliumniobat sattes mangansulfat. Det utfälda manganniobatet smältes med borsyra. Vid smältans utkokning med saltsyrehaltigt vatten erhölls ett smutsgult kristalliniskt pulver, som bestod af kristallografiskt begränsade, prismatiska stafvar, som hade en längd af i medeltal 0,5 mm och en bredd af 0,2 mm. Äfven funnos större strimmiga taflor. Utsläckningen är paralel med längdriktningen, som är riktningen för den största optiska elasticiteten.[1])

Sp. v. 4,97.

Analys:

0,4613 g gaf 0,0772 g MnS = 0,0630 g MnO.

» g » 0,3975 g Nb_2O_5.

[1]) De kristallografiska bestämningarna äro utförda af Licentiaten HOLMQVIST.

I procent:	Funnet:	Beräknadt för: $3MnO.5Nb_2O_5$.	$2MnO.3Nb_2O_5$.	$MnO.2Nb_2O_5$.
MnO	13,66	13,71	15,01	11,70.
Nb_2O_5	86,17	86,29	84,99	88,30.

Manganoxiden fäldes som svafvelmangan. Fällningen glödgades i vätgasström.

XII. **Torniobat.** $5ThO_2.16Nb_2O_5$.

Till en lösning af kaliumniobat sattes torsulfat. Det utfälda torniobatet smältes med borsyra. Vid smältans utkokning med vatten erhölls dels ett kristallaggregat i botten på platinaskålen, dels ett grått kristalliniskt pulver, som bestod af prismatiska nålar, som förete stor likhet med kalciumniobatet men ofta synas begränsade af en mot den prismatiska zonen vinkelrät yta. Prismazonen synes bestå af 6 ytor (4 prismaytor och 2 pinakoid?). Stundom finner man tvillingar af två i ungefär 90°. vinkel med hvarandra knäformigt sammanväxta prismor. Smärre isometriska kristaller af kubiskt utseende förekomma talrikt. Dessa äro äfven dubbelbrytande men ha ej fullt enhetlig utsläckning. Med tillhjelp af kvartskil kan man tydligt iakttaga, att dessa kuber äro s. k. »Wendezwillinge». De visa sig nämligen sammansatta af 4 af en kubytas diagonaler begränsade segment, af hvilka två närliggande äro tvillingsartadt, men två motsatta paralelt orienterade. Tvillingsgränserna kunna stundom iakttagas utan hjelp af analysatorn. Ljusbrytningen och dubbelbrytningen äro starka. Nålarnas längdriktning är riktning för den minsta optiska elasticiteten. Vinkelrätt mot en prismayta iakttogs, ehuru ej tydligt, utträde af en bisektris. Substansen syntes för öfrigt homogen. [1])

Sp. v. 5,21.

Analys:

I. 0,5082 g gaf 0,1153 g ThO_2.
» g » 0,3889 g Nb_2O_5.

II. 0,3179 g » 0,0755 g ThO_2.
» g » 0,2422 g Nb_2O_5.

[1]) De kristallografiska bestämningarna äro utförda af Licentiaten HOLMQVIST.

I procent:	Funnet: I.	II.	Beräknadt för: $5ThO_2 . 16Nb_2O_5$.	$ThO_2 . 3Nb_2O_5$.	$ThO_2 . 4Nb_2O_5$.
ThO_2	22,69	23,75	23,67	24,86	19,88.
Nb_2O_5	76,52	76,19	76,33	75,14	80,12.

Toroxiden fäldes med oxalsyra.

XIII. Zirkonniobat. $ZrO_2 . 5Nb_2O_5$.

Till en lösning af kaliumniobat sattes zirkonoxiklorid. Det utfälda zirkonniobatet smältes med borsyra. Vid utkokning med saltsyrehaltigt vatten erhölls ett kristalliniskt pulver, som bestod af oklara, fint refflade stafformiga nålar med tvära afskärningar. Längdriktningen är riktning för minsta optiska elasticiteten. Tvillingsbildning uppträder liksom hos torniobatet, men utsläckningen är här enhetlig och parallel med diagonalen i den fyrsidiga rätvinkliga taflan.[1])

Sp. v. 5,14.

Analys:

I.	0,4246 g	gaf	0,0360 g	ZrO_2.
	» g	»	0,3889 g	Nb_2O_5.
II.	0,3512 g	«	0,0338 g	ZrO_2.
	» g	»	0,3211 g	Nb_2O_5.

I procent:	Funnet: I.	II.	Beräknadt:
ZrO_2	9,62	8,47	8,34.
$5Nb_2O_5$	91,46	91,60	91,66.

Zirkonoxiden fäldes med amoniak.

Som synes af föregående framställning har jag erhållit niobat af följande typer:

1) Ortoniobat, $\overset{III}{R}_2O_3 . Nb_2O_5$ (R = Y); flussmedel: klorid.

2) Metaniobat, $\overset{II}{R}O . Nb_2O_5$ (R = Mg, Ca, Cu, Zn, Cd, Co), $\overset{III}{R}_2O_3 . 3Nb_2O_5$ (R = Y); flussmedel: borsyra.

[1]) De kristallografiska bestämningarna äro utförda af Licentiaten HOLMQVIST.

3) Pyroniobat, $2\overset{II}{R}O . Nb_2O_5$ (R = Ca); flussmedel: klorid.

4) Pyroniobat af fembasisk syra: $4RO . Nb_2O_5$ (R = Mg); flussmedel: klorid.

Hvad beträffar mangan-, tor- och zirkonniobatens formler synas de vara alltför komplicerade för att utan vidare undersökningar kunna antagas.

Här meddelas några försök, som gjordes att med andra oxider erhålla niobat.

Ur lösningar af kaliumniobat fäldes lantan-, barium- och strontiumniobat medels de respektive kloriderna. Fällningarna smältes med de vattenfria kloriderna. Vid smältornas utkokning med saltsyrehaltigt vatten erhölls, liksom fallet var vid tvänne här ofvan omnämda försök att på detta sätt få kalciumniobat, endast niobsyra, kristalliserad i ytterst fina nålar.

Amorft lantanniobat utfäldes på nyss nämda sätt och smältes med borsyra. Vid utkokning med saltsyrehaltigt vatten erhöllos dåligt utbildade mikroskopiska kristaller och i botten på platinaskålen kristallgyttringar. Analyserna gåfvo 78,5—78,8 % Nb_2O_5 och 18,5—20 % La_2O_3.

Till en lösning af kaliumniobat sattes nickelnitrat. Det ututfälda nickelniobatet smältes med borsyra. En grön massa af obestämbara kristaller hade bildat sig. Analysen gaf 28,43 % NiO och 69,10 % Nb_2O_5.

Till en lösning af kaliumniobat sattes cerklorid. Det utfälda cerniobatet smältes dels med vattenfri cerklorid, dels med borsyra. I ingendera fallet erhölls någon kristalliserad enhetlig produkt.

Till en lösning af kaliumniobat sattes berylliumklorid. Det utfälda berylliumniobatet smältes med borsyra. Dervid erhöllos dels långa, hårfina nålar, liknande den flera gånger omnämda kristalliserade niobsyran, dels tunna taflor. Det lyckades mig ej att skilja dessa båda substanser. Analysen gaf 6,24 % BeO och 89,60 % Nb_2O_5.

Till lösningar af kaliumniobat sattes barium- och strontiumklorid. De utfälda niobaten smältes med borsyra. Dervid erhöllos delvis väl utbildade kristaller, som liknade de på samma sätt erhållna kristallerna af kalcium- och magnesiumniobat. Analyserna gåfvo alltför mycket niobsyra för att antagliga formler skulle kunna uppställas.

Till en lösning af kaliumniobat sattes uranklorid. Det utfälda uranniobatet smältes med borsyra. Dervid erhölls dels en amorf substans, dels ganska stora, särdeles väl utbildade gula kristalltaflor, som på mekanisk väg kunde skiljas från den amorfa substansen. Taflorna äro i genomfallande ljus under mikroskopet ljusgröna. De ha parallel utsläckning efter längdriktningen. En optisk axel utträder rätt på den största ytan; axelplanet är vinkelrätt mot längdriktningen. Kristallerna äro lätt klyfbara efter längdriktningen och vinkelrätt mot denna. Om den stora ytan antages som brachypinakoid, motsvara möjligen linier, som på densamma korsa hvarandra, macrodoma, bildande med ortopinakoidet en vinkel af 79°.[1])

Sp. v. 5,22.

Analys:

0,1548 g gaf 0,1249 g UO = 0,1405 UO_3.

» g » 0,0008 g Nb_2O_5.

Uranoxiden fäldes med amoniak och glödgades i vätgasström.

Af denna analys framgår tydligen att här hade bildats uranborat. Om förlusten beräknas som borsyra får man i procent:

UO_3 90,76.

B_2O_3 8,72.

Detta öfverensstämmer närmast med formeln $5UO_3 . 2B_2O_3$, som fordrar 91,14% UO_3 och 8,86 % B_2O_3. Denna formel kan naturligtvis ej ega anspråk på tillförlitlighet, då ju analysen blifvit gjord på alltför ringa mängd substans och dessutom ett mycket litet analysfel till följd af uranens och borens så vidt

---

[1]) De kristallografiska bestämningarna äro utförda af Amanuensen MORTON.

skilda atomvikter måste ganska mycket influera på resultatet. Sannolikare synes det vara att här föreligger uranortoborat, $3UO_3 . B_2O_3$, som fordrar 92,51 % UO_3 och 7,49 % B_2O_3, eller uranpyroborat, $2UO_3 . B_2O_3$, som fordrar 89,17 % UO_3 och 10,83 % B_2O_3. Om man antar, att niobsyran är bunden vid uranoxid, kommer man ganska mycket närmare den sist anförda formeln, hvilken derför måhända är den sannolikaste. Tyvärr har jag ej haft tillräcklig mängd substans till en ny analys.

Reduktionsförsök med niobsyra.

Jag har vid Stockholms Högskola under professor PETTERSSONS ledning utfört reduktionsförsök med niobsyra. Då dessa försök inom kort skola fortsättas, meddelar jag här endast i största korthet de vunna resultaten.

Niobsyran blandades med kol och utsattes för elektrisk ström i en koldegel. Angående de detaljerade anordningarna hänvisas till en nyligen publicerad afhandling af Professor PETTERSSON: Contributions to the chemistry of the elements of the rares earths.[1])

Sedan reduktionen en stund fortgått, visade sig en hvit rök af oxid och genom spektroskopet iakttogs ett vackert linierikt spektrum. Operationen afbröts nu, och degeln afkyldes. Det hade bildat sig en metalliknande regulus, som i sitt inre inneslöt mycket små, vackra, ytrika kristaller.

En del af substansen uppvägdes i platinaskepp och glödgades för Bunsens brännare i syrgasström. Dervid bildad koldioxid upptogs i barytvatten och uppmättes enligt PETTERSSONS metod.

0,1370 g gaf 0,1745 g Nb_2O_5.

» g » 12,845 cc CO_2 vid 0° och 760 mm. barom. höjd, motsvarande 0,0068 g C.[2])

[1]) Bih. t. K. Vet. Ak. förh. **21**, II, 1.

[2]) Kolbestämningen är utförd af fröken PALMQVIST.



0,4079 g af substansen uppvägdes i platinaskepp och glödgades för bläster i klorväteström. Den dervid uppkomna vätgasen uppsamlades öfver vatten. Utom vätgas bildades äfven en icke brännbar gas, som helt säkert utgjordes af kväfve. I röret, hvari substansen glödgades, afsatte sig ett hvitt sublimat. Innehållet i skeppet vägde efter blästringen 0,2828 g.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar, 1895. N:o 9.
Stockholm.

Meddelanden från Stockholms Högskola. N:o 151.

Sur une classe d'équations aux dérivées partielles du second ordre à deux variables indépendantes.

Par Helge von Koch.

[Communiquée le 13 novembre 1895 par G. Mittag-Leffler.]

Pour étudier les intégrales d'une équation différentielle linéaire et homogène à une seule variable indépendante dans le voisinage d'un point singulier donné, on met à profit ce fait essentiel que l'intégrale générale peut s'exprimer linéairement et à coefficients constants par rapport à un certain nombre d'intégrales particulières, formant ce qu'on appelle un système fondamental d'intégrales. Si en effet la variable indépendante décrit un chemin fermé autour du point singulier (dans le voisinage duquel les coefficients de l'équation donnée sont supposés uniformes), les intégrales du système fondamental subissent une substitution linéaire ce qui permet d'énoncer *a priori* (indépendamment de l'équation particulière considérée), les théorèmes classiques sur la forme analytique des intégrales dans le voisinage du point considéré.

La même méthode s'étend, comme on sait, à un système d'équations linéaires et homogènes aux dérivées partielles dont la solution générale ne dépend que d'un nombre fini de constantes arbitraires. [1]) Si, au contraire, on considère une seule équation linéaire aux dérivées partielles ou, plus généralement,

[1]) Voir: Appell, *Sur les fonctions hypergéométriques de deux variables*, Journ. de Math., Sér. 3, t. 8; Horn, *Über ein System linearer partieller Differentialgleichungen*, Acta mathematica, t. 12.



un système d'équations tel que l'intégrale générale dépend d'une infinité de constantes arbitraires, le problème devient beaucoup plus difficile, surtout puisqu'on ne peut pas, comme dans le cas précédent, se fonder sur la théorie des substitutions linéaires.

Pour ce qui concerne le cas d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre, on a un mémoire classique de M. POINCARÉ [1]) qui vient d'être complété sur d'importants points par M. BENDIXSON. [2])

Quant aux équations d'ordre supérieur, on ne connaît rien sur la forme analytique des intégrales dans le voisinage d'un point singulier, sauf dans certains cas très particuliers comme celui des équations à coefficients constants ou des équations qui s'y ramènent par un changement de variables.

Je me suis demandé si l'on ne pouvait pas, pour l'étude du cas général, tirer quelque parti de la théorie des déterminants infinis; et en effet, j'ai trouvé que, par ce moyen, on peut traiter la question dans des cas très étendus. Dans ce qui suit, je me bornerai à énoncer brièvement les résultats auxquels je suis arrivé; j'aurai à les démontrer et à étudier d'autres questions qui s'y rattachent dans un mémoire qui sera publié bientôt.

---

1. Considérons une équation de la forme

$$(1)\quad ax^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2bxy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+cy^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}+px\frac{\partial z}{\partial x}+qy\frac{\partial z}{\partial y}+\varphi(xy)z=0$$

a, b, c désignant des constantes réelles vérifiant la condition

$$(2)\qquad ac-b^2>0\,,$$

p, q des constantes quelconques et φ une fonction de x, y assujettie à la seule condition d'être développable, dans un domaine donné C, selon les puissances positives et négatives (en nombre fini ou infini) de x et de y, soit:

---

[1]) POINCARÉ, Thèses de doctorat; Paris 1879. Cf. Acta math., t. 13.

[2]) BENDIXSON, Comptes rendus 1894; Öfvers. af K. V. A. Förh., 1894, 1895.

$$\varphi(xy) = \sum_{\alpha=-\infty}^{+\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{+\infty} A_{\alpha\beta} x^\alpha y^\beta . \tag{3}$$

Nous pourrons démontrer ce théorème:

L'équation (1) *admet une intégrale de la forme*

$$x^\varrho y^\mu \sum_{\alpha,\beta} G_{\alpha\beta}^{(\varrho\mu)} x^\alpha y^\beta \tag{4}$$

ϱ et μ étant des constantes assujetties seulement à vérifier une certaine équation

$$D(\varrho, \mu) = 0 , \tag{5}$$

les coefficients $G_{\alpha\beta}^{(\varrho\mu)}$ étant des fonctions entières de ϱ et de μ et la série figurant dans (4) *étant convergente dans le même domaine C que la série* (3).

Nous avons donc dans (4) une intégrale particulière renfermant une constante arbitraire. La série (4) converge uniformément par rapport à ϱ et à μ dans un domaine fini quelconque. On peut donc la différentier terme par terme et obtient ainsi de nouvelles intégrales contenant $\log x$ et $\log y$ à des puissances aussi élévées qu'on le voudra.

Quant à $D(\varrho, \mu)$, c'est une fonction entière transcendante de ϱ et de μ, périodique et de periode *1* par rapport à chacune de ces variables. Attribuons à μ une valeur fixe quelconque μ_0 et considérons, dans le plan où l'on représente ϱ, une bande limitée par deux droites parallèles découpant sur l'axe réel la longueur *un*. Dans cette bande B, la fonction $D(\varrho, \mu_0)$ admet une infinité de couples de racines que nous désignerons par

$$\varrho_k , \ \sigma_k (k = -\infty \ldots + \infty) . \tag{6}$$

Considérons d'autre part la fonction du second degré

$$\theta(\varrho , \mu) = a\varrho(\varrho - 1) + 2b\varrho\mu + c\mu(\mu - 1) + p\varrho + q\mu + A_{00} ; \tag{7}$$

désignons par S l'ensemble des racines de $\theta(\varrho, \mu)$ et de toutes les fonctions $\theta(\varrho + \alpha, \mu + \beta)$ obtenues en augmentant ϱ et μ par des entiers positifs ou négatifs quelconques. Nous suppose-

rons, ce qui est permis, que la bande B ait été choisi de telle sorte que les deux droites qui la limitent ne passent par aucun des points S, ni s'y approche indéfiniment. Cela étant, désignons par

$$(8) \qquad \bar{\varrho}_k, \ \bar{\sigma}_k (k = -\infty \ldots \infty)$$

celles des racines S qui se trouvent à l'intérieur de la bande B.

On peut supposer les ϱ_k, σ_k rangés dans un ordre tel que l'on ait

$$(9) \qquad \lim_{k=\pm\infty} (\varrho_k - \bar{\varrho}_k) = 0, \quad \lim_{k=\pm\infty} (\sigma_k - \bar{\sigma}_k) = 0$$

ce qui donne des valeurs asymptotiques des ϱ_k, σ_k pour les grandes valeurs de k.

2. Prenons en particulier $\mu_0 = 0$ et supposons d'abord que toutes les racines (6) correspondant à cette valeur soient *distinctes.* Nous pouvons former les fonctions suivantes:

$$(10) \quad u_k = x^{\varrho_k} \sum_{\alpha,\beta} G_{\alpha\beta}^{(\varrho_k;\,0)} x^\alpha y^\beta; \quad v_k = x^{\sigma_k} \sum_{\alpha,\beta} G_{\alpha\beta}^{(\sigma_k;\,0)} x^\alpha y^\beta \quad {\scriptstyle (k=-\infty\ldots+\infty)}$$

dont chacune sera, nous le savons, une intégrale particulière de l'équation (1), définie dans le domaine de convergence C de la série (4).

Ces intégrales (10) *sont linéairement indépendantes.* J'entends par là qu'il est impossible de déterminer une suite de constantes

$$c_\lambda, \ c'_\lambda \qquad (\lambda = -\infty \ldots +\infty)$$

telle que la série

$$\Sigma_k c_k u_k + \Sigma'_k c'_k v_k$$

possède un domaine de convergence uniforme (situé à l'intérieur de C, bien entendu) et s'annule identiquement.

De plus, on pourra établir les formules suivantes:

$$\lim_{k=\pm\infty} \frac{u_k}{x^{\varrho_k} y^k} = 1, \quad \lim_{k=\pm\infty} \frac{v_k}{x^{\sigma_k} y^k} = 1$$

valables pour toutes les valeurs de x et de y dans le domaine C. Ces formules, combinées avec (9), montrent qu'une série quelconque de la forme

$$\Sigma_k c_k u_k + \Sigma_k c'_k v_k$$

converge (ou diverge) de la même manière qu'une série ordonnée selon les puissances positives et négatives d'une variable.

Considérons maintenant une intégrale quelconque z de l'équation (1), holomorphe dans le voisinage d'un point donné $x_0 y_0$ (de C). Soit

$$z = f_1(y)\,, \quad \frac{\partial z}{\partial x} = f_2(y) \qquad \text{pour } x = x_0\,,$$

$f_1(y)$ et $f_2(y)$ étant des fonctions holomorphes de y pour $y = y_0$. Supposons d'abord que ces fonctions soient holomorphes dans une certaine couronne dans le plan des y:

$$R < |y| < R'\,,$$

R et R' étant des constantes réelles vérifiant la condition

$$R < |y_0| < R'\,.$$

Dans ce cas, on pourra démontrer que l'intégrale z pourra se représenter par une série de la forme

$$\sum c_k u_k + \sum c'_k v_k\,, \tag{11}$$

série dont on pourra facilement déterminer le domaine de convergence, d'après la remarque faite plus haut.

Dans le cas général où l'on ne suppose rien sur les fonctions initiales $f_1(y)$ et $f_2(y)$, l'intégrale z ne pourra pas être mise sous la forme (11). Pour traiter ce cas, définissons d'abord deux suites d'intégrales particulières de l'équation (1):

$$z_0\,, \; z_1\,, \; z_2\,, \; \ldots$$

et

$$z'_0\,, \; z'_1\,, \; z'_2\,, \; \ldots$$

satisfaisant aux conditions initiales suivantes

$$\left.\begin{array}{ll} z_\lambda = (y - y_0)^\lambda\,, & \dfrac{\partial z_\lambda}{\partial x} = 0 \\ z'_\lambda = 0 & , \dfrac{\partial z'_\lambda}{\partial x} = (y - y_0)^\lambda \end{array}\right| \text{ pour } x = x_0\,.$$

D'après le théorème général de CAUCHY auquel Mme de KOVALEVSKY a donné la forme définitive (Journal de CRELLE, t. 80), on sait que les fonctions z_λ et z'_λ existent et sont parfaitement déterminées. Soient

$$f_1(y) = \sum_{\lambda=0}^{+\infty} s_\lambda (y - y_0)^\lambda, \quad f_2(y) = \sum_{\lambda=0}^{+\infty} t_\lambda (y - y_0)^\lambda$$

les développements de $f_1(y)$ et de $f_2(y)$ dans le voisinage de $y = y_0$. Formons la série

$$S = \sum_\lambda s_\lambda z_\lambda + \sum_\lambda t_\lambda z'_\lambda;$$

on voit que cette série satisfait *formellement* à l'équation (1) et aux conditions initiales suivantes

$$S = f_1(y), \quad \frac{\partial S}{\partial x} = f_2(y) \qquad \text{pour } x = x_0.$$

Donc S est identique à l'intégrale considérée z.

Or, d'après le théorème énoncé plus haut, les fonctions z_λ et z'_λ pourront se mettre sous la forme

$$z_\lambda = \sum_k \alpha_{\lambda k} u_k + \sum_k \beta_{\lambda k} v_k$$

et

$$z'_\lambda = \sum_k \alpha'_{\lambda k} u_k + \sum_k \beta'_{\lambda k} v_k,$$

les α, β, α', β' désignant certaines constantes.

On arrive donc au théorème suivant:

Toute intégrale de l'équation (1). *holomorphe dans le voisinage d'un point donné* $x_0 y_0$ (*de* C) *peut s'exprimer par une série de la forme*

$$\sum_i \sum_k (c_{ik} u_k + c'_{ik} v_k)$$

les c_{ik} *et* c'_{ik} *désignant des constantes.*

Cette série est uniformément convergente dans le voisinage de $x = x_0$, $y = y_0$. Dans des cas particuliers, c'est-à-dire quand on prend des fonctions initiales $f_1(y)$ et $f_2(y)$ assujetties à certaines conditions, le domaine de convergence pourra être beaucoup plus étendu.

En vertu de l'hypothèse (2) on sait, d'après un théorème de M. PICARD,[1]) que toute intégrale de notre equation (1) est nécessairement une fonction analytique. Donc l'expression (11) représente *toutes* les intégrales de l'équation (1) (excepté celles qui n'existent dans le voisinage d'aucun point du domaine C). Comme l'expression (11) est linéaire et homogène par rapport aux intégrales (10), nous pourront exprimer le résultat obtenu en disant *que les intégrales* (10) *forment un système fondamental d'intégrales de l'équation aux dérivées partielles* (1).

3. Nous supposions plus haut que les racines (6) fussent distinctes; dans le cas contraire, des logarithmes pourront s'introduire dans l'expression de certaines intégrales du système fondamental comme dans le cas correspondant de la théorie des équations à une seule variable indépendante.

Dans le cas particulier où la fonction $\varphi(xy)$ est holomorphe dans le voisinage de $x = 0$, $y = 0$, on aura

$$\varrho_k = \bar{\varrho}_k\,, \quad \sigma_k = \bar{\sigma}_k \qquad (k = -\infty \ldots + \infty)$$

ce qui permet de calculer algébriquement les exposants des intégrales (10); et l'on voit de plus qu'aucune de ces integrales ne contiendra qu'un nombre limité de puissances négatives de x et de y. Ce cas est donc tout à fait analogue au *cas régulier* dans la théorie de M. FUCHS.

Dans ce qui précède, je me suis borné au cas d'une équation (1) où a, b, c, p, q sont des constantes, a, b, c étant de plus réelles et assujettis à la condition (2). Les mêmes résultats s'étendent facilement au cas où l'une des deux quantités p, q serait une fonction de x et de y, holomorphe pour $x = 0$, $y = 0$. Puis, par un changement de variables et de fonction, on peut ramener à ce cas toute équation de la forme (1) où a, b, c, p, q ne sont plus des constantes, mais des fonctions de x et de y, holomorphes pour $x = 0$, $y = 0$, pourvu toutefois que

[1]) Journal de l'Ecole polytechnique, 1890.

les fonctions a, b, c prennent, pour $x = 0$, $y = 0$, des valeurs réelles a_0, b_0, c_0 vérifiant la condition

$$a_0 c_0 - b_0^2 > 0\,.$$

Je remarque enfin que les résultats précédents, obtenus à l'aide d'une théorie générale des déterminants infinis, peuvent se généraliser à des équations analogues à (1), d'ordre pair quelconque et à un nombre quelconque de variables indépendantes.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 9.
Stockholm.

Meddelanden från Stockholms Högskola, N:o 152.

Om system af lineära totala differentialekvationer.

Af Hakon Grönwall.

[Meddeladt den 13 November 1895 genom Mittag-Leffler.]

Ett system af lineära differentialekvationer

$$\frac{dz_\alpha}{dx} = \sum_\beta a_{\alpha\beta}(x) z_\beta \qquad (\alpha, \beta = 1 \dots m) \tag{1}$$

karakteriseras som bekant fullständigt genom angifvande af ett fundamentalsystem af m^2 funktioner $z_{\alpha\beta}$ sådana, att hvarje lösning $z_1 \dots z_m$ kan uttryckas genom

$$z_\alpha = \sum_\beta c_\beta z_{\alpha\beta} \qquad (\alpha, \beta = 1 \dots m) \tag{2}$$

där c_β äro konstanter, och hvarje uttryck af formen (2) är en lösning till (1).

Söker man generalisera denna egenskap till n variabler, i det man frågar efter sådana system af differentialekvationer, hvilkas allmänna lösning kan framställas enligt formeln (2) genom m^2 funktioner $z_{\alpha\beta}(x_1 \dots x_n)$, så kan man med dessa bilda ett system af totala differentialekvationer

$$dz_\alpha = \sum_{\beta, \gamma} a_{\alpha\beta\gamma}(x_1 \dots x_n) z_\beta dx_\gamma \tag{3}$$

eller $\qquad \begin{pmatrix} \alpha, \beta = 1 \dots m \\ \gamma = 1 \dots n \end{pmatrix}$

$$\frac{\partial z_\alpha}{\partial x_\gamma} = \sum_\beta a_{\alpha\beta\gamma}(x_1 \dots x_n) z_\beta \, , \tag{3'}$$

hvars allmänna lösning har formen (2).

För att de ur (3') beräknade värdena på $\frac{\partial^2 z_\alpha}{\partial x_\gamma \partial x_\delta}$ och $\frac{\partial^2 z_\alpha}{\partial x_\delta \partial x_\gamma}$ skola vara lika, fordras att

$$\sum_{\varepsilon,\beta} z_\varepsilon (a_{\alpha\beta\gamma} a_{\beta\varepsilon\delta} - a_{\alpha\beta\delta} a_{\beta\varepsilon\gamma}) = \sum_\varepsilon z_\varepsilon \left(\frac{\partial a_{\alpha\varepsilon\gamma}}{\partial x_\delta} - \frac{\partial a_{\alpha\varepsilon\delta}}{\partial x_\gamma} \right)$$

och som determinanten af fundamentalsystemet $z_{\alpha\beta}$ är skild från noll, äro dessa integrabilitetsvilkor identiskt uppfyllda i afseende på z_ε, så att

$$(4) \qquad \frac{\partial a_{\alpha\varepsilon\gamma}}{\partial x_\delta} - \frac{\partial a_{\alpha\varepsilon\delta}}{\partial x_\gamma} = \sum_\beta (a_{\alpha\beta\gamma} a_{\beta\varepsilon\delta} - a_{\alpha\beta\delta} a_{\beta\varepsilon\gamma}) \quad \begin{pmatrix} \alpha, \beta, \varepsilon = 1 \dots m \\ \gamma, \delta = 1 \dots n \end{pmatrix}$$

Genom att differentiera (3') och eliminera alla z_α utom ett, som vi benämna z, erhåller man ett system

$$(5) \qquad \sum_{\nu_1 + \dots + \nu_n \leq k} A^{(\alpha)}_{\nu_1 \dots \nu_n}(x_1 \dots x_n) \frac{\partial^{\nu_1 + \dots + \nu_n} z}{\partial x_1^{\nu_1} \dots \partial x_n^{\nu_n}} = 0 \qquad (\alpha = 1 \dots p)$$

med mot (4) svarande integrabilitetsvilkor, och dess allmänna lösning är den mot z svarande ur raden (2)

$$z = \sum_\beta c_\beta z_\beta . \qquad (\beta = 1, \dots m)$$

Ett bland de först framställda exempel på ett dylikt system är följande

$$x(1-x)\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + y(1-x)\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + [\gamma - (\alpha + \beta + 1)x]\frac{\partial z}{\partial x} - \beta y \frac{\partial z}{\partial y} - \alpha\beta z = 0$$

$$x(1-y)\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} + y(1-y)\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + [\gamma - (\alpha + \beta' + 1)y]\frac{\partial z}{\partial y} - \beta' x \frac{\partial z}{\partial x} - \alpha\beta' z = 0,$$

som har till partikulärlösning den hypergeometriska serien af två variabler:

$$F(\alpha, \beta, \beta', \gamma, x, y) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{(\alpha, m+n)(\beta, m)(\beta', n)}{(\gamma, m+n)(1, m)(1, n)} x^m y^n$$

där $(a, m) = a(a+1)\dots(a+m-1)$.

Detta system har behandlats af APPELL[1]) i analogi med den vanliga teorin för GAUSS' differentialekvation, och af PICARD[2]) med anslutning till RIEMANN'ska ideer.

Analoga system i flera variabler hafva undersökts af åtskilliga författare, bland andra HORN[3]) och LAURICELLA.[4])

Den allmänna teorien för system af formen (5) har först behandlats af HORN i afhandlingen »Über ein System linearer partieller Differentialgleichungen» (Acta Math., Bd. 12, 1889). Han börjar med att betrakta en rationell funktion af två variabler:

$$R(xy) = \frac{P(xy)}{Q(xy)}$$

och definierar såsom singulär bild till $R(xy)$ hvarje algebraisk bild

$$\varphi(xy) = 0$$

där $\varphi(xy)$ är en irreduktibel faktor till $Q(xy)$. Efter att ha framställt några allmänna satser öfver flertydiga funktioners förhållande i omgifningen af singulära bilder öfvergår han till en framställning af SAUVAGES undersökningar angående formen af lösningarne till (1) och öfverför dessa på ett system i två variabler af formen (5) med rationella koefficienter. Han finner sålunda, att i omgifningen af en punkt $x = a$, $y = b$ på den singulära bilden $\varphi(xy) = 0$, sådan att ej $\frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0$ för $x = a$, $y = b$ och som ej tillhör en annan singulär bild, har ett fundamentalsystem formen

$$z_1 = \varphi(xy)^\varrho \cdot \zeta_1$$
$$z_2 = \varphi(xy)^\varrho \cdot (\zeta_2 + \zeta_1 \log \varphi(xy))$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

---

[1]) C. R. 1880 och Journal de Math. 1882.
[2]) Annales de l'Ecole Normale 1881.
[3]) Math. Annalen Bd 39, (1889). Jfr. citaten längre fram.
[4]) Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo 1893.

där alla ζ kunna utvecklas i serier af formen

$$\sum_{0}^{\infty} \frac{\mathfrak{P}_\nu(x-a,\ y-b)}{\varphi(xy)^\nu}.$$

Analogien med de vanliga lineära differentialekvationerna leder nu till att särskildt betrakta det fall, då fundamentalsystemet förhåller sig bestämdt, d. v. s. då exponenterna ϱ kunna väljas så, att samtliga ζ förhålla sig regulärt för $x = a$, $y = b$. Härför lämnas några tillräckliga men icke nödvändiga vilkor. Efter studiet af ett specielt system, som uppfyller dessa vilkor, öfvergår författaren till att generalisera det föregående till n variabler.

Frågan om de nödvändiga och tillräckliga vilkoren för bestämdhetsförhållande har HORN löst i två senare afhandlingar: i sin Habilitationsschrift (Freiburg i. B. 1890) för några speciella system, i Math. Annalen Bd 42 (1892), för det allmänna systemet i 2 variabler. Dessa vilkor gälla dock endast inom omgifningen till en punkt a, b, som tillhör endast en singulär bild $\varphi(xy) = 0$ och för hvilken ej $\frac{\partial\varphi}{\partial x} = 0$.

Genom att reducera systemet (5) på en normalform har det lyckats FUCHS (Berliner Sitzungsberichte 1892) att åt nämnda vilkor gifva en synnerligen enkel form. Äfven hans undersökningar gälla blott ett område som uppfyller ofvanstående vilkor. Frågan, när systemet förhåller sig bestämdt inom ett godtyckligt område, besvaras sålunda icke genom dessa arbeten.

Några undersökningar öfver system af formen (5), hvilkas koefficienter äro $2n$-periodiska funktioner af n variabler, ha utgjort närmaste anledningen till föreliggande arbete, som har till ändamål en utredning af denna fråga.

Till grund för framställningen lägga vi den FUCHS'ska normalformen, hvars härledning vi först gifva. Sedan öfverga vi till allmänna undersökningar öfver lösningarnes form, da koefficienterna antagas vara godtyckliga analytiska funktioner.

Slutet bildar en lösning af bestämdhetsfrågan utan alla inskränkningar.

För att verkställa den antydda reduktionen af systemet

$$(1) \qquad \sum A^{(\alpha)}_{\nu_1 \dots \nu_n}(\xi_1 \dots \xi_n) \frac{\partial^{\nu_1 + \dots + \nu_n} z}{\partial \xi_1^{\nu_1} \dots \partial \xi_n^{\nu_n}} = 0$$

på den FUCHS'ska normalformen, behöfva vi följande hjälpsats:

För att mellan $z_1(x_1 \dots x_n), \dots, z_m(x_1 \dots x_n)$ skall bestå en relation af formen

$$(2) \qquad c_1 z_1 + \dots + c_m z_m = 0$$

där $c_1 \dots c_m$ äro konstanter, är nödvändigt och tillräckligt, att om man inför nya variabler genom likheterna

$$(3) \qquad \bar{x}_i = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} x_k$$

determinanten

$$(4) \qquad D(z_1 \dots z_m \,|\, \bar{x}_1) = \begin{vmatrix} z_1 & \dfrac{\partial z_1}{\partial \bar{x}_1} & \dots & \dfrac{\partial^{m-1} z_1}{\partial \bar{x}_1^{m-1}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_m & \dfrac{\partial z_m}{\partial \bar{x}_1} & \dots & \dfrac{\partial^{m-1} z_m}{\partial \bar{x}_1^{m-1}} \end{vmatrix}$$

är identiskt noll för alla värden på konstanterna a_{ik}, hvilkas determinant är $\neq 0$.

Att vilkoret är nödvändigt, är evident.

Om $D(z_1 \dots z_m \,|\, \bar{x}_1) \equiv 0$ för alla genom (3) definierade $\bar{x}_1$, så är på grund af identiteten

$$(5) \qquad D(z_1 \dots z_m \,|\, \bar{x}_1) = z_1^m D(v_2 \dots v_m \,|\, \bar{x}_1)$$

där

$$v_i = \frac{\partial}{\partial \bar{x}_1}\left(\frac{z_i}{z_1}\right)$$

äfven $D(v_2 \dots v_m \,|\, \bar{x}_1) \equiv 0$, enär vi kunna antaga $z_1 \neq 0$. Är nu vilkoret tillräckligt, då antalet funktioner är $m - 1$, så måste

$$c_2 v_2 + \dots + c_m v_m = 0$$

där $c_2 \dots c_m$ äro konstanter. Således är

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}_1}\left(c_2 \frac{z_2}{z_1} + \dots + c_m \frac{z_m}{z_1}\right) = 0\,,$$

hvaraf, om vi successive för $\overline{x}_1$ sätta $x_1 \ldots x_n$

$$c_2 \frac{z_2}{z_1} + \ldots + c_m \frac{z_m}{z_1} = \text{konst.} = -c_1$$

hvilket bevisar vårt påstående, enär det tydligen är sant för $m = 2$ på grund af identiteten (5).

Låt nu $z_1 \ldots z_m$ vara ett fundamentalsystem till systemet (1), så kan man enligt hjälpsatsen välja konstanterna a_{ik} så, att om

$$x_i = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} \xi_k \qquad (i=1 \ldots n)$$

determinanten $D(z_1 \ldots z_m \,|\, x_1)$ ej är identiskt noll.

Då satisfiera $z_1 \ldots z_m$ följande system

$$(A) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial^m z}{\partial x_1^m} + p_{1i} \dfrac{\partial^{m-1} z}{\partial x_1^{m-1}} + \ldots + p_{m1} z = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial z}{\partial x_i} = p_{1i} \dfrac{\partial^{m-1} z}{\partial x_1^{m-1}} + \ldots + p_{mi} z \qquad (i=2 \ldots n) \end{cases}$$

där koefficienterna

$$(6) \quad \begin{cases} p_{\nu 1} = \dfrac{-1}{D(z_1 \ldots z_m \,|\, x_1)} \begin{vmatrix} z_1 \ldots \dfrac{\partial^{m-\nu-1} z_1}{\partial x_1^{m-\nu-1}} \dfrac{\partial^m z_1}{\partial x_1^m} \dfrac{\partial^{m-\nu+1} z_1}{\partial x_1^{m-\nu+1}} \ldots \dfrac{\partial^{m-1} z_1}{\partial x_1^{m-1}} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ z_m \ldots \dfrac{\partial^{m-\nu-1} z_m}{\partial x_1^{m-\nu-1}} \dfrac{\partial^m z_m}{\partial x_1^m} \dfrac{\partial^{m-\nu+1} z_m}{\partial x_1^{m-\nu+1}} \ldots \dfrac{\partial^{m-1} z_m}{\partial x_1^{m-1}} \end{vmatrix} \\[6ex] p_{\nu i} = \dfrac{1}{D(z_1 \ldots z_m \,|\, x_1)} \begin{vmatrix} z_1 \ldots \dfrac{\partial^{m-\nu-1} z_1}{\partial x_1^{m-\nu-1}} \dfrac{\partial z_1}{\partial x_i} \dfrac{\partial^{m-\nu+1} z_1}{\partial x_1^{m-\nu+1}} \ldots \dfrac{\partial^{m-1} z_1}{\partial x_1^{m-1}} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ z_m \ldots \dfrac{\partial^{m-\nu-1} z_m}{\partial x_1^{m-\nu-1}} \dfrac{\partial z_m}{\partial x_i} \dfrac{\partial^{m-\nu+1} z_m}{\partial x_1^{m-\nu+1}} \ldots \dfrac{\partial^{m-1} z_m}{\partial x_1^{m-1}} \end{vmatrix} \\[4ex] \begin{pmatrix} \nu = 1 \ldots m \\ i = 2 \ldots n \end{pmatrix} \end{cases}$$

hafva fullt bestämda värden.

Systemet (A) är den FUCHS'ska normalformen.[1]) Det kan tydligen erhållas genom att i (1) införa de nya variablerna och

[1]) FUCHS begagnar icke någon variabeltransformation och kommer därför till ett oriktigt resultat. Att hans sats l. c. sid. 167: z satisfierar i afseende på

medelst differentiationer och eliminationer bortskaffa alla derivator utom dem, som ingå i (A). Häraf inses, att koefficienterna $p_{\nu i}$ äro rationela funktioner af koefficienterna i (1) och deras derivator i afseende på $x_1 \ldots x_n$.

Af det sätt, på hvilket (A) är härledt ur det ursprungliga systemet af totala differentialekvationer, följer att allmänna lösningen är af formen

$$z = c_1 z_1 + \ldots + c_m z_m$$

där $c_1 \ldots c_m$ äro konstanter. Detta kan äfven direkt visas på följande sätt. Den första af ekvationerna (A) kan skrifvas:

$$\begin{vmatrix} z & \frac{\partial z}{\partial x_1} \cdots \frac{\partial^m z}{\partial x_1^m} \\ z_1 & \frac{\partial z_1}{\partial x_1} \cdots \frac{\partial^m z_1}{\partial x_1^m} \\ \cdot & \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ z_m & \frac{\partial z_m}{\partial x_1} \cdots \frac{\partial^m z_m}{\partial x_1^m} \end{vmatrix} = 0 ;$$

hvarje lösning till densamma har således formen

$$(7) \qquad z = \varphi_1(x_2 \ldots x_m) z_1 + \ldots + \varphi_m(x_2 \ldots x_m) z_m .$$

Skall z satisfiera äfven de öfriga af (A) så måste, enär $z_1 \ldots z_m$ äro partikulärlösningar

$$z_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_i} + \ldots + z_m \frac{\partial \varphi_m}{\partial x_i} = 0 . \qquad {\scriptstyle (i=2 \ldots n)}$$

Genom att derivera $m - 1$ gånger i afseende på x_1 fås

$$\frac{\partial^\lambda z_1}{\partial x_1^\lambda} \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_i} + \ldots + \frac{\partial^\lambda z_m}{\partial x_1^\lambda} \cdot \frac{\partial \varphi_m}{\partial x_i} = 0 \qquad \left({\scriptstyle i=2, \ldots, n \atop \lambda = 0, 1, \ldots m-1}\right)$$

eller, emedan $D(z_1 \ldots z_m \mid x_1) \neq 0$:

---

hvar och en af variablerna $\xi_1 \ldots \xi_n$ ett system af formen (A), hvars grad är $\leqq m + 1$, är falsk, verifieras lätt på exemplet $\frac{\partial^2 z}{\partial \xi^2} = z$, $\frac{\partial^2 z}{\partial \eta^2} = z$, hvars fundamentalsystem är $e^{\xi + \eta}$, $e^{\xi - \eta}$, $e^{-\xi + \eta}$, $e^{-\xi - \eta}$.

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} = 0$$

$$\therefore \quad \varphi_k = \text{konst.} = c_k. \qquad (k=1\ldots m)$$

Integrabilitetsvilkoren för systemet (A) äro tydligen:

$$(8)\left\{\begin{array}{l} \frac{\partial^m}{\partial x_1^m}\left(p_{1i}\frac{\partial^{m-1}z}{\partial x_1^m}+\ldots+p_{mi}z\right)+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(p_{11}\frac{\partial^{m-1}z}{\partial x_1^{m-1}}+\ldots+p_{m1}z\right)=0 \\ \frac{\partial}{\partial x_i}\left(p_{1k}\frac{\partial^{m-1}z}{\partial x_1^{m-1}}+\ldots+p_{mk}z\right)=\frac{\partial}{\partial x_k}\left(p_{1i}\frac{\partial^{m-1}z}{\partial x_1^{m-1}}+\ldots+p_{mi}z\right) \\ (i,\,k=2\ldots n) \end{array}\right.$$

hvilka skola vara identiskt uppfyllda i afseende på z, $\frac{\partial z}{\partial x_1}, \ldots$ $\frac{\partial^{m-1}z}{\partial x_1^{m-1}}$, då vi medelst (A) bortskaffa de öfriga i (8) ingående derivatorna.

Vi öfvergå nu till att framställa en metod för att bevisa existensen af lösningar till (A), som lämnar en noggrannare bestämning af dessas giltighetsområde än det omedelbara användandet af den allmänna BOUQUET'ska satsen kan gifva. Som systemet (A) genom substitutionerna

$$z_1 = z\,,\; z_2 = \frac{\partial z}{\partial x_1}\,,\ldots,\; z_m = \frac{\partial^{m-1}z}{\partial x_1^{m-1}}$$

alltid låter återföra sig på den ursprungligen betraktade formen:

$$(9) \qquad \frac{\partial z_\alpha}{\partial x_\gamma} = \sum_\beta a_{\alpha\beta\gamma}(x_1 \ldots x_n)\cdot z_\beta \qquad \left(\begin{array}{l}\alpha,\beta=1\ldots m\\ \gamma=1\ldots n\end{array}\right)$$

så lägga vi detta system till grund för vår bevisföring. Antag samtliga $a_{\alpha\beta\gamma}$ vara analytiska funktioner, som alla förhålla sig regulärt för

$$(R) \qquad |x_1 - x_1^0| < r_1\,,\;\ldots,\; |x_n - x_n^0| < r_n\,.$$

Då skola vi bevisa, att om $c_{\alpha\beta}$ beteckna godtyckliga konstanter, hvilkas determinant ej är noll, så kunna vi framställa ett fundamentalsystem till (9)

$$z_{\alpha 1}\,,\;\ldots,\; z_{\alpha m}$$

under form af potensserier af $x_1 - x_1^0, \ldots, x_n - x_n^0$, som konvergera åtminstone inom området R, och sådana, att $z_{\alpha\beta}$ för $x_1 = x_1^0, \ldots, x_n = x_n^0$ antar värdet $c_{\alpha\beta}$.

Satsen är bekant för fallet $n=1$; vi antaga alltså densamma sann för $n-1$ variabler och bevisa dess giltighet för n variabler. Fixera godtyckligt värdena på $x_2 \ldots x_n$ inom R och betrakta de af ekvationerna (9), som svara mot $\gamma = 1$. Till dessa existerar ett fundamentalsystem

$$Z_{\alpha 1} \ldots Z_{\alpha m},$$

där $Z_{\alpha\beta}$ för $x_1 = x_1^0$ antar värdet $c_{\alpha\beta}$, och $Z_{\alpha\beta}$ kunna framställas som potensserier i $x_1 - x_1^0$, konvergenta för $|x_1 - x_1^0| < r_1$. Koefficienterna i dessa serier äro tydligen potensserier i $x_2 - x_2^0$, $\ldots x_n - x_n^0$, som konvergera åtminstone inom R.

Betecknar D determinanten af $Z_{\alpha\beta}$, så är

$$\frac{\partial \log D}{\partial x_1} = -\sum_{\alpha=1}^{m} a_{\alpha\alpha 1}$$

hvaraf

$$D = \varphi(x_2 \ldots x_n) e^{\psi(x_1 - x_1^0, \ldots, x_n - x_n^0)}.$$

Om D således blir noll inom R, så är den noll oberoende af värdet på x_1, men som för $x_1 = 0$

$$D = |c_{\alpha\beta}|_{\alpha, \beta = 1 \ldots m} \neq 0,$$

så är $D \neq 0$ inom hela området R.

Fundamentalsystemet $z_{\alpha\beta}$ till (9), som för $x_1 = x_1^0, \ldots x_n = x_n^0$ öfvergår i $c_{\alpha\beta}$, kan skrifvas under formen

$$z_{\alpha\beta} = \sum_{\delta} C_{\delta\beta}(x_2 \ldots x_n) Z_{\alpha\delta} \qquad (\alpha, \beta, \delta = 1 \ldots m) \tag{10}$$

där $C_{\delta\beta}$ för $x_2 = x_2^0, \ldots, x_n = x_n^0$ anta värdena

$$\overline{C}_{\beta\beta} = 1, \; \overline{C}_{\delta\beta} = 0. \qquad (\delta \neq \beta)$$

Sätter man i de mot $\gamma = 2, \ldots, n$ svarande ekvationerna i (9):

$$z_\alpha = \sum_{\delta} C_\delta \cdot Z_{\alpha\delta}$$

så blir

$$\frac{\partial C_1}{\partial x_\gamma}\cdot Z_{\alpha 1}+\ldots+\frac{\partial C_m}{\partial x_\gamma}\cdot Z_{\alpha m}+C_1\frac{\partial Z_{\alpha 1}}{\partial x_\gamma}+\ldots+C_m\frac{\partial Z_{\alpha m}}{\partial x_\gamma}=$$

$$=\sum_\beta a_{\alpha\beta\gamma}(C_1 Z_{\alpha 1}+\ldots+C_m Z_{\alpha m})$$

eller genom lösning i afseende på derivatorna

$$\frac{\partial C_\delta}{\partial x_\gamma}=\sum_\beta A_{\delta\beta\gamma}C_\beta \quad \left(\begin{smallmatrix}\beta,\,\delta=1\ldots m\\ \gamma=2\ldots n\end{smallmatrix}\right) \tag{11}$$

där $A_{\delta\beta\gamma}$ äro potensserier af $x_1-x_1^0,\ldots,x_n-x_n^0$ konvergenta inom R, enär $D\neq 0$ inom detta område.

Funktionerna

$$C_{\delta 1}\ldots C_{\delta m}$$

äro enligt (10) partikulärlösningar till (11); de bilda ett fundamentalsystem, ty enligt (10) är

$$|C_{\delta\beta}|_{\delta,\beta=1\ldots m}=\frac{|z_{\alpha\beta}|_{\alpha,\beta=1\ldots m}}{|Z_{\alpha\beta}|_{\alpha,\beta=1\ldots m}}\neq 0\,.$$

På grund häraf kunna $A_{\delta\beta\gamma}$ uttryckas i determinantform genom $C_{\delta\beta}$ och $\dfrac{\partial C_{\delta\beta}}{\partial x_\gamma}$ och äro således oberoende af x_1. Således: $C_{\delta\beta}$ bilda ett fundamentalsystem med begynnelsevärdena $C_{\beta\beta}=1$, $C_{\delta\beta}=0(\delta\neq\beta)$ för $x_2=x_2^0,\ldots,x_n=x_n^0$ till systemet (11), hvars koefficienter äro potensserier i $x_2-x_2^0,\ldots,x_n-x_n^0$ konvergenta inom R. $C_{\delta\beta}$ kunna alltså framställas som potensserier i dessa variabler, konvergenta åtminstone för $|x_2-x_2^0|<r_1\ldots$ $|x_n-x_n^0|<r_n$. Genom insättning i (10) följer, att den uttalade satsen är sann för n variabler, då den gällde för $n-1$ variabler.

Denna sats ger oss således, om vi analytiskt fortsätta de i omgifningen af ett regulärt ställe giltiga uttrycken för ett fundamentalsystem, en undre gräns för fortsättningens konvergensradie. Vi kunna således framställa och studera det gifna fundamentalsystemet i omgifningen till hvarje icke singulär punkt.

När vi nu öfvergå till studiet af lösningarne till (A) i omgifningen af singulära ställen till koefficienterna, utesluta vi redan från början alla väsentligt singulära ställen från vår undersökning. Vi antaga således att koefficienterna p_{H} äro af rationel karakter inom ett område R, definieradt af

$$|x_1 - x_1^0| < r_1, \ldots, |x_n - x_n^0| < r_n$$

(där några eller alla r_1 naturligtvis kunna vara oändliga).[1] Är en funktion $f(x_1 \ldots x_n)$ af rationel karakter inom R, så kan den, enligt en af COUSIN (Acta Mathematica Bd. 19) bevisad sats, framställas under formen

$$f(x_1 \ldots x_n) = \frac{P(x_1 - x_1^0, \ldots, x_n - x_n^0)}{Q(x_1 - x_1^0, \ldots, x_n - x_n^0)}$$

där P och Q äro potensserier utan gemensam divisor, som konvergera inom R. Uppdelas Q i sina irreduktibla faktorer

$$Q_1, Q_2, \ldots.$$

där Q_1, Q_2 ... äro potensserier konvergenta inom R, hvilka ej kunna uppdelas i produkter af potensserier med samma konvergensområde, så finnas hela tal α_1, α_2, ... sådana att

$$\frac{Q}{Q_\nu^{\alpha_\nu}}$$

kan utvecklas i en inom R konvergent potensserie, som ej är delbar med Q_ν. De af

$$Q_1 = 0, \; Q_2 = 0, \ldots$$

definierade $(2n - 2)$-dimensionala bilderna kalla vi efter HORN singulära bilder till $f(x_1 \ldots x_n)$. Inom hvarje område R', definieradt af

$$|x_1 - x_1^0| < r'_1 < r_1, \ldots, |x_n - x_n^0| < r'_n < r_n$$

[1] Denna inskränkning är icke nödvändig, ty, såsom jag i en följande afhandling skall visa, låta de satser, på hvilka den följande undersökningen stöder sig, specielt den med LAURENTS teorem analoga satsen, generalisera sig till det fall, att inom R förekomma godtyckliga singulariteter. Men som detta är obehöfligt för de följande användningarna, har jag icke ansett det nödigt att bibehålla den största möjliga allmängiltighet.

finnes endast ett ändligt antal singulära bilder, ty i motsatt fall skulle inom R' förekomma väsentliga singulariteter till $f(x_1 \ldots x_n)$. Bilden $Q_\alpha = 0$ är tydligen en *algebroidisk* bild inom R', och på grund af irreduktibiliteten hos Q_α är denna bild *monogen*.

Är nu $F(x_1 \ldots x_n)$ en mängtydig funktion, som förhåller sig regulärt öfverallt inom R utom möjligen för ställen tillhörande de singulära bilderna

$$Q_1 = 0\,, \; Q_2 = 0\,, \ldots$$

så kan man, på alldeles samma sätt som i teorin för funktioner af en variabel, bevisa följande sats:

Om man analytiskt fortsätter ett element af $F(x_1 \ldots x_n)$ längs en sluten väg i det $2n$-dimensionala området för $x_1 \ldots x_n$, som kan sammandragas till en punkt utan att öfverskrida någon af de singulära bilderna, så återkommer man efter fortsättningen till identiskt samma element.

Göra vi följande definition: en sluten väg gör λ *omlopp* kring den singulära bilden $Q = 0$, om argumentet för den komplexa storheten Q ökas med $2\pi i \cdot \lambda$, då variablerna genomlöpa den slutna vägen, så kunna vi genom identiskt samma resonnemang som HORN (Acta Math. Bd 12, sid. 117—123) öfvertyga oss om, att följande väg kan på det ofvan nämnda sättet sammandragas till en punkt.

Från en punkt $x_1 = a_1\,, \ldots, x_n = a_n$ i omgifningen af ett ställe på den singulära bilden $Q = 0$ gör den ett omlopp i positiv led kring $Q = 0$, går därefter, tillräckligt nära $Q = 0$ för att ej omsluta någon annan singulär bild, till ett annat ställe $x_1 = a'_1, \ldots, x_n = a'_n$ också i omgifningen af $Q = 0$, gör ett omlopp i negativ led kring den singulära bilden och följer den förut nämnda vägen från $a'_1 \ldots a'_n$ tillbaka till $a_1 \ldots a_n$.

Således blir $F(x_1 \ldots x_n)$ oförändrad vid detta omlopp, hvilket också kan uttryckas på följande sätt: $F(x_1 \ldots x_n)$ har samma analytiska karakter för *hvarje* omlopp kring en och samma singulära bild.

Vi skola nu tillämpa detta på den mångtydiga funktion, hvars element äro lösningarne till vårt system (A). Låt de inom R belägna irreduktibla singulära bilderna till samtliga koefficienterna p_{ki}, hvilka enligt antagandet äro entydiga och af rationel karakter inom R, vara

$$(12) \qquad f_1(x_1 \ldots x_n) = 0\,,\; f_2(x_1 \ldots x_n) = 0\,,\; \ldots$$

där $f_1 \ldots$ äro potensserier, som konvergera inom R.

Låt nu $a_1 \ldots a_n$ vara en punkt, som tillhör den singulära bilden $f = 0$, där f är någon af $f_1, f_2, \ldots$ men ej någon af de öfriga. Om man utgår från ett fundamentalsystem

$$z_1 \ldots z_m$$

som är definieradt för en regulär punkt i omgifningen af $a_1 \ldots a_n$, och fortsätter detsamma längs en sluten väg, som omsluter endast f och ej någon annan singulär bild, så öfvergår fundamentalsystemet i

$$\bar{z}_1 \ldots \bar{z}_m\,,$$

hvilka äfven bilda ett fundamentalsystem. Man har således

$$(13) \qquad \begin{cases} \bar{z}_1 = a_{11}z_1 + \ldots + a_{1m}z_m \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \bar{z}_m = a_{m1}z_1 + \ldots + a_{mm}z_m\,, \end{cases}$$

där, på grund af de nyss gifna satserna, konstanterna a_{ik} äro desamma, hur man än väljer den väg, längs hvilken fortsättningen göres, blott den ej omsluter någon annan singulär bild än $f = 0$. På ekvationerna (13) behöfver man nu blott tillämpa det bekanta resonnemanget om fundamentalekvationen

$$(14) \qquad \begin{vmatrix} a_{11} - s & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} - s & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mm} - s \end{vmatrix} = 0$$

för att inse, att det finnes ett fundamentalsystem, som för hvarje omlopp kring $f = 0$ förändras på följande sätt:

$$(15)\qquad \begin{cases} \bar{z}_1 = \omega_1 z_1 \\ \bar{z}_2 = \omega_1 z_2 + z_1 \\ \cdots\cdots\cdots \\ \bar{z}_p = \omega_1 z_p + z_{p-1} \\ \bar{z}_{p+1} = \omega_2 z_{p+1} \\ \cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

Af dessa omloppsrelationer sluta vi genast, att ifrågavarande lösningar äro af formen

$$(16)\qquad \begin{cases} z_1 = f^{\varrho_1}\cdot\varphi_{11} \\ z_2 = f^{\varrho_1}(\varphi_{21} + t\varphi_{11}) \\ \cdots\cdots\cdots \\ z_p = f^{\varrho_1}\left(\varphi_{p1} + t\varphi_{p-1,1} + \ldots + \dfrac{t(t-1)\ldots(t-p+1)}{|p}\varphi_{11}\right) \\ z_{p+1} = f^{\varrho_2}\varphi_{12} \\ \cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

där

$$(17)\qquad \begin{cases} \varrho_\alpha = \dfrac{1}{2\pi i}\log\omega_\alpha \\ t = \dfrac{1}{2\pi i}\log f(x_1\ldots x_n) \end{cases}$$

och alla $\varphi_{\alpha\beta}$ äro funktioner, hvilka icke förändras vid något omlopp kring $f=0$, som icke på samma gång omsluter en eller flera af de öfriga singulära bilderna.

För att finna analytiska uttryck för funktionerna $\varphi_{\alpha\beta}$, skola vi bevisa följande sats, som är analog med den LAURENT'ska satsen i teorin för funktioner af en variabel:

Om en analytisk funktion $F(x_1, \ldots, x_n)$ är entydig inom området

$$(\varrho)\qquad |x_1 - a_1| < \varrho_1, \ldots, |x_n - a_n| < \varrho_n$$

och förhåller sig regulärt öfverallt inom detta område utom för de värden, som tillhöra bilden

$$\psi(x_1\ldots x_n) = 0$$

— *där ψ förhåller sig regulärt inom och på gränsen af det betraktade området — så kan funktionen utvecklas i en serie*

$$F(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\mathfrak{P}_\lambda(x_1 - a_1, \ldots, x_n - a_n)}{[\psi(x_1, \ldots, x_n)]^\lambda}$$

där $\mathfrak{P}_\lambda$ äro inom (ϱ) konvergenta potensserier, och denna utveckling konvergerar likformigt inom (ϱ) utom för de värden som tillhöra $\psi = 0$.

Bevis: För ett inom (ϱ) beläget fixt värdesystem $x_2 \ldots x_n$ har ekvationen

$$\psi(x_1, \ldots, x_n) = 0$$

endast ett ändligt antal lösningar

$$\xi_1(x_2, \ldots, x_n), \ldots, \xi_\mu(x_2, \ldots, x_n).$$

som uppfylla vilkoret $|x_1 - a_1| < \varrho_1$. Antalet μ är gifvet genom formeln

$$\mu = \frac{1}{2\pi i}\int \frac{\frac{\partial \psi}{\partial x_1}}{\psi} dx_1,$$

där integrationen utsträckes öfver cirkelperiferien $|x_1 - a_1| = \varrho_1$. Integralen är inom (ϱ) en kontinuerlig funktion af $x_2 \ldots x_n$, och är alltså en konstant, då μ blott antar heltalsvärden. μ är således detsamma, hur man än väljer $x_2, \ldots, x_n$, och $\xi_1, \ldots, \xi_\mu$ äro algebroidiska funktioner inom (ϱ).

Betraktar man nu $F(x_1, \ldots, x_n)$ som funktion af endast x_1, så har man följande för $|x_1 - a_1| < \varrho_1$ giltiga utveckling

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{\nu=1}^{\mu} G_\nu\left(\frac{1}{x_1 - \xi_\nu}\right) + \mathfrak{P}(x_1 - a_1)$$

där G_ν äro hela funktioner, hvilkas koefficienter äro funktioner af $x_2, \ldots, x_n$, och denna utveckling konvergerar, som man lätt ser, likformigt för $x_2, \ldots, x_n$ belägna inom (ϱ).

Låter man nu $x_2, \ldots, x_n$ genomlöpa en sluten väg inom (ϱ), så permuteras rötterna ξ_ν i en viss ordning, och högra membrum öfvergår i:

$$\sum_{\nu=1}^{\mu} \overline{G}_\nu\left(\frac{1}{x-\xi_\nu}\right) + \overline{\mathfrak{P}}(x_1 - a_1),$$

men enär $F(x_1, \ldots, x_n)$ är entydig, så måste identiskt

$$\overline{G}_\nu = G_\nu, \ \overline{\mathfrak{P}} = \mathfrak{P}.$$

Om man således skrifver

$$F(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{\pi_\lambda}{[(x_1 - \xi_1)\ldots(x_1 - \xi_\mu)]^\lambda} + \mathfrak{P}(x_1 - a_1)$$

så är π_λ en symmetrisk funktion af $\xi_1 \ldots \xi_\mu$ och alltså entydig och $\mathfrak{P}(x_1 - a_1)$ är äfvenledes entydig. Genom att införa

$$\psi(x_1, \ldots, x_n) = (x_1 - \xi_1)\ldots(x_1 - \xi_\mu)e^{\mathfrak{P}(x_1 - a_1, \ldots, x_n - a_n)}$$

finner man således

$$F(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{P_\lambda}{\psi^\lambda},$$

som är likformigt konvergent utom för $\psi = 0$, och P_λ kunna tydligen utvecklas i potensserier af $x_1 - a_1, \ldots, x_n - a_n$, konvergenta inom (ϱ).

Beviset är tydligen oberoende af om ψ är reduktibel eller irreduktibel, en omständighet som senare kommer oss till nytta.

Genom att använda denna sats på de i (16) förekommande $\varphi_{\alpha\beta}$, finna vi, att om $a_1, \ldots, a_n$ är en punkt som ej tillhör någon annan singulär bild än $f = 0$, så är

$$(18). \qquad \varphi_{\alpha\beta} = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\mathfrak{P}_\lambda^{(\alpha\beta)}(x_1 - a_1, \ldots, x_n - a_n)}{[f(x_1, \ldots, x_n)]^\lambda}$$

konvergent för hvarje omgifning till $a_1, \ldots, a_n$

$$|x_1 - a_1| < \varrho_1, \ldots, |x_n - a_n| < \varrho_n$$

som ej innesluter någon annan singulär bild än $f = 0$.

De i (16) ingående ϱ_α, som voro oberoende af den för omloppet kring $f = 0$ använda vägen, äro också, på grund af (17)

och en bekant egenskap hos fundamentalekvationen, desamma, hur man än väljer stället $a_1, \ldots, a_n$.

Frågan om fundamentalsystemets form i omgifningen af en för flera singulära bilder gemensam punkt har berörts af HORN i hans förut citerade Habilitationsschrift (sid. 110). Hans betraktelser afse dock blott ett ytterst specielt fall och synas icke ens för detta vara fullt bindande; vi skola derför med en helt olika metod angripa frågan i det allmänna fallet.

Låt oss t. ex. antaga, att $a_1, \ldots, a_n$ samtidigt tillhör de två singulära bilderna

$$f_1 = 0, f_2 = 0$$

men ingen annan. Då existerar ett fundamentalsystem

$$z_1, \ldots, z_m$$

af den kanoniska formen (17):

$$(17)' \quad \begin{cases} z_1 = f_1^{\varrho_1}\varphi_{11} \\ z_2 = f_1^{\varrho_1}(\varphi_{21} + t\varphi_{11}) \\ \cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \\ z_{p+1} = f_1^{\varrho_2}\varphi_{12} \\ \cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \end{cases}$$

där $\varphi_{\alpha\beta}$ äro entydiga vid omlopp kring $f_1 = 0$; och ett annat

$$\zeta_1, \ldots, \zeta_m$$

af formen

$$(17)'' \quad \begin{cases} \zeta_1 = f_2^{\sigma_1}\psi_{11} \\ \zeta_2 = f_2^{\sigma_1}(\psi_{21} + s\psi_{11}) \\ \cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \\ \zeta_{q+1} = f_2^{\sigma_2}\psi_{12} \\ \cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \;\cdot \end{cases} \qquad \left(s = \frac{1}{2\pi i}\log f_2\right)$$

där $\psi_{\alpha\beta}$ äro entydiga vid omlopp kring $f_2 = 0$.

Mellan dessa båda fundamentalsystem består relationen

$$z_i = \sum_k \alpha_{ik}\zeta_k \qquad (i, k = 1 \ldots m)$$

och genom att lösa detta ekvationssystem i afseende på $\varphi_{\alpha\beta}$ finner man

$$\varphi_{\alpha\beta} = f_2^{\sigma_1} G_1^{(\alpha\beta)}(\log f_2) + f_2^{\sigma_2} G_2^{(\alpha\beta)}(\log f_2) + \ldots$$

där $G_\nu^{(\alpha\beta)}$ är polynom i $\log f_2$ med vid omlopp kring $f_2 = 0$ entydiga koefficienter. Genom insättning i (17)′ fås

$$z_\alpha = f_1^{\varrho_\alpha} \left\{ f_2^{\sigma_1} G_{1\alpha}(\log f_1, \log f_2) + f_2^{\sigma_2} G_{2\alpha}(\log f_1, \log f_2) + \ldots \right\} \tag{19}$$

där koefficienterna i polynomen $G_{\nu\alpha}$ äro entydiga vid omlopp kring både $f_1 = 0$ och $f_2 = 0$. De kunna således i omgifningen till $a_1 \ldots a_n$ utvecklas efter den allmänna satsen (sid. 742) om vi där sätta $\psi = f_1 \cdot f_2$.

Genom insättning af (19) i systemet (A) finner man, att om skillnaderna mellan de olika σ ej äro hela tal, hvarje särskildt uttryck

$$f_1^{\varrho_\alpha} f_2^{\sigma_\beta} G_{\beta\alpha}(\log f_1, \log f_2)$$

måste satisfiera vårt system. Vi kunna således anta fundamentalsystemet gifvet under formen

$$z_\alpha = f_1^{\varrho_\alpha} f_2^{\sigma_\alpha} G_\alpha(\log f_1, \log f_2). \qquad (\alpha = 1 \ldots m) \tag{20}$$

Men nu inser man lätt, att hvarje uttryck af formen

$$f_1^{\varrho_\alpha} f_2^{\sigma_\alpha} \frac{\partial^{\lambda+\mu} G_\alpha(\log f_1, \log f_2)}{\partial(\log f_1)^\lambda \partial(\log f_2)^\mu}$$

också satisfierar (A). Enär dessa kunna lineärt uttryckas i fundamentalsystemet (20), finnas vissa relationer mellan koefficienterna i G_α, hvilka äro lätta att härleda och som fullständigt bestämma dessa polynom.

För att utföra beräkningen af koefficienterna $\mathfrak{P}_\lambda^{(\alpha\beta)}$ i utvecklingarna (18) kunna vi förfara på följande sätt:

Antag att $a_1, \ldots, a_n$ tillhör endast den singulära bilden $f_\mu = 0$ och ingen annan, och att $\frac{\partial f_\mu}{\partial x_1} \neq 0$ för $x_1 = a_1, \ldots, x_n = a_n$. Då kan man fixera en omgifning R' till detta ställe

$$|x_1 - a_1| < r', \ldots, |x_n - a_n| < r'_n \tag{R'}$$

sådan att alla punkter i dess inre äfven uppfylla de på $a_1, \ldots, a_n$ lagda vilkoren. Vi införa nu i systemet (A) såsom oberoende variabler

$$x = f_\mu, x_2, \ldots, x_n$$

i stället för

$$x_1, x_2, \ldots, x_n;$$

då kunna, enär determinanten

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial f_\mu}{\partial x_1} & 0 \ldots 0 \\ 0 & 1 \ldots 0 \\ \cdot & \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ 0 & 0 \ldots 0 \end{vmatrix} = \frac{\partial f_\mu}{\partial x_1}$$

är skild från noll inom R', variablerna $x_1, \ldots, x_n$ uttryckas såsom potensserier i $x, x_2 - a_2, \ldots, x_n - a_n$, hvilka konvergera inom det mot R' svarande området

$$|x| < \delta, |x_2 - a_2| < r'_2, \ldots, |x_n - a_n| < r'_n.$$

Låt resultatet af variabelombytet vara

$$(A') \quad \begin{cases} \frac{\partial^m z}{\partial x^m} + P_{11} \frac{\partial^{m-1} z}{\partial x^{m-1}} + \ldots + P_{m1} z = 0 \\ \frac{\partial z}{\partial x_i} = P_{1i} \frac{\partial^{m-1} z}{\partial x^{m-1}} + \ldots + P_{mi} z \qquad (i = 2 \ldots m) \end{cases}$$

så är

$$(21) \quad P_{\nu 1} = \frac{1}{\left(\frac{\partial f_\mu}{\partial x_1}\right)^\nu} (p_{\nu 1} + A_{\nu, \nu-1} p_{\nu-1, 1} + \ldots + A_{\nu, 1} p_{11} + A_{\nu, 0}) (\nu = 1 \ldots m)$$

där $A_{\nu\beta}$ äro hela rationela funktioner af derivatorna af f_μ i afseende på x_1. Betraktar man i den första af ekvationerna (A') $x_2, \ldots, x_n$ såsom parametrar, så har den för $|x| < \delta$ det enda singulära stället $x = 0$, och inom detta område äro dess koefficienter af rationel karakter.

Då kan man, enligt den af VON KOCH[1]) angifna metoden med tillhjälp af oändliga determinanter, framställa ett fundamentalsystem till denna ekvation

$$Z_1, \ldots, Z_m.$$

---

[1]) Acta Mathematica Bd 17. Jfr SCHLESINGER, Handbuch der Theorie der linearen Differentialgleichungen Bd I, sid. 272 ff.

Dess determinant D, som satisfierar ekvationen

$$\frac{\partial \log D}{\partial x} = -P_{11}, \tag{22}$$

har således formen

$$D = \varphi(x_2, \ldots, x_n) x^k e^{\sum_{-\infty}^{\infty} a_\lambda x^\lambda} \tag{23}$$

där serien i exponenten konvergerar för $|x| < \delta$, $|x_2 - a_2| < r'_2$, $\ldots, |x_n - a_n| < r'_n$. k är koefficienten för $\frac{1}{x}$ i $-P_{11}$ och kunde således a priori bero af $x_2, \ldots, x_n$, men det är lätt att se, att så icke är fallet. Ty emedan determinanten D_1 af det under formen (16) gifna fundamentalsystemet till (A), hvilken också satisfierar (22), kan skrifvas under formen

$$D_1 = \varphi_1(x_2, \ldots, x_n) x^{\varrho_1 + \varrho_2 + \cdots} e^{\Sigma a'_\lambda x^\lambda}$$

så kan k endast med ett helt tal skilja sig från summan af rötterna till fundamentalekvationen.

Nu kan man genom en närmare diskussion af de VON KOCH'ska formlerna lätt visa, att man alltid kan välja fundamentalsystemet så, att intet af dess element blir oändligt oberoende af x för speciella värden på $x_2, \ldots, x_n$, och att $\varphi(x_2, \ldots, x_n)$ ej blir noll. Dess determinant kan således skrifvas

$$D = x^k e^{\sum_{-\infty}^{\infty} a_\lambda x^\lambda}.$$

Låt nu $z_1, \ldots, z_m$ vara det under formen (16) gifna fundamentalsystemet till (A'), så är

$$z_\alpha = \sum_\delta C_{\delta\alpha}(x_2, \ldots, x_n) Z_\delta \qquad (\alpha, \delta = 1 \ldots m) \tag{24}$$

Såsom vi förut visat, bilda

$$C_{\delta 1}, \ldots, C_{\delta m}$$

ett fundamentalsystem till systemet

$$\frac{\partial C_\delta}{\partial x_\gamma} = \sum_\beta A_{\delta\beta\gamma} C_\beta \qquad \left(\begin{smallmatrix}\beta, \delta = 1 \ldots m \\ \gamma = 2 \ldots n\end{smallmatrix}\right) \tag{11}$$

hvars koefficienter, på grund af formen på D, *förhålla sig regulärt för*

$$|x_2 - a_2| < r'_2, \ldots, |x_n - a_n| < r'_n,$$

enär de på grund af integrabilitetsvilkoren voro oberoende af x.

Enligt existensteoremet kunna vi således framställa $C_{\delta\alpha}$ såsom potensserier

$$C_{\delta\alpha} = \mathfrak{P}_{\delta\alpha}(x_2 - a_2, \ldots, x_n - a_n)$$

konvergenta inom det ifrågavarande området.

Genom insättning i (24) och genom att åter införa x_1 som variabel i stället för x, erhålla vi den sökta framställningen inom R' af ett fundamentalsystem till (A).

Genom det viktiga resultat, att på grund af integrabilitetsvilkoren ett fundamentalsystem till (A) kan framställas under formen (24), där $C_{\delta\alpha}$ förhålla sig regulärt, äro alla frågor af allmänt funktionsteoretisk natur angående lösningarne till (A) återförda till motsvarande frågor för *en vanlig differentialekvation i* x, nämligen den första af (A'), och kunna således lösas utan användning af andra hjälpmedel än dem den vanliga teorin för lineära differentialekvationer har utbildat. Detta gäller dock endast så länge man håller sig inom ett område R' med de ofvan framstälda egenskaperna.

För att utsträcka de inom ett sådant område gjorda undersökningarne till hvarje punkt i vårt ursprungliga område R, erbjuder den (sid. 742) framstälda generalisationen af den LAURENT'ska satsen ett för många fall fullt tillräckligt hjälpmedel.

Den metod man härvid kan följa skola vi nu framställa vid behandlingen af den fråga, som utgör målet för denna afhandling, nämligen frågan om lösningarnes bestämdhetsförhållande. Detta problem kan formuleras på följande sätt: Sök nödvändiga och tillräckliga vilkoret för att ett fundamentalsystem

$$z_1, \ldots, z_m$$

skall i omgifningen af hvarje punkt $a_1, \ldots, a_n$ inom R kunna framställas under formen

$$(25) \qquad z_\alpha = f_{\mu_1}^{\varrho_1} \ldots f_{\mu_i}^{\varrho_i} P_\alpha(\log f_{\mu_1}, \ldots \log f_{\mu_i}) \qquad (\alpha = 1 \ldots m)$$

där koefficienterna i polynomen P äro reguljära i omgifningen af $a_1 \ldots a_n$, och

$$f_{\mu_1} = 0, \ldots, f_{\mu_i} = 0$$

äro de genom denna punkt gående singulära bilderna.

För att lösa detta problem, skola vi först något närmare utföra undersökningen för området R'. Vi använda det förut betraktade variabelombytet och studera ekvationerna (A').

Antaga vi, att ett inom R' definieradt fundamentalsystem

$$z_1, \ldots, z_m$$

förhåller sig bestämdt, så har, emedan $z_1, \ldots, z_m$ bilda ett fundamentalsystem till ekvationen

$$\frac{\partial^m z}{\partial x^m} + P_{11} \frac{\partial^{m-1} z}{\partial x^{m-1}} + \ldots + P_{m1} z = 0,$$

denna i $x = 0$ ett bestämdhetsställe. Man kan således skrifva denna ekvation under formen

$$(26) \quad D(x) = x^m \frac{\partial^m z}{\partial x^m} + x^{m-1} \mathfrak{P}_1 \frac{\partial^{m-1} z}{\partial x^{m-1}} + \ldots + \mathfrak{P}_m z = 0,$$

där $\mathfrak{P}_\nu$ äro potensserier, som konvergera för $|x| < \delta$, $|x_2 - a_2| < r'_2$, $\ldots$, $|x_n - a_n| < r'_n$. Har omvändt vår ekvation denna form, så har den ett fundamentalsystem af formen

$$Z_\alpha = x^{\varrho_\alpha} P_\alpha(\log x) \qquad (\alpha = 1 \ldots m)$$

där koefficienterna i P_α äro potensserier, som ej alla äro noll för $x = 0$, och ϱ_α äro rötterna till ekvationen

$$(27) \; f_0(\varrho) = \sum_{\varkappa=0}^{m} \mathfrak{P}_{m-\varkappa}(0, x_2 - a_2, \ldots, x_n - a_n) \varrho(\varrho - 1) \ldots (\varrho - \varkappa + 1) = 0,$$

eller öfverstiga, då denna har multipelrötter, desamma med hela tal.

Som man nu har

$$z_\alpha = \sum_\delta C_{\delta\alpha}(x_2, \ldots, x_n) Z_\delta \qquad (\alpha, \delta = 1 \ldots m)$$

och C_{δ_α}, enär $\frac{\partial f_\mu}{\partial x_1} = 0$, ej kunna höra till någon annan exponent än 0 i afseende på x, så måste $z_1, \ldots, z_m$ eller något annat fundamentalsystem till (A') höra till exponenterna $\varrho_1, \ldots, \varrho_m$ resp. i afseende på x. Således har man

$$\varrho_\alpha = \frac{1}{2\pi i} \log \omega_\alpha ,$$

där ω_α äro rötterna till fundamentalekvationen, och således äro ϱ_α oberoende af $x_1 \ldots x_n$. Häraf följer

$$(28) \qquad \mathfrak{P}_\varkappa(0, x_2 - a_2 \ldots x_n - a_n) = \text{konst.}$$

Låt oss nu, i det vi närmare utföra antydningarne å sid. 748, utföra beräkningen af $Z_1, \ldots, Z_m$. Vi sätta med FROBENIUS:[1])

$$D(x^\varrho) = x^\varrho f(x, \varrho),$$

där

$$f(x, \varrho) = \sum_{\varkappa=0}^{m} \mathfrak{P}_{m-\varkappa}(x, x_2 - a_2, \ldots, x_n - a_n)\varrho(\varrho - 1)\ldots(\varrho - \varkappa + 1)$$

$$= \sum_{\lambda=0}^{\infty} f_\lambda(\varrho) x^\lambda$$

och bilda serien

$$g(x, \varrho) = \sum_{\nu=0}^{\infty} g_\nu(\varrho) x^{\varrho+\nu}$$

där $g_0(\varrho)$ är arbiträr och koefficienterna $g_\nu(\varrho)$ äro bestämda genom likheterna

$$(29) \quad a_{\nu 0}(\varrho) g_0(\varrho) + a_{\nu 1}(\varrho) g_1(\varrho) + \ldots + a_{\nu\nu}(\varrho) g_\nu(\varrho) = 0 \qquad (\nu = 1, 2 \ldots)$$

med

$$a_{\alpha\beta}(\varrho) = f_{\alpha-\beta}(\varrho + \beta) .$$

Denna serie är absolut konvergent för $|x| < \delta$ och likformigt konvergent i afseende på ϱ i omgifningen af rötterna till (27) samt satisfierar differentialekvationen

$$D(z) = g_0(\varrho) f_0(\varrho) x^\varrho .$$

---

[1]) CRELLES Journ. Bd 76. SCHLESINGER, l. c. pag. 154 ff.

Af rekursionsformeln (29) erhålles

$$g_\nu(\varrho) = \frac{(-1)^\nu g_0(\varrho) h_\nu(\varrho)}{a_{11}(\varrho) \ldots a_{\nu\nu}(\varrho)},$$

där h_ν är determinanten

$$\begin{vmatrix} a_{10}(\varrho) & a_{11}(\varrho) & 0 & \ldots & 0 \\ a_{20}(\varrho) & a_{21}(\varrho) & a_{22}(\varrho) & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{\nu-1,0}(\varrho) & a_{\nu-1,1}(\varrho) & a_{\nu-1,2}(\varrho) & \ldots & a_{\nu-1,\nu-1}(\varrho) \\ a_{\nu 0}(\varrho) & a_{\nu 1}(\varrho) & a_{\nu 2}(\varrho) & \ldots & a_{\nu,\nu-1}(\varrho) \end{vmatrix}.$$

Låt nu $r_0, r_1, \ldots, r_\mu$ vara de till en och samma grupp hörande rötterna till den determinerande ekvationen $f_0(\varrho) = 0$, så att

$$r_\varkappa = r_\mu + q_\varkappa, \quad q_\varkappa = \text{helt tal}, \quad 0 = q_\mu < q_{\mu-1} < \ldots < q_0$$

och antag roten $r_\varkappa$ vara en $\lambda_\varkappa$-faldig rot.

Om N är största skillnaden mellan två till någon af grupperna hörande rötter, så är för

$$g_0(\varrho) = a_{11}(\varrho) \ldots a_{NN}(\varrho)$$

hvarje $g_\nu(\varrho)$ ändligt för ϱ i en viss omgifning till någon af rötterna till (27), och som

$$a_{\nu\nu}(\varrho) = f_0(\varrho + \nu)$$

på grund af (28) är oberoende af $x_2, \ldots, x_n$, så äro koefficienterna i $g(x, \varrho)$ potensserier i $x_2 - a_2, \ldots, x_n - a_n$.

Uttrycken

$$g^{(i)}(x, r_\varkappa) \qquad \begin{matrix} i - \lambda_0 - \lambda_1 - \ldots - \lambda_{\varkappa-1} = 0, 1, \ldots \lambda_\varkappa - 1 \\ \varkappa = 0, 1, \ldots \mu \end{matrix}$$

— där $g^{(i)}(x, \varrho) = \dfrac{\partial^i g(x, \varrho)}{\partial \varrho^i}$ — äro lösningar till $D(x) = 0$, och sammanfattningen af alla till de olika rotgrupperna hörande sådana uttryck bildar ett fundamentalsystem

$$Z_1, \ldots, Z_m,$$

som tydligen uppfyller de förut stälda vilkoren för att de med hjälp af detsamma bildade ekvationerna

$$\frac{\partial C_\delta}{\partial x_\gamma} = \sum_\beta A_{\delta\beta\gamma} C_\beta \qquad \left(\begin{smallmatrix}\beta.\ \delta=1\ldots m \\ \gamma=2\ldots n\end{smallmatrix}\right)$$

skola hafva sina lösningar reguljära inom R'.

Hör nu Z_α till roten ϱ_α till $f_0(\varrho) = 0$, och är z_α den af lösningarne i fundamentalsystemet (16) som hör till samma exponent, så måste

$$C_{\delta\alpha} = 0\,, \qquad (\alpha \neq \delta)$$

enär två element i fundamentalsystemet Z_α ej höra till samma exponent. Man har således

$$z_\alpha = C_\alpha(x_2\,, \ldots, x_n) Z_\alpha$$

där C_α satisfiera ekvationerna

$$\frac{\partial C_\alpha}{\partial x_\gamma} = \frac{1}{Z_\alpha}\left\{P_{1\gamma}\frac{\partial_{m-1} Z_\alpha}{\partial x_{m-1}} + \ldots + P_{m\gamma} Z_\alpha\right\} \cdot C_\alpha\,.$$

Härmed är således beräkningen af fundamentalsystemet inom R' afslutad.

Återgå vi till x_1 som oberoende variabel i stället för x, så kunna vi på grund af (21) draga följande slutsats ur de nu gifna utvecklingarne:

Nödvändiga och tillräckliga vilkoret för bestämdhetsförhållande inom R' är, att koefficienterna $p_{11} \ldots p_{m1}$ ha följande form

$$p_{\nu 1} = \frac{\mathfrak{P}_\nu(x_1 - a_1\,, \ldots, x_n - a_n)}{(f_\mu(x_1\,, \ldots, x_n))^\nu}\,.$$

Detta är just det af FUCHS (l. c. sid. 168) framstälda vilkoret. För att nu kunna allmänt behandla bestämdhetsfrågan, behöfva vi en hjälpsats, som vi formulera på följande sätt:

Om en entydig analytisk funktion $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$, hvilken förhåller sig regulärt öfverallt inom R utom möjligen för ställen belägna på de singulära bilderna, är regulär för ett ställe $x_1 = a_1, \ldots, x_n = a_n$ på $f_\mu = 0$, så måste den förhålla sig regulärt för hvarje på $f_\mu = 0$ beläget ställe, som icke tillhör någon af de öfriga singulära bilderna.

Ty vore satsen icke sann, så kunde man taga ett på $f_\mu = 0$ beläget ställe $a'_1\,, \ldots, a'_n$, som ej tillhör någon annan singulär



bild, i hvilket funktionen icke vore regulär, i en sådan närhet till $a_1, \ldots, a_n$, att konvergensområdet för den i omgifningen till $a'_1, \ldots, a'_n$ gällande utvecklingen

$$\varphi(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\mathfrak{P}_\nu(x_1 - a'_1, \ldots, x_n - a'_n)}{f_\mu^\nu}$$

och konvergensområdet för den reguljära utvecklingen i omgifningen af $a_1, \ldots, a_n$ hade någon del gemensam. Men som de båda uttrycken inom denna del öfverensstämma, kan utvecklingen kring $a'_1, \ldots, a'_n$ ej innehålla några negativa potenser af f_μ.

Som nu en kontinuerlig öfvergång från $a_1, \ldots, a_n$ till ett godtyckligt ställe på $f_\mu = 0$ kan förmedlas genom ett ändligt antal ställen sådana, att hvarje efterföljande ligger i det föregåendes omgifning, [1]) så finna vi genom att upprepa samma slutledning, att $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$ förhåller sig regulärt för hvarje ställe på $f_\mu = 0$, som kan erhållas ur $a_1, \ldots, a_n$ genom kontinuerlig öfvergång utan öfverskridande af någon af de öfriga singulära bilderna.

Betrakta vi nu $\varphi(x_1, \ldots, x_n)$ i omgifningen af den för bilderna $f_\mu = 0, \ldots, f_\nu = 0$ gemensamma punkten $a''_1 \ldots a''_n$, som för öfrigt antages så belägen, att funktionen enligt det nyss bevisade förhåller sig regulärt för ställen på $f_\mu = 0$ i hvarje närhet till $a''_1, \ldots, a''_n$, så måste utvecklingen i denna punkt

$$\varphi(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{n_\mu \ldots n_\nu = 0}^{\infty} \frac{\mathfrak{P}_{n_\mu \ldots n_\nu}}{f_\mu^{n_\mu} \ldots f_\nu^{n_\nu}}$$

icke innehålla några negativa potenser af f_μ.

Detta uttryck kan således utvecklas i potensserie för alla punkter på $f_\mu = 0$ i omgifningen af $a''_1, \ldots, a''_n$, som ej tillhöra de öfriga singulära bilderna, och genom att fortsätta detta resonnemang kunna vi utsträcka regularitetsområdet för φ till det i satsen angifna.

---

[1]) Detta är en följd af monogeneiteten hos bilden $f_\mu = 0$.

Vi använda nu detta på bestämdhetsproblemet. Om R innehåller ett oändligt antal singulära bilder, så afgränsa vi ett område, som endast innehåller ett ändligt antal, låt vara

$$f_1 = 0, \ldots, f_k = 0.$$

Enligt det förut bevisade kan ett fundamentalsystem inom detta område framställas under formen

$$z_\alpha = f_1^{\varrho_{1\alpha}} \ldots f_k^{\varrho_{k\alpha}} \cdot P_\alpha(\log f_1, \ldots, \log f_k) \quad (\alpha = 1 \ldots m)$$

där koefficienterna i P_α äro entydiga. Antag, att i k punkter

$$a_{1\mu}, \ldots, a_{n\mu} \qquad (\mu = 1 \ldots k)$$

där $a_{1\mu}, \ldots, a_{n\mu}$ tillhör endast bilden $f_\mu = 0$ och ej är ett nollställe till $\frac{\partial f_\mu}{\partial x_1}$, de nödvändiga och tillräckliga vilkoren för bestämdhetsförhållande äro uppfyllda. Koefficienterna i P_α förhålla sig således, vid lämpligt val af $\varrho_{1\alpha}, \ldots, \varrho_{k\alpha}$, regulärt i dessa punkter. Enligt vår hjälpsats förhålla de sig således regulärt inom hela det afskilda området.

Enär detta område var godtyckligt, kunna vi således uttala följande fundamentala sats:

Nödvändiga och tillräckliga vilkoret för att lösningarne till systemet (A) skola förhålla sig bestämdt inom området R, som innehåller de singulära bilderna,

$$f_1 = 0, f_2 = 0 \ldots$$

är, att det finnes punkter

$$\begin{array}{c} a_{11}, \ldots, a_{n1} \\ a_{12}, \ldots, a_{n2} \\ \cdots\cdots \end{array}$$

sådana att $a_{1\mu}, \ldots, a_{n\mu}$ *tillhör endast bilden* $f_\mu = 0$ *och ej är ett nollställe till* $\frac{\partial f_\mu}{\partial x_1}$, *i hvilkas omgifning* $p_{11}, \ldots, p_{m1}$ *kunna utvecklas under formen*

$$p_{\nu 1} = \frac{\mathfrak{P}_\nu(x_1 - a_{1\mu}, \ldots, x_n - a_{n\mu})}{f_\mu^\nu} \qquad \binom{\mu = 1, 2 \ldots}{\nu = 1 \ldots m}$$

Härvid är uteslutet det fall, att någon af f_μ ej innehåller x_1, men detta fall kan lätt reduceras på det förra genom att taga en af $x_2, \ldots, x_n$ till hufvudvariabel i stället för x_1.

Undersökningen om ofvanstående vilkor äro uppfyllda, erfordrar tydligen för hvar och en af $f_\mu = 0$ endast ett *ändligt* antal operationer.

Hvad beträffar allmänna analytiska uttryck för koefficienterna i (A), hvilkas utseende vi endast känna i omgifningen af ställena $a_{1\mu}, \ldots, a_{n\mu}$, äro sådana lätta att erhålla. Af determinantrelationerna (6) följer, att $p_{\nu i}$ kunna innehålla negativa potenser af $f_1, f_2 \ldots$ endast till ändligt antal. De äro således af rationel karakter inom R och kunna således framställas såsom kvot mellan två inom R konvergenta potesserier

$$p_{\nu i} = \frac{P_{\nu i}}{Q_{\nu i}}.$$

Genom att jämföra med utvecklingarne i omgifningen af $a_{1\mu}, \ldots, a_{n\mu}$ finner man

$$Q_{\nu i} = (f_1 \cdot f_2 \ldots)^{k_{\nu i}}$$

där $k_{\nu i}$ är ett visst helt tal. Specielt är

$$p_{\nu 1} = \frac{P_{\nu 1}}{(f_1 f_2 \ldots)^\nu}.$$

Hittills hafva vi betraktat endast system med entydiga koefficienter; det fall, då de äro af algebraisk karakter, låter lätt återföra sig på det nu betraktade. Låt

$$G(x, x_1, \ldots, x_n) = 0$$

vara den i x algebraiska likhet, som definierar den ifrågavarande irrationaliteten, så att $p_{\nu i}$ kunna uttryckas rationelt i x med inom R entydiga funktioner af $x_1, \ldots, x_n$ som koefficienter. Man kan då framställa hela den algebroidiska bilden genom ett ändligt antal funktionselement [1])

[1]) Jfr Kobb, Journal de Math. 1892.

$$\left.\begin{array}{l} x - a_\nu = \mathfrak{P}_\nu(t_1, \ldots, t_n) \\ x_1 - a_{\nu 1} = \mathfrak{P}_{\nu 1}(t_1, \ldots, t_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n - a_{\nu n} = \mathfrak{P}_{\nu n}(t_1, \ldots, t_n) \end{array}\right\} (\nu = 1 \ldots k)$$

och genom att till nya oberoende variabler taga $t_1, \ldots, t_n$ eller lineära kombinationer af dem, kan man för hvarje ν bilda ett med (A) ekvivalent system af samma form med i $t_1, \ldots, t_n$ entydiga koefficienter.

En särskildt anmärkningsvärd klass af system med entydiga koefficienter äro de, hvilkas lösningar förhålla sig bestämdt för alla, ändliga eller oändliga, värden på $x_1, \ldots, x_n$. Dess koefficienter äro då öfverallt af rationel karakter, d. v. s. äro, enligt en bekant sats (HURWITZ, Crelles Journ. Bd 95) rationella funktioner.

Denna klass är tydligen analog med den FUCHS'ska klassen af vanliga lineära differentialekvationer, och till densamma höra de i inledningen omnämnda generalisationerna af den hypergeometriska seriens differentialekvation.

Stockholm 1896. Kungl. Boktryckeriet.

ÖFVERSIGT

AF

KONGL. VETENSKAPS-AKADEMIENS FÖRHANDLINGAR.

Årg. 52. 1895. № 10.

Onsdagen den 11 December.

INNEHÅLL:

Med anledning af remiss från Kongl. Maj:t å framställningar af Professorerne O. PETTERSSON, AUG. WIJKANDER och Herr G. EKMAN rörande fortsättning af de hydrografiska undersökningarne m. m. afgåfvo Herrar RUBENSON, HILDEBRANDSSON och THÉEL infordrade utlåtanden, som af Akademien godkändes såsom grund för hennes eget underdåniga utlåtande i ämnet.

Med anledning af en på ministeriel väg ankommen och till Akademiens utlåtande remitterad inbjudning från Royal Society i London till de Förenade Rikena att genom ombud deltaga i en internationel konferens derstädes för behandling af frågan om internationel samverkan för utgifvande af en fortlöpande katalog öfver vetenskaplig litteratur afgåfvo Herrar LINDSTRÖM och HASSELBERG infordradt utlåtande, som likaledes af Akademien godkändes.

Professor CHR. AURIVILLIUS hade afgifvit berättelse om de resor, som han i egenskap af Letterstedtsk stipendiat utfört i mellersta och södra Europa för anställande af entomologiska forskningar så väl i naturen som i museer.

Till införande i Bihanget till Akademiens Handligar antogos följande inlemnade afhandlingar: 1:o) »Beschreibung einiger obersilurischen Korallen der Insel Gotland», af Professor G. LINDSTRÖM; 2:o) »Ueber Triuris lutea (GARDA)» af Amanuensen Dr. G. O. A. MALMÉ; 3:o) Das Plankton des Baltischen Meeres», af Docenten C. W. S. AURIVILLIUS; 4:o) Experimentiel undersökning af den ventilerade psykrometern», af Filos. Kandidaten A. SVENSSON.

Herr WITTROCK förevisade och beskref åtskilliga synnerligen värdefulla skänker, som under innevarande års sommar och höst blifvit till Bergianska Stiftelsens samligar öfverlemnade.

Herr THÉEL redogjorde för innehållet af ofvannämnda reseberättelse af Professor CHR. AURIVILLIUS.

Sekreteraren meddelade följande inlemnade uppsatser: 1:o) »Ueber unendlich oft oscillirende Funktionen», af Docenten T. BRODÉN*; 2:o) »Stridulationsorgan och ljudförnimmelser hos myror», af Lektor G. ADLERZ*; 3:o) »Ett specialfall af tre-kropparsproblemet. Två himlakroppar röra sig på lika stora afstånd från den tredje», af studerande A. E. FRANSÉN*; 4:o) »Om ett matematiskt-statistiskt sätt att numeriskt beräkna värdet af en tillämnad enkekassas förpligtelser», af Amanuensen G. ENESTRÖM*.

Genom anstälda val kallades till inländska ledamöter af Akademien Intendenten för Riksmuseets Entomologiska afdelning Professor PER OLOF CHRISTOFER AURIVILLIUS och Förste Amanuensen vid K. Vitterhets Historie och Antiqvitets Akademien GUSTAF OSCAR AUGUSTIN MONTELIUS, samt till utländska ledamöter Direktorn för den naturhistoriska afdelningen af Britisch Museum WILLIAM HENRY FLOWER och Direktorn för det Nederländska Botaniska Institutet i Buitenzorg på Java. A. TREUB.

Det *Beskowska* stipendiet beslöt Akademien tilldela Docenten vid Upsala universitet WILHELM PALMÆR med uppgift att vid Stockholms Högskolas fysiska institution utföra en undersökning öfver reaktionshastigheten vid inversion af rörsocker.

Följande skänker anmäldes:

Till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

Stockholm. *Svenska Akademien.*
Handlingar ifrån år 1886. D. 9(1894). 8:o.
— *Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Sveriges officiela statistik. 6 häften. 4:o.
— *Kongl. Landtbruksstyrelsen.*
Meddelanden. 8 häften. 8:o.
Verksamheten vid de kemiska stationerna. 1892—94. 8:o.
5 småskrifter.
— *Sveriges geologiska undersökning.*
Carte géologique internationale de l'Europe. Livr. 1. Berlin 1894. Fol.
— *Svenska trädgårdsföreningen.*
Tidskrift. Ny följd. 1895: N:r 10—11. 8:o.
— *Geologiska föreningen.*
Abhandlungen zur geologischen Specialkarte von Elsass-Lothringen. Bd 5: H. 3—4. Strassb. 1895. 8:o.
Falun. *Stora Kopparbergs Bergslags aktiebolag.*
Förteckning öfver Bergslagets Mineralkabinett. 1895. 4:o.
» » » Bibliothek. 1895. 8:o.
» » » Myntkabinett. 1895. 4:o.
Halmstad. *Hallands läns hushållningssällskap.*
Handlingar. 1895: H. 1. 8:o.
Upsala. *Universitets-Biblioteket.*
Årsskrift. 1894. 8:o.
Dissertationer & Program. 1894/95. 15 st.
Austin. *Texas academy of sciences.*
Transactions. Vol. 1: N:o 4. 1895. 8:o.
Baltimore. *Johns Hopkins university.*
American journal of mathematics. Vol. 16(1894): N:o 4; 17(1895): 1—3. 4:o.
American chemical journal. Vol. 16(1894): N:o 7—8; 17(1895): 1—7. 8:o.
Studies in historical and political science. Ser. 12(1894): 8—12; 13 (1895): 1—8. 8:o.
American journal of philology. Vol. 15(1894): 2—4; 16(1895): 1. 8:o.
Circulars. Vol. 15: N:o 121—122. 1895. 4:o.
Batavia. *K. Natuurkundig Vereeniging in Nederl.-Indië.*
Natuurkundig tijdschrift voor Nederl.-Indië. D. 54. 1895. 8:o.
Boekwerken der tafel gebracht in de vergaderingen van de directie. Jaar 1893—94. 8:o.

Belfast. *Natural history and philosophical society.*
Report and proceedings. Session 1894/95. 8:o.
Belgrad. *Académie R. de Serbie.*
Spomenik (Mémoires). 26—27, 29. 1895. 4:o.
Glas (Bulletin). 48. 1895. 8:o.
Berlin. *Physikalische Gesellschaft.*
Die Fortschritte der Physik. Jahrg. 45(1889): Abth. 1–3. 8:o.
— *K. Preussisches meteorologisches Institut.*
Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen in Potsdam i. J. 1894. 4:o.
Bern. *Departement des Innern, Abth. Bauwesen. — Département fédéral de l'Intérieur, Section des travaux publics.*
Tableau graphique des observations hydrométriques suisses. 1894: 1—16. Fol.
Meteorologische Beobachtungen an 12 Stationen der Schweiz. 1894: Sem. 2. 4:o.
Bonn. *K. Sternwarte.*
Veröffentlichungen. N:o 1. 1895. 4:o.
Bruxelles. *Académie R. des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique.*
Bulletin. (3) T. 30(1895): N:o 9–10. 8:o.
— *Observatoire R. de Belgique.*
Annales. — Observations météorologiques d'Uccle. 1893: 9. 4:o.
Bucarest. *Institutul meteorologic.*
Buletinul observatiunilor meteorologice din Romania. Anul 3(1894). 4:o.
Budapest. *Ungarische geologische Anstalt.*
Földtani közlöny (Geologische Mittheilungen). K. 25(1895): 1–5. 8:o.
Mittheilungen aus dem Jahrbuche. Bd 9: H. 7. 1895. 8:o.
— *Musée national de Hongrie.*
Természetrajzi füzetek Vol. 18(1895): 1–4. 8:o.
Buenos Aires. *Sociedad científica Argentina.*
Anales. T. 40(1895): Entr. 4. 8:o.
Calcutta. *Asiatic society of Bengal.*
Journal. N. S. Vol. 64(1895): P. 1: N:o 2. 8:o.
Proceedings. 1895: N:o 7–8. 8:o.
Cambridge. *Philosophical society.*
Proceedings. Vol. 8: P. 5. 1895. 8:o.
Cambridge, Mass. *Museum of comparative zoology.*
Memoirs. Vol. 19: N:o 1. 1895. 4:o.
Bulletin. Vol. 27: N:o 5–6. 1895. 8:o.
Chambésy. *Herbier Boissier.*
Bulletin. T. 3(1895): N:o 11–12. 8:o.
Chemnitz. *K. Sächsisches meteorologisches Institut.*
Das Klima des Königreichs Sachsen. H. 3. 1895. 4:o.

(Forts. å sid. 806.)

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 10.
Stockholm.

Ueber unendlich oft oscillirende Funktionen.

Von T. BRODÉN.

(Meddeladt den 11 December 1895 genom A. LINDSTEDT.)

1. Unter eindeutigen Funktionen einer reelen Veränderlichen, welche in einem endlichen Intervalle unendlich viele *Maxima* und *Minima* haben, deren *Häufungsstellen nicht abzählbar*[1]) sind, kann man zwei Hauptarten unterscheiden: die Menge *M* der Max.-Min.-Stellen ist im ganzen Intervalle kondensirt[2]) — oder sie ist in keinem noch so kleinen Partialintervalle kondensirt; oder mit einer anderen Ausdrucksweise: jede Stelle des Intervalles gehört zur »derivirten Menge» $M^{(1)}$[3]) — oder diese Menge ist, obgleich von der zweiten Mächtigkeit,[1]) in keinem Partialintervalle kondensirt[4]) (selbstverständlich sind ausserdem Zwischen-Arten denkbar).

Beide Fälle können bei Stetigkeit und Derivirbarkeit der Funktion vorkommen.

Stetige und derivirbare Funktionen mit überall kondensirten Max.-Min.-Stellen hat A. KÖPCKE (Math. Annalen XXIX p. 123—140, XXXIV p. 161—171) durch ziemlich komplicirte geometrische Konstruktionen hergestellt.[5]) Sowohl diese Kon-

---

[1]) S. G. CANTOR, Acta Math. Bd II, p. 311—13, 352—53, 384.

[2]) CANTOR, l. c. p. 351.

[3]) CANTOR, l. c. p. 350.

[4]) Beispiele nicht-abzählbarer Mengen, welche in keinem Partialintervalle kondensirt sind, findet man leicht; s. CANTOR l. c. p. 407, I. BENDIXSON, Öfversigt af Vet.-Akad. Förhandlingar 1883, p. 31—35.

[5]) Eine andere Darstellung mittels Summen von trigonometrischen Reihen hat derselbe Verf. ausserdem gegeben, Mitteilungen der Hamburger Matematischen Gesellschaft II, p. 128—53.

struktionen selbst, alt auch die Darlegung, dass sie wirklich zu den erwünschten Funktionenverhältnissen führen, lassen sich bedeutend vereinfachen, wie ich auf anderer Stelle in Zusammenhange mit ausführlichen Untersuchungen verwandter Fragen zeigen werde.

Auch für stetige und derivirbare Funktionen, welche der zweiten der erwähnten Arten gehören, lassen sich derartige direkte Darstellungen finden. Hierauf werde ich doch gegenwärtig nicht eingehen. Dagegen erlaube ich mir im Folgenden eine einfache Methode herzustellen, mittels welcher man aus gewissen stetigen und derivirbaren Funktionen *ohne* Max.-Min. Funktionen der nun fraglichen Art herleiten kann.

2. Es sei

$$(1) \qquad \omega_1\,,\ \omega_2\,,\ \omega_3\,,\ \ldots\ \omega_n\,,\ \ldots \text{ in inf.}$$

eine abzählbare, aber in einem gewissen Intervalle A überall kondensirte Werthmenge, und $\varphi(x)$ eine mit x durchaus wachsende, stetige Funktion, welche für alle endliche x eine bestimmte, endliche (positive) und stetig sich ändernde Ableitung $\varphi'(x)$ hat, mit Ausnahme für $x = 0$, indem $\varphi'(0) = \infty$ ist (oder $\varphi(x)$ habe wenigstens diese Eigenschaften im Gebiete $-l \leqq x \leqq +l$, wo l die Länge des Intervalles A bedeutet). Man bilde nach dem von Weierstrass angegebene »Condensationsprincipe»[1]) eine Funktion

$$(2) \qquad \psi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \varphi(x - \omega_n)\,,\ c_n > 0\,,$$

welche im Intervalle A stetig ist und die Ableitung

$$(3) \qquad \psi'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \varphi'(x - \omega_n)$$

besitzt, welche für alle im Systeme (1) nicht eingehende x einen endlichen Werth hat. Da alle $\varphi(x - \omega_n)$ mit x durchaus wachsen, und alle $c_n > 0$ sind, so wächst auch $\psi(x)$ durchaus

[1]) S. G. CANTOR, Math. Annalen XIX, p. 588—94. Vgl. unten, § 4.

mit x, und in $\psi'(x)$ ist jedes Glied > 0; nur wird für alle $x = \omega_n$ ein Glied in $\psi'(x)$ unendlich gross, und also auch $\psi'(x) = \infty$.

Man betrachte eine beliebige Stelle ω_n. Für hinreichend kleinen Werth von $|x - \omega_n|$ ist $\varphi'(x - \omega_n)$ beliebig gross, und also auch $c_n\varphi'(x - \omega_n)$ beliebig gross. Da in (3) negative Glieder nicht vorkommen, ist aber $\psi'(x) > c_n\varphi'(x - \omega_n)$. Also liegt für eine hinreichend kleine Umgebung von ω_n die Derivirte $\psi'(x)$ oberhalb einer beliebigen Grenze. Ferner ist niemals $\psi'(x) = 0$.

Es bedeute nun $F(x)$ die *Umkehrung* der Funktion $\psi(x)$. Es ist auch $F(x)$ eine Funktion, welche in einem gewissen Intervalle B stetig ist und mit x durchaus wächst; für die abzählbare, aber im Intervalle B überall kondensirte Menge von x-Werthen

$$\varphi(\omega_1)\,,\ \varphi(\omega_2\,,)\ \varphi(\omega_3)\,,\ \ldots\ \varphi(\omega_n)\,,\ \ldots$$

oder kurz

$$\alpha_1\,,\ \alpha_2\,,\ \alpha_3\,,\ \ldots\ \alpha_n\,,\ \ldots \tag{4}$$

ist $F'(x) = 0$; für alle andere x hat $F'(x)$ einen bestimten endlichen Werth > 0; aber in einer hinreichend kleinen Umgebung einer Stelle α_n liegt $F'(x)$ unter einer beliebig kleinen Grenze. Die Stellen, wo $F'(x)$ grösser ist als eine gewisse positive Grösse k, können somit — da die α_n überall condensirt sind — in keinem Partialintervalle überall kondensirt sein.

Anderseits bilden alle Stellen, wo $F'(x) > 0$ ist, eine nicht-abzählbare Menge (da die Nullstellen abzählbar sind). Hieraus folgt, dass wenn k hinreichend klein aber > 0 ist, schon diejenigen Stellen, wo $F'(x) > k$ ist, eine nicht-abzählbare Menge bilden. Man nehme nämlich an, dass für einen gewissen k-Werth $= k_1$ diese Menge abzählbar ist, und es sei k_1, k_2, ... k_n, ... eine Grössenreihe, welche die Bedingungen $k_{n+1} < k_n$, $\lim\limits_{n=\infty} k_n = 0$ erfüllt; wenn für jeden n-Werth die Stellen, wo $k_n \geq F'(x) > k_{n+1}$ ist, abzählbar wären, so würde man durch successive Hinzu-

fügung aller Stellen, welche bei unbegrenzt wachsendem n die Bedingung $k_n \geqq F'(x) > k_{n+1}$ erfüllen, eine abzählbare Menge abzählbarer Mengen von x-Werthen erhalten, d. h. eine abzählbare x-Menge; anderseits erreicht man bei diesem Verfahren alle überhaupt mögliche positive Werthe von $F'(x)$, welche $\leqq k_1$ sind; folglich würden die x-Werthe mit $0 < F'(x) \leqq k_1$, und somit auch sämmtliche x, für welche $F'(x) > 0$ ist, abzählbar sein. Da dies nicht der Fall ist, muss es also einen ersten n-Werth geben, für welchen die Stellen mit $k_n \geqq F'(x) > k_{n+1}$, und also sämmtliche Stellen mit $F'(x) > k_{n+1}$ eine nicht-abzählbare Menge bilden.

3. Gesetzt also, dass für ein nicht-abzählbares System von x-Werthen $F'(x) > k > 0$ ist, nehme man eine andere positive Grösse $m \leqq k$, und bilde die stetige Funktion

$$f(x) = F(x) - mx\,, \tag{5}$$

deren Ableitung

$$f'(x) = F'(x) - m \tag{6}$$

ist.[1]

Für jede Stelle α_n ist $F'(x) = 0$, also $f'(x) = -m$. Und in einer hinreichend kleinen Umgebung von α_n ist $F'(x)$ überall $< m$, also $f'(x) < 0$. Da die α_n im Intervalle B überall kondensirt sind, giebt es folglich eine nicht-abzählbare und im ganzen Intervalle kondensirte Menge von Stellen, wo $f'(x) < 0$ ist. Anderseits ist ja $F'(x) > k$, und also, da $k \geqq m$ ist, $f'(x) > 0$ für eine nicht-abzählbare aber in keinem Partialintervalle kondensirte Menge von x-Werthen. Diese Menge muss, wie jede nicht-abzählbare Menge, ein nicht-abzählbares System von Häufungsstellen besitzen. In einer beliebig kleinen (oberen oder unteren) Nähe einer solchen Häufungsstelle liegen Stellen mit $f'(x) > 0$, aber anderseits auch Stellen mit $f'(x) < 0$, da die Gesammtheit solcher Stellen ja überall kondensirt ist. Dies bedeutet aber, dass in der Nähe der fraglichen Stelle die Funktion $f(x)$ unendlich oft

---

[1]) Vergl. *Dini*, Fondamenti per la teorica delle funzioni di variabili reali, Pisa 1878, §§ 141–172.

zunimmt und unendlich oft abnimmt und somit unendlich viele Maxima und Minima hat. Also besitzt $f(x)$ eine unendliche Menge von *Maximi- und Minimi-Stellen, deren Häufungsstellen nicht-abzählbar sind;* aber diese Häufungsstellen sind, dem Vorigen zufolge, *in keinem Partialintervalle kondensirt,* was selbstverständlich dann auch von den Max.-Min.-Stellen gilt (die Häufungsstellen bestehen übrigens nicht nur aus den Stellen, in deren Nähe $F'(x) > k$ ist, sondern überhaupt aus denjenigen, in deren Nähe $F'(x) > m$, und also $f'(x) > 0$ ist).

4. Im Vorigen wurde vorausgesetzt, dass — in Übereinstimmung mit dem erwähnten »Condensationsprincipe» — die für die Funktion $\psi(x)$ erforderten Eigenschaften durch geeignete Wahl der Koefficienten c_n wirklich realizirbar seien. Hierbei ist Folgendes zu bemerken: wir nahmen unter Anderem an, dass $\psi'(x)$ keine andere Unendlichkeitsstellen als die abzählbare Menge ω_n hatte; es ist aber offenbar für unseren jetztigen Zweck hinreichend, wenn es nur gilt, dass die Stellen, wo $\psi'(x)$ endlich ist, eine nicht-abzählbare Menge bilden. Mit dieser Modification lässt es sich in der That zeigen, dass (wenigstens für gewisse $\varphi(x)$) die erwähnten Bedingungen erfüllbar sind. Dagegen ist es sogar wahrscheinlich, dass andere Unendlichkeitsstellen für $\psi'(x)$ als die ω_n immer unvermeidlich sind; jedenfalls gilt dies z. B. im Falle $\varphi(x) = \sqrt[3]{x}$. Ich werde auf diese Fragen ausführlich zurückkommen.

Ferner ist zu bemerken, dass aus dem Vorigen nicht hervorgeht, wie klein die Zahl m sein muss: wir können nur sagen, dass wenn m hinreichend klein ist, so hat $f(x)$ die erwähnten Eigenschafte. Doch kann man als wahrscheinlich annehmen, dass m beliebig nahe an der oberen Grenze für $F'(x)$ genommen werden kann.

5. Selbstverständlich gilt es übrigens unabhängig von der Darstellungsweise der Funktion $F(x)$, dass für hinreichend kleinen m-Werth die entsprechende Funktion $f(x)$ die erwähnten Eigenschaften hat, sobald nur $F'(x)$ für eine überall kondensirte Menge

von x-Werthen gleich Null ist und in einer hinreichend kleinen Umgebung einer solchen Stelle überall unter einer beliebig kleinen Grenze liegt, aber für eine nicht-abzählbare x-Menge > 0 ist. Auch lässt sich die Sache zu dem Falle ausdehnen, dass wenigstens an gewissen Stellen eine *vordere* Derivirte $F_+'(x)$ und eine davon verschiedene *hintere* Derivirte $F_-'(x)$ existiren. Durch Grenzübergang mit einer gewissen Art gebrochener Linien ist es mir (wie ich auf anderer Stelle darstellen werde) in der That gelungen, eine Funktion $F(x)$ mit folgenden Eigenschaften zu bekommen: $F(x)$ ist stetig und nimmt mit x durchaus zu; für eine überall kondensirte und nicht-abzählbare Menge von x-Werthen existirt eine bestimmte Derivirte $F'(x) > 0$; für eine andere überall kondensirte und nicht-abzählbare x-Menge ist $F'(x) = 0$; die restirenden x-Werthe bilden eine überall kondensirte, aber abzählbare Menge, für welche $F_+'(x)$ und $F_-'(x)$ verschieden sind, indem $F_+'(x) > 0$, $F_-'(x) = 0$ ist; und in einer hinreichend kleinen Umgebung einer Stelle mit $F'(x) = 0$ bez. in einer hinreichend kleinen unteren Nähe einer Stelle mit $F_-'(x) = 0$ liegt $F'(x)$ oder $F_+'(x)$ beliebig Nahe an Null.

Die aus diesen Funktionen $F(x)$ hervorgehenden $f(x)$ haben entsprechende Eigenschaften.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 10.
Stockholm.

Stridulationsorgan och ljudförnimmelser hos myror.

Af GOTTFRID ADLERZ.

(Meddeladt den 11 December 1895 genom HJ. THÉEL.)

Finnas några otvetydiga bevis för att insekterna förnimma ljud? — Det är mycket långt ifrån att angående svaret på denna fråga någon enighet herskar. Medan å ena sidan män sådana som NEWPORT, LÉON DUFOUR, J. MÜLLER, v. SIEBOLD, LEYDIG, LANDOIS, LESPÈS, GRABER — åtskilliga andra att förtiga — ansett det otvifvelaktigt, att insekterna hafva hörselförmåga, stå deremot P. HUBER, PERRIS, DUGÈS och FOREL tviflande, möjligen med undantag för en del orthopterer, angående hvilka mera planmessiga experiment föreligga.

Icke utan skäl tillvitar FOREL[1]) en del, för att icke säga de flesta, af de naturforskare, som på experimentell väg sökt utreda frågan, att de ej vid sina försök vidtagit tillräckliga försigtighetsmått mot mekaniska dallringar af underlaget, enär insekterna visa en utomordentlig känslighet för sådana.

När DUFOUR[2]) anser hörseln hos insekter otvifvelaktig, derför att fältsyrsan upphör med sitt läte, om man stampar med foten på marken 2 à 3 meter från hennes plats, eller derför att *Anobium* genast afbryter sitt tick-tack i väggen, om man flyttar en stol i rummet, så är det påtagligt, att han förbisett de rent

---

[1]) *Expériences et remarques critiques sur les sensations des insectes* [Recueil Zoologique Suisse T. IV. N:o 2] sid. 222 och ff.

[2]) *Quelques mots sur l'organe de l'odorat et sur celui de l'ouïe dans les insectes.* [Actes de la Société Linnéenne de Bordeaux, Tome XVI, 2me Ser. T. VI, sid. 263.]

mekaniska dallringar, som i dessa fall kunna förnimmas medels ifrågavarande insekters känselorgan. Detsamma kan sägas om LANDOIS,[1]) då han anser sig ha påvisat hörsel hos myror, derför att de förskräckta kommo fram ur sina gångar, då han på deras stack kastade en stor korsspindel.

Helt annorlunda äro de försök, som GRABER[2]) företagit, hufvudsakligen med fältsyrsan, och genom hvilka framgår, att åtminstone detta djur har påtaglig hörselförmåga.

Med större eller mindre visshet kan detsamma sägas om åtskilliga andra orthopterer.

Om man erinrar sig, att icke blott en stor del af orthopterernas grupp, utan äfven en mängd andra insekter: cicader, longicornier, lamellicornier, hymenopterer m. fl., äro utrustade med speciella ljudorgan, stundom af ganska komplicerad beskaffenhet och påfallande effekt, så tyckes det vara endast en skyldig tribut åt logiken att tillskrifva samma djur förmågan att uppfatta — låt vara på något annat sätt än vi — de ljud, som de sjelfva frambragt. Att med PERRIS[3]) betrakta humlans surrande och myggans pipande såsom »en naturens lek» torde vara en ståndpunkt, som ej delas af många nutida naturforskare. Den, som sett en gräshopphane sittande framför sin hona och, oförtrutet spelande, göra henne sin kärleksförklaring, kan väl knappast undgå tanken, att det gnisslande ljudet afser att göra något behagligt intryck på henne. Estetikens lagar ega endast en relativ giltighet. Om i detta fall meningen med ljudet tycks ligga i öppen dag, så är detta likväl ej alltid förhållandet. En timmerman, fasthållen mellan fingrarne, jämrar sig sakta under nickande rörelser med hufvud och thorax, och en tordyfvel i samma belägenhet beklagar sig högljudt, i det han utför stridulationsrörelser med sin bakkropp. Såsom skräckmedel mot en öfvermägtig fiende torde ljuden ifråga vara föga verksamma, och

---

[1]) *Thierstimmen*, 1874, Freiburg i/Br (citerad af FOREL).

[2]) *Die tympanalen Sinnesorgane der Orthopteren.* [Denkschr. der K. Akad. der Wissensch. in Wien. Bd 36, 2:te Abth., sid. 111, 1876.]

[3]) *Mémoire sur le siège de l'odorat dans les articulés.* [Actes de la Soc. Linn. de Bordeaux, T. XVI. 2me Ser. F. VI.] sid. 240.

sannolikt är deras betydelse en annan. Jag sluter dertill af följande iakttagelse på en annan skalbagge.

På en sälgstam kröpo åtskilliga individer, både hanar och honor, af *Cryptorhynchus Lapathi.* Flere voro stadda i parning, och hanarne täflade dervid om besittningen af honorna,[1] i det flere samtidigt sågos försöka krypa upp på samma honas rygg. Ofta sågs en hona med två ofvanpå hvarandra sittande hanar på sin rygg, såsom man kan få se vid parningen af *Formicoxenus.* Vid dessa tillfällen gaf alltid endera af hanarne eller båda sitt missnöje tillkänna genom ganska ljudlig stridulation. Att stridulationen här var ett uttryck för den förorättade partens misshag och ej anlagd på att behaga honan, sluter jag deraf, att ingen stridulation kunde förmärkas annat än i de fall, då två hanar försökte knuffa undan hvarandra, äfvensom deraf, att djuret stridulerar på samma sätt, om man håller det fast mellan fingrarne. Då stridulationen således i detta fall påtagligen är uttryck för en missbelåten (jag kan ej om den flegmatiske skalbaggen använda uttrycket »uppretad») sinnesstämning, är väl stor sannolikhet för, att den utgör ett slags skräckmedel, hvarmed den mest energiske hanen möjligen kan förmå en mindre modig rival att rymma fältet. Att eljes ur utilitetens synpunkt här förklara stridulationsförmågan förefaller nästan omöjligt. Vare härmed huru som helst, så är det likväl härmed ådagalagdt, att stridulationsraspen kommer till användning vid inbördes misshälligheter skalbaggarne emellan, hvadan sålunda ljudorganet i fråga åtminstone ej kan betraktas uteslutande såsom ett skräckmedel mot fiender af annat slag. Likartade fall med åtskilliga andra skalbaggar omtalas i literaturen, äfvensom flere andra, i hvilka de frambragta ljuden tyckas vara ett eggelsemedel, genom hvilket könen söka inverka på hvarandra.

Bland hymenopterer känner man sedan länge *Mutilla europaea* såsom stridulerande. Hos myror påvisades ett förmodadt

---

[1]) De hos det ena könet hvitfjälliga kroppsdelarne ha hos det andra könet en gulaktig anstrykning, en könskaraktär. som ej nämnes af THOMSON i hans »Skandinaviens Coleoptera».

stridulationsorgan först af LANDOIS[1]) (hos *Ponera* och *Lasius fuliginosus*) samt sedan af LUBBOCK[2]) (hos *Lasius flavus*), men ingendera af dessa författare omnämner sig hafva hört några ljud. LUBBOCK beskrifver raspen hos *Lasius flavus* såsom belägen på framkanten af 3:dje abdominalsegmentets ryggskena. Emellertid har jag aldrig sett någon *Lasius*-art göra några stridulationsrörelser, och sådana omnämnas ej heller af någon författare.

Under senare åren har ämnet återupptagits af flere författare, bland hvilka SHARP[3]) framhåller, att myrorna frambringa ljud, i det de med bakkanten af 2:dra abdominalsegmentets dorsalplåt[4]) skulle gnida mot en rasp på 3:dje abdominalsegmentet.

JANET[5]) uppgifver sig ha hört tydliga stridulationer från *Myrmica* och *Tetramorium*. Han omtalar hos *Myrmica* en stridulationsrasp belägen på framkanten af 3:dje abdominalsegmentets dorsalplåt (petiolarlederna här betraktade såsom abdomens första segment), hvilken skulle gnidas mot den nedböjda bakkanten af 2:dra abdominalsegmentet (2:dra petiolarleden). Hans beskrifning öfverensstämmer sålunda med SHARPS.

WASMANN[6]) anför några meddelanden af WROUGTHON (*Our Ants:* Journ. Bombay Nat. Hist. Soc. 1892), enligt hvilka denne märkt tydliga ljud frambragta af *Cremastogaster Rogenhoferi*, under det dessa dervid utförde stridulationsrörelser med sin abdomen. Ännu tydligare ljud frambragtes af *Lobopelta*. WASMANN meddelar sig sjelf hafva iakttagit ljud, som frambringades

---

[1]) *Thierstimmen.*

[2]) *Ants, Bees and Wasps*, sid. 231.

[3]) *On Stridulation in Ants* [Trans. Ent. Soc., London sid. 199—213.]

[4]) 1:sta petiolarleden härvid betraktad såsom 1:sta abdominalsegmentet.

[5]) *Sur la morphologie du squelette des segments postthoraciques chez les Myrmicides.* [Mémoires de la Soc. Académ. de l'Oise, t. XV. 1894] sid. 603.

Sur l'anatomie du pétiole de Myrmica rubra L. [Mém. de la Soc. Zool. de France 1894], sid. 187 (3).

Note sur la production des sons chez les Fourmis et sur les organes qui les produisent. [Ann. Soc. Ent. France. Vol. 62, sid. 159—168.]

[6]) *Lautäusserungen der Ameisen.* [Biol. Centralblatt 1893, sid. 39.]

af *Myrmica ruginodis*, samt anför äfven ett meddelande af SWINTON,[1]) enligt hvilket denne, sedan han sett en *Myrmica ruginodis* stridulera, vid undersökning trott sig finna ett stridulationsorgan beläget på framkanten af 3:dje och bakkanten af 2:dra abdominalsegmenten, således på en plats motsvarande den af JANET (se ofvan) hos samma art angifna.

EMERY slutligen påpekar[2]) tillvaron af en stridulationsrasp på framkanten af 3:dje abdominalsegmentet hos de stora amerikanska Poneriderna af slägtena *Paraponera* och *Pachycondyla*. Genom att med bakkanten af föregående segment gnida mot denna rasp lyckades han hos döda djur frambringa ljud, mycket liknande Mutillernas stridulation. Sedermera erhöll han äfven från Pará en *Pachycondyla*-art jämte bifogad uppgift, att denna myra i lefvande tillstånd läter höra stridulationsljud.

Redan i *Svenska myror*, sid. 191 och 239, har jag påpekat förmodade stridulationsrörelser hos *Leptothorax* och *Tomognathus*, då jag omnämner, att misshandlade individer af båda dessa slägten pläga hastigt röra sin abdomen uppåt och nedåt. Hos såväl *Leptothorax* som *Tomognathus* har jag funnit en stridulationsrasp, belägen på motsvarande ställe till de i det föregående omnämnda, d. v. s. på öfre sidan af det knappformade parti, med hvilket 3:dje abdominalsegmentet ledar i motsvarande fördjupning i 2:dra abdominalsegmentet (d. v. s. 2:dra petiolarleden). Denna stridulationsrasp utgöres af ett litet upphöjdt, trekantigt fält, försedt med ytterst fina parallela tvärlister, tydligen uppkomna genom en tvärutsträckning och regelbunden anordning af de nätmaskor, som eljes, oregelbundet fördelade, utgöra chitinhudens struktur på öfriga delar af abdominalsegmenten. Såsom man kan se af stridulationsrörelserna, gnides denna rasp mot bakkanten af 2:dra petiolarleden. Alla tre könen af såväl *Leptothorax* som *Tomognathus* äro försedda med denna rasp, och alla tre könen stridulera också.

---

[1]) *Note on the stridulation of Myrmica ruginodis and other Hymenoptera.* [Entom. Monthl. Mag. XIV, 1878—79, s. 187.]

[2]) *Zirpende und springende Ameisen.* [Biol. Centralblatt 1893, sid. 189.]

Fastän de med denna stridulationsapparat frambragta ljuden äro för svaga att kunna direkt förnimmas af menskliga öron, har det dock lyckats mig att med tillhjelp af en mikrofon göra dem fullt hörbara och tydliga. Härvid tillgick så, att myrorna i fråga fastklibbades med hufvudet vid mikrofonens kolstaf i en sådan ställning, att det öfriga af kroppen stod fritt ut från stafven och benen vid sina rörelser ej kunde nå densamma. I denna situation beklagade sig myran nästan oafbrutet medels ofvanbeskrifna stridulationsrörelser med sin abdomen, hvarvid det från andra insekter välbekanta taktmässiga stridulationsljudet mycket tydligt förnams i hörluren. En person, som lyssnade derpå, liknade det träffande vid knarrandet af en skosula. Då stridulationsrörelserna stundom upphörde, men myran i stället gjorde häftiga rörelser med benen vid försöken att lösgöra sig, hördes andra oregelbundna ljud, tydligt skilda från de rytmiska och knarrande stridulationsljuden. *Formica sanguinea* och *fusca*, behandlade på samma sätt, läto ej höra några stridulationsljud, hvilket ju ej heller var att vänta, då de ej ses göra några rörelser, som gifva anledning att misstänka stridulation.

Myror, som fasthållas och misshandlas af fiender, stridulera. Då den ena *Tomognathus*-individen lekfullt bortsläpar en annan ur samma samhälle, plägar den bortsläpade stridulera. En myra, som matar en annan, plägar ofta stridulera, likaså en myra, som matar larverna.[1]) En hane, som före parningen smeker honan med antenner och mundelar, plägar också stridulera. Stridulationen måste påtagligen vara ett uttryckssätt för sinnesstämningen, ett uttryckssätt, som måste uppfattas med hörselsinnet. A priori borde man kunna sluta, att insekter, som äro försedda med ljudorgan, och som i sitt inbördes samlif använda dessa

---

[1]) JANET [Sur *Vespa germanica* et *V. vulgaris*, Limoges 1895, sid. 22] meddelar, att larven af *V. vulgaris* visade tydlig förmåga att förnimma ljud. Under sådana förhållanden vore ju ej otänkbart, att äfven myrlarverna kunde besitta samma förmåga, hvarigenom den nämnda stridulationen vid larvernas matande kunde få sin förklaring.



ljudorgan, förmå uppfatta åtminstone de med dem frambragta ljuden.

Förutom hos *Tomognathus* och *Leptothorax* finner jag en synnerligen tydlig och välutvecklad rasp på motsvarande segment hos flere arter af de sydamerikanska bladskärande myrorna (*Atta*). Någon uppgift om att arterna af detta slägte skulle stridulera föreligger visserligen ej, men blir sannolikt i betraktande af den starkt utbildade raspen.

Hos arterna af slägtet *Formica* finnas fina, parallela tvärstrimmor i framkanten af 3:dje och 4:de segmenten, men att dessa här kunna spela rollen af stridulationsorgan förefaller så mycket osannolikare, som dessa myror aldrig ses göra några stridulationsrörelser. Föröfrigt vore platsen olämplig, enär abdomen ofta är utspänd, så att intersegmentalmembranerna framträda, i hvilka fall naturligtvis ingen stridulation skulle kunna ifrågakomma. Detsamma skulle kunna sägas om slägtet *Lasius*.

Om, såsom af det föregående framgår, stridulationsorgan ej äro sällsynta hos myror, så återstår att besvara frågan, om myror verkligen kunna förnimma ljud. Alla hittills offentliggjorda försök i detta afseende hafva gifvit negativt resultat, om man bortser från LANDOIS' ofvan meddelade försök, hvilket påtagligen grundar sig på ett missförstånd. Detsamma skulle kunna sägas om LUBBOCKS[1]) citat ur en resebeskrifning från Centralafrika, hvari omtalas, huru några infödingar, som sutto vid ingången till ett myrbo, medels slag på ett slags trumma framlockade myrorna. Här är det påtagligen fråga om dallringar i marken, på samma sätt som när myrorna visa sig upprörda, om man stampar på marken på rätt stort afstånd från deras bo.

Både HUBER och FOREL anse myror såväl som bin och getingar fullkomligt okänsliga för ljud. Angående den senares försök[2]) vill jag tillåta mig den anmärkningen, att ögonblicket att undersöka biens hörselförmåga ej är väl valdt, om man begagnar tillfället, då de hålla på att suga honing ur blommorna

[1]) *Ants, Bees and Wasps*, sid. 226.
[2]) *Sensations des insectes*, sid. 223.

och sålunda med sin kända arbetsifver hafva hela sin uppmärksamhet koncentrerad på sin sysselsättning.

LUBBOCK har med stor ihärdighet gjort upprepade försök med både myror, bin och getingar, men lyckades aldrig få se något, som kunde tyda på att de uppfattade några ljud. Hvarken »de ljudligaste och gällaste toner, som han frambragte på en flöjt, en hvisselpipa och en violin, eller de mest genomträngande och förskräckliga läten, som han kunde åstadkomma med sin egen stämma»,[1]) syntes göra något intryck på dem. Emellertid aktar sig LUBBOCK väl att af sina misslyckade försök draga den slutsatsen, att djuren i fråga verkligen skulle sakna hörsel. Han är tvärtom benägen att tillskrifva dem detta sinne, ehuru han tror, att deras hörselförmåga är betydligt afvikande från vår, så att de t. ex. skulle kunna förnimma för oss ohörbara ljud.

Sjelf har jag bidragit[2]) att befästa den föreställningen, att myrorna synas okänsliga för ljud, enär jag oaktadt många försök ej lyckats få se något som tydde på motsatsen. Icke ens ett så starkt ljud som af ett skott, afskjutet bredvid en myrstack, sågs göra något intryck på myrorna.

De försök, som jag på senare tiden anställt, hafva emellertid gifvit ett annat resultat, och jag vet nu med säkerhet, att vissa myror, nämligen *Formica sanguinea*, *fusca* och *rufa*, kunna uppfatta ljud, som hvarken behöfva vara synnerligen starka eller ligga högt på tonskalan. Sedan jag gjort några fåfänga försök att märka någon inverkan af hvarjehanda ljud på *Tomognathus* och *Leptothorax*, anordnades liknande försök med ett fånget *sanguinea*-samhälle, inneslutet i ett observationsbo mellan tvänne i trälister inramade glasskifvor. Ett stråkdrag på en violin i närheten af boet kom dessa myror att spritta till och börja springa omkring, ifall de förut suttit stilla. Upprepade försök visade, att detta icke var en tillfällighet, utan att det påtagligen var mot ljudet som myrorna reagerade på detta sätt. Emellertid

[1]) *Ants, Bees and Wasps*, sid. 222.

[2]) *Svenska myror*, sid. 7.



var det i ögonen fallande, att icke alla individer i lika grad röjde någon inverkan af ljuden. Under det en del äfven vid starka ljud icke gjorde den minsta rörelse, läto andra medels en karaktäristisk rörelse med sina antenner uppåt och utåt märka, att de förnummit ljudet, medan ännu andra ryckte till och sprungo några steg framåt eller till och med tycktes råka i stor förskräckelse och fortsatte sina häftiga rörelser en stund. I all synnerhet var det sista förhållandet med tvänne vinglösa och äggproducerande honor.

Äfven då de båda glasskifvorna tungt belastades, för att försvåra deras vibration, blef resultatet detsamma, äfvensom då myrorna placerades i ett öppet kärl af tjockt glas. Genom dessa försigtighetsmått är en förnimmelse medels känselsinnet af underlagets vibration utesluten, särskildt som kärlet placerades på ett mjukt underlag för att hindra möjliga vibrationer i bordsskifvan att fortledas.

Förnimmelsen omfattade alla toner på violinen, dock tycktes tonerna på *G*-strängen åstadkomma största effekten, medan åter tonernas inverkan tycktes aftaga med stigande tonhöjd. Dock kunde ännu vid anstrykning af sexstrukna *E* hos vissa individer skönjas en svag, men dock tydlig verkan.

Det största afstånd från glaslådorna, på hvilket ljudet från violinen märktes utöfva någon inverkan på myrorna, var omkring 1 meter.

En hvissling, ett rop, skrapandet med en fil på en glasbit, m. fl. ljud utöfvade samma inverkan.

Äfven de *fusca*-slafvar, som vistades i *sanguinea*-samhället, reagerade mot ljuden, fastän svagare än *sanguinea*. Försöken upprepades med individer från flera andra *sanguinea-fusca*-samhällen och med samma resultat. Ännu svagare än *fusca* reagerade *rufa* mot alla af mig framkallade ljud.

Deremot var det omöjligt att upptäcka någon inverkan på *Camponotus*, *Lasius niger*, *flavus*, *mixtus* och *fuliginosus*, *Myrmica*-arterna, *Tomognathus* samt *Leptothorax*-arterna. Sannolikt kan man dock ej deraf draga den slutsatsen, att dessa senare

myror ej alls kunna förnimma några ljud, men möjligen att deras förnimmelseförmåga omfattar någon annan del af ljudskalan än den, som vid försöken kommit till användning. Måhända kunna de uppfatta toner med så höga svängningstal, att de ej af oss kunna förnimmas. Denna förklaring blir dock onödig i fråga om de arter, hvilka sjelfva äro utrustade med ljudorgan, som frambringa för oss hörbara ljud.

Såsom ofvan framhållits, reagerade olika *sanguinea*-individer på mycket olika sätt mot ljuden, så att till och med många alls icke tycktes påverkade. Då man svårligen kan förutsätta så stora individuella olikheter i sinnesorganens utveckling hos samma art, att en stor del individer ej ens skulle förnimma starkare ljud af samma slag, som andra förnummo, äfven då de voro vida svagare, synes det, som skulle förklaringen ligga i olika temperament hos de olika individerna. Att, såsom förut blifvit nämndt, honorna skenbarligen starkare påverkades, tyder sannolikt mera på deras större skygghet än på finare hörsel.

På samma sätt måste vid bedömande af olika insekters känslighet för ljud tagas i betraktande, huruvida temperamentets tröghet kan vara orsaken till, att vissa insekter alls ej synas röja någon inverkan af några, äfven de starkaste ljud. Det skulle vara svårförklarligt, om *sanguinea* skulle blifvit utrustad med finare förnimmelseförmåga i detta afseende än närslägtade former. I artens lefnadsförhållanden tyckes åtminstone ingenting tyda på nyttan eller nödvändigheten af mera utbildad hörsel. Men *sanguinea* har ett lifligare temperament än de flesta af sina slägtingar och reagerar derför tydligare mot yttre inverkningar af hvarjehanda slag, så t. ex. vid mekaniska dallringar af underlaget, åstadkomna genom en sakta skrapning med en fil mot kanten af den låda, der myrorna äro inspärrade. Sannolikt skulle försök, anställda med den likaledes mycket lifliga *Formica exsecta*, ådagalägga, att äfven denna art röjer tydliga tecken till hörselförmåga.

Om hörselförmåga hos insekterna är omtvistad, så är i icke mindre grad förhållandet detsamma med platsen för hörselorganen.

De flesta författare tyckas tyckas dock vilja tillskrifva antennerna denna roll, och om det också måste medgifvas, att i de flesta fall de direkta försök, som skulle fälla det afgörande utslaget, lemna åtskilligt öfrigt att önska i beviskraft, så synes denna åsigt vara den, för hvilken de mest talande skälen kunna anföras. Angäende deremot de hos vissa orthopterer förekommande s. k. tympanalorganen, hvilka redan af upptäckarne, J. MÜLLER och v. SIEBOLD, ansågos vara hörselorgan, mera, såsom det tycks, derför att de i sin byggnad erinrade om dylika organ hos de högre vertebraterna, än på grund deraf att de påvisats fungera såsom sådana, så tycks deras roll af hörselorgan vara mer än tvifvelaktig. Såsom GRABER påvisar i sin vidlyftiga monografi öfver detta ämne, tala minst lika många skäl för som emot, och bland dessa senare torde det tyngst vägande, för att ej säga afgörande, skälet vara det, att hörselförmågan i ingen mån synes lida hos dessa djur efter exstirpationen af ifrågavarande organ. Om man det oaktadt framhärdar i att vilja anse tympanalorganen för hörselorgan, måste man göra det osannolika medgifvandet, att ifrågavarande djur äro utrustade med två slags i läge och byggnad väsendtligt olika organ för samma sinnesförnimmelse.

Af sina försök anser sig GRABER kunna sluta,[1]) att antennerna spela en betydande roll vid ljudens uppfångande, och att den egentliga akustiska nervapparaten befinner sig någonstädes i hufvudet, d. v. s. hos *Locustider*, *Gryllider* och *Acridiider*, ty i sina senare arbeten[2]) anser han, att hos *Periplaneta* hörselsinnet ej är lokaliseradt, utan att förmågan att förnimma ljud är utbredd öfver hela kroppen.

Hvad nu särskildt myrorna angår, så kunna följande försök bidraga till lösning af frågan, om förmågan af ljudförnimmelse hos dem är lokaliserad eller ej.

1. På ett antal af omkr. 20 *sanguinea*-arbetare afklipptes antennerna, hvarefter de åter försattes till sitt samhälle, der de snart åter repade sig. Oaktadt förlusten af sitt förnämsta orien-

[1]) l. c. sid. 119.

[2]) Archiv f. microscop. Anat. Bd XX och XXI

teringsorgan voro de ännu en månad efter operationen vid full vigör, tack vare sina kamraters bistånd, hvaremot de, öfverlemnade åt sig sjelfva, utan tvifvel snart skulle hafva gått under.

Då nu de förutnämnda försöken med hvarjehanda ljud upprepades, medan myrorna befunno sig inuti de på ett mjukt underlag (en flerdubbel filt) hvilande glaslådorna, visade äfven några af de antennlösa myrorna genom reflexrörelser tecken till att de förnummo ljuden, ehuru, af rörelserna att döma, förnimmelsen var mindre liflig än hos de med antenner utrustade. Vid denna senare omständighet kan dock ej läggas mycken vigt, då, såsom ofvan blifvit nämndt, äfven de med antenner försedda myrorna reagerade på mycket olika sätt mot ljuden. Emellertid var inverkan alldeles påtaglig. Vid hvarje stråkdrag på violinen sågos de nämnda antennlösa springa några steg, och dessa rörelser framkallades af såväl de högsta som de lägsta tonerna. *Antennerna äro således åtminstone ej ensamma förmedlare af ljudförnimmelsen.*

2. Några af de med antenner försedda myror, hvilka förut visat tydlig ljudförnimmelse, infångades, och deras hufvud afklipptes. De afklippta hufvudena placerades på ett flerdubbelt underlag af tjockt, fuktadt läskpapper (styft och tunnt papper, om också ej spändt, bringas, såsom jag öfvertygade mig, af starka ljud lätt i dallring). Några af hufvudena visade, få ögonblick sedan de blifvit skilda från kroppen, inga lifstecken. Andra åter gjorde flere timmar derefter lifliga rörelser med antenner och mandibler, så snart de berördes. Men äfven utan yttre påverkan voro antennerna i ständig rörelse, hvaremot mandiblerna voro hopslutna. Då starka ljud frambragtes genom att med en fil skrapa på en glasskifva, och isynnerhet vid slag med filen på glasskifvan, röjde ett af hufvudena, genom att för hvarje gång vidt uppspärra sina mandibler, sin förnimmelse af ljuden. I detta fall voro hufvudena på det nämnda underlaget af fuktadt läskpapper placerade på botten af ett tomt dricksglas af tjockt gods. Ljuden frambragtes på några centimeters afstånd från glaset, dels på

sidan derom, dels öfver glasets öppning. I senare fallet gjordes ett kontrollförsök på det sätt, att samma rörelser utfördes med filen ofvan glasets öppning utan att beröra glasskifvan, i hvilket fall mandiblernas rörelser uteblefvo. Häraf framgår, att det ej kunde vara möjligen uppkommande luftdrag, ej heller luktförnimmelse, som framkallade mandiblernas nyssnämnda reflexrörelser.

Af försöket framgår, att organet för ljudförnimmelsen här befinner sig i hufvudet.

3. Samma hufvud, beröfvadt sina antenner, visade ingen känslighet för ljud, ehuru mandiblerna fortfarande vidt utspärrades, då hufvudet berördes.

Häraf framgår, att sannolikt antennerna i försök 2 förmedlade ljudförnimmelserna.

4. De hufvudlösa kropparne visade länge lifsföreteelser, i det benen i början voro i nästan oafbruten rörelse. Efter någon tids förlopp afstannade denna rörelse, utom vid yttre retning, t. ex. genom beröring, då rörelserna åter blefvo lifliga. Kropparne placerades dels på ofvannämnda underlag af fuktadt läskpapper, dels på mjukt tyg och lemnades i fullständigt lugn, till dess orörlighet inträdt. Tarsernas rörelser fortforo längst. Sedan äfven dessa afstannat, upprepades försöken med hvarjehanda ljud. Mot dessa reagerade flere af de hufvudlösa kropparne medels mer eller mindre tydliga rörelser med benen, visserligen vida svagare än hos de lefvande myrorna, men otvetydiga nog för att göra sannolikt, att i dessa fall en verklig inverkan af ljuden egde rum på några i den hufvudlösa kroppen befintliga organ.

Om också, i betraktande af de antennrörelser, en myra utför vid ljudförnimmelse, antennerna sannolikt äro speciella hörselorgan, på samma gång som de påtagligen äro lukt- och känselorgan, framgår af det föregående, att de ej äro nödvändiga för ljudförnimmelse, utan att påtagligen ljudförnimmande organ befinna sig äfven i andra kroppsdelar. Tillsvidare åtminstone har man ingen anledning att söka dem annat än i de »känselhår», som, spridda här och der på kroppen, äro förmedlare af subtila

känselförnimmelser och möjligen också skulle besitta en så hög grad af känslighet, att de kunna förmedla förnimmelsen af luftvibrationer, d. v. s. ljudförnimmelser i vanlig mening. Men äfven om så ej skulle vara, utan om de nämnda fenomenen hos myror, trots alla försigtighetsmått, skulle visa sig framkallade genom vibration af underlaget, så utesluter ej detta möjligheten, att dessa vibrationer af insekter kunna uppfattas såsom ljud, på samma sätt som fisken uppfattar af vattnet fortledda ljudvågor eller vi sjelfva med örat intill marken kunna förnimma ljudet af en på afstånd rullande vagn. I alla händelser synes det, som om gränsen mellan dessa båda slag af förnimmelser, då det ej gäller sådana speciella hörselorgan, som vi sjelfva och de flesta andra vertebrater besitta, skulle vara svår, om ej omöjlig, att uppdraga, och att man vid bedömandet af kvaliteten af de lägre djurens förnimmelser måste stanna vid mer eller mindre sannolika gissningar.

Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar. 1895. N:o 10.
Stockholm.

Ett specialfall af tre-kroppars-problemet: Två himlakroppar röra sig på lika stora afstånd från den tredje.

Af A. Edv. Fransén.

[Meddeladt den 11 December 1895 genom N. C. Dunér.]

1. För att göra framställningen så kort som möjligt ansluter jag den till § 1 af Jacobis lätt tillgängliga Mémoire sur l'élimination des noeuds dans le problème des trois corps.[1]) Jag behåller för formlerna Jacobis numrering från (1) till (21) och fortsätter med (22) och följande. I somliga upplagor finner man typerna ξ, v, ζ i (1) och cos U i (8), men jag följer de andra, som ha ξ, η, ζ i (1) och cos V i (8).

2. Det är tillåtet att göra den lineära substitutionen (2), såvida eliminationsresultatet af (2) blir (1), således om

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{vmatrix} \mp 0, \quad \begin{vmatrix} \alpha_2 & \beta_2 \\ \alpha & \beta \end{vmatrix} \mp 0, \quad \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha_1 & \beta_1 \end{vmatrix} \mp 0. \quad . \quad . \quad (22)$$

På grund af (6) kunna dessa tre vilkor uttryckas i ett enda, nemligen $\varepsilon \mp 0$. Sedan vi funnit detta om kvantiteterna α och β, öfvergå vi till γ och δ enligt (10). Man finner genom hopmultiplicering, att t. ex.

$$\gamma_1\delta_2 - \gamma_2\delta_1 = (\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1) + (\alpha_2\beta - \alpha\beta_2) + (\alpha\beta_1 - \alpha_1\beta).$$

[1]) Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris, t. 15, p. 236—255, 8 Aug. 1842.
Journal für Mathematik, B. 26, p. 115—131, år 1843.
Journal de Mathématiques, t. 9, p. 313—333, år 1844.
Astronomische Nachrichten, B. 20, p. 81—98, 99—102.
Gesammelte Werke, B. 4, p. 295—316, år 1886.

Iakttag nu (6) och beteckningen M i (20), så fås

$$\gamma_1\delta_2 - \gamma_2\delta_1 = \varepsilon M.$$

Deraf är klart, att vi ha en formel, analog med (6), nemligen

$$\gamma_1\delta_2 - \gamma_2\delta_1 = \gamma_2\delta - \gamma\delta_2 = \gamma\delta_1 - \gamma_1\delta = \varepsilon M. \quad . \quad . \quad (23)$$

Vilkoret $\varepsilon \neq 0$ leder nu till tre vilkor, analoga med (22), nemligen

$$\begin{vmatrix} \gamma_1 & \delta_1 \\ \gamma_2 & \delta_2 \end{vmatrix} \neq 0, \quad \begin{vmatrix} \gamma_2 & \delta_2 \\ \gamma & \delta \end{vmatrix} \neq 0, \quad \begin{vmatrix} \gamma & \delta \\ \gamma_1 & \delta_1 \end{vmatrix} \neq 0. \quad . \quad . \quad (24)$$

3. För att ledigare kunna röra oss med ekvationssystemet (13) använda vi tre beteckningar

$$\left.\begin{aligned} J &= \frac{m_1 m_2}{\varrho^3}\gamma^2 + \frac{m_2 m}{\varrho_1^3}\gamma_1^2 + \frac{m m_1}{\varrho_2^3}\gamma_2^2, \\ J_1 &= \frac{m_1 m_2}{\varrho^3}\delta^2 + \frac{m_2 m}{\varrho_1^3}\delta_1^2 + \frac{m m_1}{\varrho_2^3}\delta_2^2, \\ J_2 &= \frac{m_1 m_2}{\varrho^3}\gamma\delta + \frac{m_2 m}{\varrho_1^3}\gamma_1\delta_1 + \frac{m m_1}{\varrho_2^3}\gamma_2\delta_2. \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

Derför

$$\left.\begin{aligned} \mu\frac{d^2x}{dt^2} &= -Jx - J_2x_1 = \frac{\partial U}{\partial x}, \\ \mu\frac{d^2y}{dt^2} &= -Jy - J_2y_1 = \frac{\partial U}{\partial y}, \\ \mu\frac{d^2z}{dt^2} &= -Jz - J_2z_1 = \frac{\partial U}{\partial z}, \\ \mu_1\frac{d^2x_1}{dt^2} &= -J_1x_1 - J_2x = \frac{\partial U}{\partial x_1}, \\ \mu_1\frac{d^2y_1}{dt^2} &= -J_1y_1 - J_2y = \frac{\partial U}{\partial y_1}, \\ \mu_1\frac{d^2z_1}{dt^2} &= -J_1z_1 - J_2z = \frac{\partial U}{\partial z_1}. \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

Vi se, hvilken oerhörd förenkling det vore, om man kunde få $J_2 = 0$. Låt oss derför se till, huruvida γ och δ, sex kvantiteter, underkastade tre vilkor, nemligen (11) och sista ekvationen

(21), kunna bestämmas så, att J_2 blir noll. Antag först, att ϱ, ϱ_1, ϱ_2 variera oberoende af hvarandra. Då borde vi ha

$$\gamma\delta = 0\,, \quad \gamma_1\delta_1 = 0\,, \quad \gamma_2\delta_2 = 0\,.$$

Således skulle åtminstone *två* konstanter af den ena sorten vara noll, likgiltigt hvilkendera, således t. ex. $\delta_1 = 0$ och $\delta_2 = 0$. Men detta strider mot (24). Antag sedan, att *ingen* term i J_2 är noll, men att ϱ, ϱ_1, ϱ_2 stå i konstanta förhållanden till hvarandra. Detta blir ett specialfall af tre-kroppars-problemet, åt hvilket LAGRANGE egnat det andra af de fyra kapitel, som bilda hans Essai sur le problème des trois corps, [1]) prisbelönt af franska vetenskaps-akademien år 1772. LAGRANGE bevisar der, att en sådan rörelse är möjlig endast i de båda enkla fall af *plan* rörelse, då $\varrho = \varrho_1 = \varrho_2$ eller då $\varrho = \varrho_1 + \varrho_2$, d. v. s. då afstånden bilda en liksidig triangel eller då de ligga i rät linie. Och dessa båda partikulära lösningar af tre-kroppars-problemet äro de enda, som hittills blifvit exakt behandlade. [2])

4. Att göra *två* termer i J_2 till noll är onyttigt och för öfrigt omöjligt. Ty antag t. ex.

$$\gamma\delta = 0\,, \quad \gamma_1\delta_1 = 0\,,$$

så följer af sista ekvationen (21), att äfven

$$\gamma_2\delta_2 = 0\,,$$

således alla tre termerna i J_2 noll. Och detta bevisades nyss vara omöjligt. Nu återstår endast den möjligheten att göra *en* term i J_2 till noll. Det vore frestande att efterfölja JACOBI, som i slutet af § 2 låter $\delta_2 = 0$. Men då enligt början af § 1 m skulle vara massan hos solen, m_1 och m_2 hos de båda planeterna, samt vi strax få anledning att särskildt studera det fall, att två massor äro lika stora, ligger det närmast till hands att låta $m_1 = m_2$, och i så fall är det *första* termen i J_2, som bör försvinna. Låt då den första konstanten γ vara noll. De fem

---

[1]) Prix de l'Académie, t. 9. Oeuvres de LAGRANGE, t. 6, p. 229—324. TISSERAND, Mécanique céleste, I, Ch. VIII, p. 128—157.

[2]) TISSERAND, l. c., p. 157, § 58.

återstående äro underkastade tre vilkor, som framgå ur (11) och sista ekvationen (21) för $\gamma = 0$, således

$$\gamma_1 + \gamma_2 = 0\,, \quad \delta + \delta_1 + \delta_2 = 0\,, \quad m_2\gamma_1\delta_1 + m_1\gamma_2\delta_2 = 0\,. \quad (27)$$

Två konstanter förbli obestämda, låt vara γ_1 och δ_1. Men γ och δ, γ_2 och δ_2 erhålla nu följande bestämning

$$\gamma = 0\,, \quad \delta = -\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)\delta_1\,, \quad \gamma_2 = -\gamma_1\,, \quad \delta_2 = \frac{m_2}{m_1}\delta_1\,. \quad (28)$$

Derför enligt (25)

$$\left.\begin{aligned} J &= m\gamma_1^2\left(\frac{m_2}{\varrho_1^3} + \frac{m_1}{\varrho_2^3}\right), \\ J_1 &= \frac{m_2}{m_1}\delta_1^2\left[\frac{(m_1 + m_2)^2}{\varrho^3} + m\left(\frac{m_1}{\varrho_1^3} + \frac{m_2}{\varrho_2^3}\right)\right], \\ J_2 &= mm_2\gamma_1\delta_1\left(\frac{1}{\varrho_1^3} - \frac{1}{\varrho_2^3}\right). \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (29)$$

5. Att nu göra J_2 till noll innebär, att man inskränker sig till sådana partikulära lösningar, som uppfylla vilkoret $\varrho_1 = \varrho_2$, d. v. s. att de tre afstånden mellan kropparne ständigt bilda en *likbent* triangel. Enligt LAGRANGE är sådan rörelse möjlig, om äfven den tredje sidan är lika med de båda andra, d. v. s. om den *likbenta* triangeln specialiseras till *liksidig*. I denna uppsats skall visas, att det finnes *åtminstone ett fall till*.

6. Antag på försök, att rörelsen kan försiggå på sådant sätt, att $\varrho_1 = \varrho_2$ under huru lång tid som helst. Då är enligt (29)

$$J = (m_1 + m_2)\gamma_1^2 \cdot \frac{m}{\varrho_1^3}\,, \quad J_1 = \frac{m_2}{m_1}(m_1 + m_1)\delta_1^2\left(\frac{m}{\varrho_1^3} + \frac{m_1 + m_2}{\varrho^3}\right), \quad J_2 = 0 \quad (30)$$

och enligt (26)

$$\left.\begin{aligned} &\mu\frac{d^2x}{dt^2} = -Jx = \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right), \quad \mu\frac{d^2y}{dt^2} = -Jy = \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right), \\ &\qquad \mu\frac{d^2z}{dt^2} = -Jz = \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right), \\ &\mu_1\frac{d^2x_1}{dt^2} = -J_1x_1 = \left(\frac{\partial U}{\partial x_1}\right), \quad \mu_1\frac{d^2y_1}{dt^2} = -J_1y_1 = \left(\frac{\partial U}{\partial y_1}\right), \\ &\qquad \mu_1\frac{d^2z_1}{dt^2} = -J_1z_1 = \left(\frac{\partial U}{\partial z_1}\right). \end{aligned}\right\} (31)$$

Jag sätter parentes omkring de partiela derivatorna af U för att erinra derom, att deriveringen i allmänhet måste tänkas verkstäld *före* specialiseringen $\varrho_1 = \varrho_2$, så att U i (31) ej utan vidare får anses betyda kraftfunktionen, sådan den blifvit genom specialiseringen $\varrho_1 = \varrho_2$. Detta vore ju orimligt redan af det skäl, att *en* koordinat skulle kunna vara eliminerad ur U på grund af vilkoret $\varrho_1 = \varrho_2$. Således äro *i allmänhet* de sista membra i (31) utan värde för den följande integrationen. Men det finnes ett viktigt undantagsfall, nemligen då vilkoret $\varrho_1 = \varrho_2$ satisfieras derigenom, att några koordinater upphöra att variera. Då bortfalla motsvarande derivator, och de återstående behålla sin ursprungliga form. Det är endast för detta undantags skull, som jag behåller de sista membra i (31).

7. Af (31) se vi, att punkterna (x, y, z) och (x_1, y_1, z_1) ha centralrörelse i vidsträckt bemärkelse, i det att accelerationen ständigt är riktad mot origo. Följaktligen gäller areornas lag, och vi kunna omedelbart uppskrifva de sex integralerna

$$\left.\begin{aligned} y\frac{dz}{dt} - z\frac{dy}{dt} = a\,,\ z\frac{dx}{dt} - x\frac{dz}{dt} = a_1\,,\ x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt} = a_2\,, \\ y_1\frac{dz_1}{dt} - z_1\frac{dy_1}{dt} = b,\ z_1\frac{dx_1}{dt} - x_1\frac{dz_1}{dt} = b_1\,,\ x_1\frac{dy_1}{dt} - y_1\frac{dx_1}{dt} = b_2\,. \end{aligned}\right\} \quad (32)$$

Dessa sex integraler träda nu i stället för de tre allmänna (15), som erhållas ur (32), om man sätter

$$\mu a + \mu_1 b = c\,,\quad \mu a_1 + \mu_1 b_1 = c_1\,,\quad \mu a_2 + \mu_1 b_2 = c_2\,.$$

Af (32) fås

$$\left.\begin{aligned} ax + a_1 y + a_2 z = 0\,, \\ bx_1 + b_1 y_1 + b_2 z_1 = 0\,, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (33)$$

ekvationerna för de fixa plan, i hvilka rörelsen sker. Det innebär ingen inskränkning, om vi lägga xy-planet så, att punkten (x_1, y_1, z_1) rör sig i detta, och x-axeln så, att punkten (x, y, z) rör sig i ett plan, som går genom x-axeln. Och dervid uteslutes ej heller det singulära fall, att banorna äro räta linier, gående genom origo, och icke heller det fall, att äfven punkten (x, y, z) rör sig i xy-planet. I alla händelser kunna vi sätta

$$z_1 = 0\,, \quad a_1 y + a_2 z = 0\,, \quad \ldots \ldots (34)$$

en specialisering af (33), nemligen $a = 0$, $b = 0$, $b_1 = 0$. Derigenom öfvergå tre af integralerna (32) till identiteter, och två sammanfalla till en. De båda återstående äro

$$x_1 \frac{dy_1}{dt} - y_1 \frac{dx_1}{dt} = b_2 \quad \ldots \ldots (35)$$

och antingen

$$x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} = a_2 \quad \ldots \ldots (36)$$

eller

$$z \frac{dx}{dt} - x \frac{dz}{dt} = a_1 \,. \quad \ldots \ldots (37)$$

Formeln (36) kan användas, om $a_2 \neq 0$, och (37), om $a_1 \neq 0$.

8. Vi öfvergå nu till polära koordinater. Insätt $z_1 = 0$ enligt (34) i (8), så fås

$$\left.\begin{aligned} x^2 + y^2 + z^2 &= r^2\,, \\ x_1^2 + y_1^2 &= r_1^2\,, \\ xx_1 + yy_1 &= rr_1 \cos V\,. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots (38)$$

Den mellersta likheten visar, att r_1 är radius vector i xy-planet. Låt då θ_1 vara motsvarande vectorsvinkel, så ha vi

$$x_1 = r_1 \cos\theta_1\,, \quad y_1 = r_1 \sin\theta_1\,. \quad \ldots \ldots (39)$$

Integralen (35) öfvergår nu till

$$r_1^2 \frac{d\theta_1}{dt} = b_2\,. \quad \ldots \ldots (40)$$

Den sista ekvationen (31) satisfieras identiskt; de båda föregående uttrycka, att accelerationen är riktad mot origo och har storleken $\frac{r_1}{\mu_1} J_1$. Vid öfvergång till polära koordinater får man derför två ekvationer, af hvilka den ena är integrabel och ger (40), under det att den andra blir

$$\frac{d^2 r_1}{dt^2} - r_1 \left(\frac{d\theta_1}{dt}\right)^2 = -\frac{r_1}{\mu_1} J_1 = \frac{1}{\mu_1}\left(\frac{\partial U}{\partial r_1}\right). \quad \ldots (41)$$

Men af (40) fås

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \frac{b_2}{r_1^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (42)$$

Insätt detta i (41), så fås

$$\frac{d^2 r_1}{dt^2} = -\frac{r_1}{\mu_1} J_1 + \frac{b_2^2}{r_1^3} = \left(\frac{\partial}{\partial r_1}\left[\frac{1}{\mu_1} U - \frac{b_2^2}{2r_1^2}\right]\right). \quad \ldots \quad (43)$$

9. När det gäller den andra punkten (x, y, z), få vi skilja på tre fall, allteftersom rörelsen sker i xy-planet, xz-planet eller ett mellanliggande plan. I det första fallet är $z = 0$. Den första ekvationen (38) blir

$$x^2 + y^2 = r^2,$$

och vi införa

$$x = r\cos\theta, \quad y = r\sin\theta. \quad \ldots\ldots \quad (44)$$

Enligt (34) är $a_1 = 0$, och integralen (36) blir

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = a_2. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (45)$$

De tre första ekvationerna (31) reduceras till en enda

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = -\frac{r}{\mu} J = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial U}{\partial r}\right). \quad \ldots\ldots \quad (46)$$

Men af (45) fås

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{a_2}{r^2}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (47)$$

Insätt detta i (46), så fås

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{r}{\mu} J + \frac{a_2^2}{r^3} = \left(\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{\mu} U - \frac{a_2^2}{2r^2}\right]\right). \quad \ldots \quad (48)$$

I det andra fallet är $y = 0$. Den första ekvationen (38) blir

$$x^2 + z^2 = r^2,$$

och vi införa

$$x = r\cos\theta, \quad z = r\sin\theta. \quad \ldots\ldots \quad (49)$$

Enligt (34) är $a_2 = 0$, och integralen (37) blir

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = a_1. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (50)$$

Men detta är detsamma som (45), om vi skrifva a_1 för a_2; och formlerna (46), (47) och (48) reproduceras på samma sätt. I det tredje fallet är såväl $a_1 \neq 0$ som $a_2 \neq 0$. Af (34) kunna vi hemta

$$z = -\frac{a_1}{a_2} y \, . \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (51)$$

Insätt detta i den första ekvationen (38), så fås

$$x^2 + \frac{a_1^2 + a_2^2}{a_2^2} y^2 = r^2 ,$$

och vi införa

$$x = r \cos \theta \, , \quad y = \frac{a_2 r \sin \theta}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}} . \quad \ldots \ldots (52)$$

Integralen (36) blir

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} , \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (53)$$

och häraf fås (45) och (50) såsom specialfall för $a_1 = 0$ eller $a_2 = 0$. De tre första ekvationerna (31) sammanfalla till två ekvationer, som med beteckningen

$$u = r \sin \theta = \frac{1}{a_2} \sqrt{a_1^2 + a_2^2}\, y \quad \ldots \ldots (54)$$

kunna skrifvas

$$\mu \frac{d^2 x}{dt^2} = - Jx , \quad \mu \frac{d^2 u}{dt^2} = - Ju .$$

Vid öfvergång till polära koordinater r och θ får man derför två ekvationer, af hvilka den ena blir integrabel och ger (53), under det att den andra blir

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = - \frac{r}{\mu} J . \quad \ldots \ldots (54^*)$$

Men enligt (53) är

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}}{r^2} . \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (55)$$

Insätt detta i (54*), så fås

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = - \frac{r}{\mu} J + \frac{a_1^2 + a_2^2}{r^3} . \quad \ldots \ldots \ldots (56)$$

De partiela derivator af U, som förekomma i (31), kunna här icke bibehållas. Ty man skall ha

$$z\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right) = y\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right).$$

Insätt z enligt (51), så fås vilkoret $a_1^2 = a_2^2$. Derför $u = \sqrt{2}\,y$. Af ekvationen

$$-Jy = \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)$$

skulle då följa

$$-Ju = 2\left(\frac{\partial U}{\partial u}\right),$$

under det man *ville* ha

$$-Ju = \left(\frac{\partial U}{du}\right),$$

för att få in en partiel derivata med afseende på r i (54*), liksom man förut fått i (46).

10. Låt oss nu använda vilkorsekvationen $\varrho_1 = \varrho_2$. Enligt (9) och (28) ha vi

$$\left.\begin{aligned} \varrho^2 &= \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)^2 \delta_1^2 r_1^2, \\ \varrho_1^2 &= \gamma_1^2 r^2 + 2\gamma_1\delta_1 r r_1 \cos V + \delta_1^2 r_1^2, \\ \varrho_2^2 &= \gamma_1^2 r^2 - 2\frac{m_2}{m_1}\gamma_1\delta_1 r r_1 \cos V + \frac{m_2^2}{m_1^2}\delta_1^2 r_1^2. \end{aligned}\right\} \quad \ldots (57)$$

Sätt $\varrho_1 = \varrho_2$, så fås en ekvation, som ger oss

$$\cos V = \frac{m_2 - m_1}{2m_1}\frac{\delta_1}{\gamma_1}\frac{r_1}{r}. \quad \ldots\ldots (58)$$

Insätt detta i (57), så fås

$$\varrho^2 = \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)^2 \delta_1^2 r_1^2, \quad \varrho_1^2 = \varrho_2^2 = \gamma_1^2 r^2 + \frac{m_2}{m_1}\delta_1^2 r_1^2 \quad \ldots (59)$$

Vi kunna utan inskränkning låta δ_1 vara positiv. Ty γ_1 och δ_1 förekomma endast i (30) och här i (58) och (59). Men i (30) och (59) ingå endast kvadraterna och i (58) endast kvoten. Det

är då tillräckligt att låta γ_1 vexla tecken, under det att δ_1 får vara positiv. Men då fås enligt (59)

$$\varrho = \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)\delta_1 r_1, \quad \varrho_1 = \sqrt{\gamma_1^2 r^2 + \frac{m_2}{m_1}\delta_1^2 r_1^2}. \quad . \quad . \quad (60)$$

Derför enligt (30)

$$J = (m_1 + m_2)\gamma_1^2 \cdot \frac{m}{\varrho_1^3}, \quad J_1 = \frac{m_2}{m_1}(m_1 + m_2)\delta_1^2 \cdot \frac{m}{\varrho_1^3} + \frac{m_2 m_1^2}{(m_1 + m_2)\delta_1 r_1^3}. \quad (61)$$

Då således J och J_1 äro funktioner endast af r och r_1, bilda ekvationerna (43) och (48) eller (43) och (56) ett system, som är tillräckligt för att bestämma r och r_1 i funktion af tiden. Detta ekvationssystem har formen

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = R, \quad \frac{d^2 r_1}{dt^2} = R_1, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (62)$$

der R och R_1 äro bekanta funktioner af r och r_1. Om vi då betrakta r och r_1 såsom rätvinkliga koordinater för en rörlig punkt, så se vi, att (62) utgör den vanliga formen för rörelse-ekvationerna, då punkten rör sig i rr_1-planet. Deraf följande sats:

Tre-kroppars-problemet reduceras till en partikels plana rörelse i det fall, då de tre afstånden mellan kropparne ständigt bilda en likbent triangel.

11. Ännu ha vi icke användt energi-ekvationen

$$T = U - h, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

der

$$U = \frac{m_1 m_2}{\varrho} + \frac{m_2 m}{\varrho_1} + \frac{m m_1}{\varrho_2} = \frac{m_1 m_2}{\varrho} + (m_1 + m_2)\frac{m}{\varrho_1},$$

eller enligt (60)

$$U = (m_1 + m_2)\frac{m}{\varrho_1} + \frac{m_2 m_1^2}{(m_1 + m_2)\delta_1 r_1}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (63)$$

Rörelse-energien är enligt (4)

$$T = \tfrac{1}{2}\mu v^2 + \tfrac{1}{2}\mu_1 v_1^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (64)$$

der v betecknar hastigheten hos punkten (x, y, z) och v_1 hos (x_1, y_1, z_1). Då $z_1 = 0$ enligt (34) och vi substituera r_1 och θ_1 för x_1 och y_1 enligt (39), så fås

$$v_1^2 = \left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 + r_1^2\left(\frac{d\theta_1}{dt}\right)^2,$$

eller enligt (42)

$$v_1^2 = \left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 + \frac{b_2^2}{r_1^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (65)$$

Om $z = 0$ eller $y = 0$ och vi införa r och θ enligt (44) eller (49), så få vi

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66)$$

Men äfven i det allmänna fallet få vi samma form på v^2. Ty enligt (51), (52) och (54) fås

$$v^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{a_1^2}{a_2^2}\right),$$

eller

$$v^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{du}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2,$$

således till slut formen (66). Använd nu (53), som äfven innefattar (45) och (50), så fås enligt (66)

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a_1^2 + a_2^2}{r^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

Insätt (65) och (67) i (64), så fås

$$T = \tfrac{1}{2}\mu\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \tfrac{1}{2}\mu_1\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 + \tfrac{1}{2}\mu\,\frac{a_1^2 + a_2^2}{r^2} + \tfrac{1}{2}\mu_1\,\frac{b_2^2}{r_1^2}.$$

Det är nu lämpligt att införa en ny variabel s i stället för r_1. Om vi nemligen sätta

$$r_1 = s\sqrt{\frac{\mu}{\mu_1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

och observera, att en punkt (r, s) med massan 1 har rörelse-energien

$$T_1 = \tfrac{1}{2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2, \quad \ldots \ldots \quad (69)$$

så få vi

$$T = \mu T_1 + \tfrac{1}{2}\mu \frac{a_1^2 + a_2^2}{r^2} + \tfrac{1}{2}\frac{\mu_1^2}{\mu}\frac{b_2^2}{s^2}.$$

Insätt detta i (12), så fås en integral af formen

$$T_1 = U_1 - h_1, \quad \ldots \ldots \quad (70)$$

der

$$U_1 = \frac{1}{\mu}U - \frac{a_1^2 + a_2^2}{2r^2} - \frac{\mu_1^2}{\mu^2}\frac{b_2^2}{2s^2}, \quad h_1 = \frac{h}{\mu}.$$

12. I stället för systemet (62) få vi naturligtvis enligt (68) ett system af formen

$$\frac{d^2r}{dt^2} = R, \quad \frac{d^2s}{dt^2} = S, \quad \ldots \ldots \quad (71)$$

der R och S äro gifna funktioner af r och s. Dessa funktioner skola vi nu framställa. Först böra vi väl då uträkna μ och μ_1. Enligt (21) och (28) finner man

$$\mu = \frac{m}{M}(m_1 + m_2)\gamma_1^2, \quad \mu_1 = \frac{m_2}{m_1}(m_1 + m_2)\delta_1^2. \quad \ldots \quad (72)$$

Sedan gå vi till (60) och finna

$$\varrho_1 = \sqrt{\gamma_1^2\left(r^2 + \frac{m}{M}s^2\right)}.$$

Det är bäst att bestämma sig för ett visst tecken på γ_1. Detta bör ske med iakttagande af (58). Vi se, att cos V måste ha ett *bestämdt* tecken. Således måste V oscillera (i allmänhet) mellan gifna gränser. Låt då

$$-\frac{\pi}{2} \leqq V \leqq +\frac{\pi}{2}, \quad \cos V \geqq 0. \quad \ldots \ldots \quad (73)$$

Nu är $\delta_1 > 0$. Derför måste $(m_2 - m_1)\gamma_1 \geqq 0$. Nu kunna vi ju beteckna den *större* massan med m_2, så att $m_2 \geqq m_1$. Då fås $\gamma_1 > 0$. Derför

$$\varrho_1 = \gamma_1\sqrt{r^2 + \frac{m}{M}s^2},$$

eller med beteckningen

$$\lambda = \frac{m}{M}, \quad \varrho_1 = \gamma_1 (r^2 + \lambda s^2)^{\frac{1}{2}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74)$$

Sedan gå vi till (61) och finna

$$J = (m_1 + m_2) \frac{m}{\gamma_1} (r^2 + \lambda s^2)^{-\frac{3}{2}},$$

$$J_1 = \frac{\delta_1^2}{\gamma_1^3} \left[\frac{m m_2}{m_1} (m_1 + m_2)(r^2 + \lambda s^2)^{-\frac{3}{2}} + \frac{m_2^2 \sqrt{m_1 m_2}}{(m_1 + m_2) \lambda^{\frac{3}{2}} s^3} \right].$$

Ur (63) fås

$$U = (m_1 + m_2) \frac{m}{\gamma_1} (r^2 + \lambda s^2)^{-\frac{1}{2}} + \frac{m_1 m_2 \sqrt{m_1 m_2}}{(m_1 + m_2) \gamma_1 \sqrt{\lambda}\, s}.$$

Derför enligt (70)

$$U_1 = \frac{M}{\gamma_1^3} (r^2 + \lambda s^2)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{m_1 m_2}{\lambda} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{(m_1 + m_2)^2 \gamma_1^3 s} - \frac{a_1^2 + a_2^2}{2 r^2} -$$
$$- \frac{m_2^2 b_2^2 \delta_1^4}{2 \lambda^2 m_1^2 \gamma_1^4 s^2}. \quad (75)$$

Insätt nu (68) i (43), så fås

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = -\frac{s}{\mu_1} J_1 + \frac{\mu_1^2}{\mu^2} \frac{b_2^2}{s^3} = \left(\frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{1}{\mu} U - \frac{\mu_1^2}{\mu^2} \frac{b_2^2}{2 s^2} \right] \right).$$

Derför enligt (70) eller (75)

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = S = \left(\frac{\partial U_1}{\partial s} \right) =$$

$$= -\frac{m s}{\gamma_1^3} (r^2 + \lambda s^2)^{-\frac{3}{2}} - \left(\frac{m_1 m_2}{\lambda} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{(m_1 + m_2)^2 \gamma_1^3 s^2} + \frac{m_2^2 b_2^2 \delta_1^4}{\lambda^2 m_1^2 \gamma_1^4 s^3}. \quad (76)$$

Vi se, att sista membrum verkligen är (identiskt) partiela derivatan med afseende på s af U_1 enligt (75). Detta förklaras derigenom, att *en* af de ursprungliga koordinaterna z_1 upphört att variera. (Jfr slutet af § 6).

13. Den ena S af de båda funktionerna i (71) är sålunda framställd; nu till den andra R. Insätt J i (56), så fås

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = R = -\frac{M r}{\gamma_1^3} (r^2 + \lambda s^2)^{-\frac{3}{2}} + \frac{a_1^2 + a_2^2}{r^3} = \frac{\partial U_1}{\partial r}. \quad . \quad (77)$$

Vi se, att äfven R kan uttryckas såsom partiel derivata af U_1 enligt (75). Detta kunde man icke förutse enligt (56). Ej heller kan man säga, att det följer af (70) och (76). Ty deraf fås visserligen

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{\partial U_1}{\partial r}\frac{dr}{dt} + \frac{\partial U_1}{\partial s}\frac{ds}{dt},$$

eller enligt (69)

$$\frac{dr}{dt}\frac{d^2r}{dt^2} + \frac{ds}{dt}\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{\partial U_1}{\partial r}\frac{dr}{dt} + \frac{\partial U_1}{\partial s}\frac{ds}{dt}$$

och således enligt (76)

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{\partial U_1}{\partial r};$$

men man kunde ju icke förutse, att detta skulle *identiskt* sammanfalla med (77). Förklaringen bör sökas deri, att vilkoret $\varrho_1 = \varrho_2$ leder till upphörande af två rörlighetsgrader, i det att båda två punkterna (x, y, z) och (x_1, y_1, z_1) inskränkas till fixa plan; det är sedan likgiltigt, om dessa plan analytiskt framställas genom (33) eller (34) eller på annat sätt. Allt nog, då således både S och R enligt (76) och (77) identiskt äro partiela derivator af samma funktion U_1, så är U_1 *kraftfunktion* vid den rörelse, som en materiel punkt med massan 1 har i rs-planet enligt (71), och ekvationen (70) är således denna rörelses *energi-integral.* Deraf ett tillägg till den i slutet af § 10 framställda satsen, så att den får följande lydelse:

Om afstånden mellan tre himlakroppar ständigt bilda en likbent triangel, så reduceras rörelse-ekvationernas integration till lösningen af ett vida enklare problem, nemligen en materiel punkts plana rörelse under sådana omständigheter, att kraftfunktion existerar. *Denna kraftfunktion,* som jag utskrifvit fullständigt i (75), *har formen*

$$U_1 = \frac{A}{\sqrt{r^2 + \lambda s^2}} + \frac{B}{s} - \frac{C}{s^2} - \frac{D}{r^2},$$

der A, B, C, D och λ äro positiva konstanter samt r och s de Cartesianska koordinaterna för den rörliga punkten.

14. Vi öfvergå nu till att framställa det analytiska uttrycket för vilkoret $\varrho_1 = \varrho_2$. Vi använde detta vilkor för bestämning af cos V i (58). Men cos V har naturligtvis sin gifna definition, nämligen den sista ekvationen (8) eller nu (38). Eliminera då cos V mellan (38) och (58), så fås det vilkor, som är pålagdt rörelsen, nämligen

$$xx_1 + yy_1 = \frac{m_2 - m_1}{2m_1} \frac{\delta_1}{\gamma_1} r_1^2 ;$$

således i rätvinkliga koordinater enligt den andra ekvationen (38)

$$xx_1 + yy_1 = \frac{m_2 - m_1}{2m_1} \frac{\delta_1}{\gamma_1} (x_1^2 + y_1^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (78)$$

Enligt (39) kan vilkoret skrifvas

$$x \cos \theta_1 + y \sin \theta_1 = \frac{m_2 - m_1}{2m_1} \frac{\delta_1}{\gamma_1} r_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (79)$$

Det innebär, att projektionen af r på r_1 är proportionel mot r_1.

Två lika tunga himlakroppar på lika stora afstånd från den tredje.

15. Vid diskussionen af vilkoret (78) eller (79) är det tydligen lämpligt att skilja på två fall, allteftersom $m_2 \gtreqless m_1$. Jag inskränker mig nu till det enklare fallet $m_2 = m_1$, då således två lika stora massor (planeterna) röra sig på lika stora afstånd från den tredje massan m (solen). Derför enligt (78)

$$xx_1 + yy_1 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (80)$$

Antag först, att hvarken x_1 eller y_1 är noll beständigt. Då fås

$$\frac{x}{y_1} = -\frac{y}{x_1} = w ,$$

eller

$$x = y_1 w , \quad y = - x_1 w , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (81)$$

der w är en hjelpvariabel, som bestämmes på följande sätt. Differentiera (80) två gånger med afseende på t och insätt enligt (31), så fås

$$-J\frac{x}{\mu} = +y_1\frac{d^2w}{dt^2} + 2\frac{dy_1}{dt}\frac{dw}{dt} - J_1\frac{y_1}{\mu_1}w,$$

$$-J\frac{y}{\mu} = -x_1\frac{d^2w}{dt^2} - 2\frac{dx_1}{dt}\frac{dw}{dt} + J_1\frac{x_1}{\mu_1}w.$$

Insätt x och y enligt (80), så fås

$$\frac{d^2w}{dt^2} + \left(\frac{1}{\mu}J - \frac{1}{\mu_1}J_1\right)w = -\frac{2}{y_1}\frac{dy_1}{dt}\frac{dw}{dt} = -\frac{2}{x_1}\frac{dx_1}{dt}\frac{dw}{dt}. \tag{82}$$

Den sista ekvationen satisfieras på två sätt, nemligen

$$\frac{1}{y_1}\frac{dy_1}{dt} = \frac{1}{x_1}\frac{dx_1}{dt}, \quad \frac{dw}{dt} = 0,$$

d. v. s.

$$y_1 : x_1 = \text{konst.}, \quad w = \text{konst.}$$

I förra fallet skulle punkten (x_1, y_1, z_1) röra sig längs en rät linie; vi kunde då taga denna linie till y-axel, så att vi finge $x_1 = 0$; men detta fall uppskjutes. I senare fallet, då w är en konstant, fås ur (82)

$$\left(\frac{1}{\mu}J - \frac{1}{\mu_1}J_1\right)w = 0.$$

Fallet $w = 0$ uppskjutes. Nu skola vi antaga

$$\frac{1}{\mu}J = \frac{1}{\mu_1}J_1,$$

eller enligt (72)

$$J_1 : J = \mu_1 : \mu = \frac{Mm_2\delta_1^2}{mm_1\gamma_1^2}.$$

Men enligt (30) är

$$J_1 : J = \frac{m_2\delta_1^2}{mm_1\gamma_1^2}\left(m + \frac{m_1 + m_2}{\varrho^3}\cdot\varrho_1^3\right).$$

Derför $\varrho = \varrho_1$. Den likbenta triangeln öfvergår till liksidig; således det fall, som LAGRANGE behandlat.

16. Antag sedan, att $x_1 = 0$ eller $y_1 = 0$. *Både* x_1 och y_1 kunna icke vara noll; ty då vore $r_1 = 0$ och således $\varrho = 0$ enligt (60). Om således $y_1 = 0$, men $x_1 \neq 0$, så måste $x = 0$ enligt (80). Punkten (x, y, z) rör sig längs en rät linie i yz-

planet, under det att den andra punkten rör sig längs x-axeln. Då kunna vi lägga xy-planet så, att den förra punkten rör sig längs z-axeln. Derför $y = 0$. Derför $w = 0$ enligt (81). Men detta fall uppskjutes. Om åter $x_1 = 0$, men $y_1 \neq 0$, så måste $y = 0$ enligt (80). Den ena punkten rör sig på y-axeln, den andra i xz-planet. Enligt (35) är $b_2 = 0$. Enligt (38) är $y_1 = \pm r_1$. Enligt (39) är $\theta_1 = \pm \frac{\pi}{2}$. Formlerna (49) och (50) gälla. Man har $a_2 = 0$. De slutliga rörelse-ekvationerna äro enligt (76) och (77)

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{\partial U_1}{\partial s} = -\frac{ms}{\gamma_1^3}(r^2 + \lambda s^2)^{-\frac{3}{2}} - \frac{m_1}{4\lambda^{\frac{3}{2}}\gamma_1^3 s^2},$$

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{\partial U_1}{\partial r} = -\frac{Mr}{\gamma_1^3}(r^2 + \lambda s^2)^{-\frac{3}{2}} + \frac{a_1^2}{r^3},$$

der enligt (75)

$$U_1 = \frac{M}{\gamma_1^3}(r^2 + \lambda s^2)^{-\frac{1}{2}} + \frac{m_1}{4\lambda^{\frac{3}{2}}\gamma_1^3 s} - \frac{a_1^2}{2r^2}.$$

Det karakteristiska för denna rörelse är, att

$$\frac{d^2s}{dt^2} < 0, \quad s > 0; \quad \frac{d^2s}{dt^2} = \infty, \quad s = 0.$$

Men att accelerationen blir oändlig, innebär, att två massor sammanstöta och således rörelsetillståndet afbrytes. För rörelsens bestånd skulle således fordras, att s ej får antaga värdet noll, utan ständigt måste vara positivt. Men rörelsen sträfvar att minska s oupphörligt, och intet hindrar, att s minskas obegränsadt. Efter tillräckligt lång tid måste derför s bli noll för hvilka (ändliga) begynnelsevärden som helst. Då s tenderar mot noll, tenderar U_1 mot $+\infty$; detta strider ej mot energiekvationen (70), enligt hvilken

$$U_1 - h_1 = T_1 \geqq 0. \quad \ldots \ldots \ldots (83)$$

Huru sammanstötningen åstadkommes, inses lätt, om man återgår till de ursprungliga koordinaterna ξ, η, ζ. Insätt $x_1 = 0$, $z_1 = 0$, $y = 0$ i (2), så fås

$$\xi = \alpha x\,, \quad \eta = \beta y_1\,, \quad \zeta = \alpha z\,,$$
$$\xi_1 = \alpha_1 x\,, \quad \eta_1 = \beta_1 y_1\,, \quad \zeta_1 = \alpha_1 z\,,$$
$$\xi_2 = \alpha_2 x\,, \quad \eta_2 = \beta_2 y_1\,, \quad \zeta_2 = \alpha_2 z\,.$$

Men dertill kommer, att enligt (28)

$$\gamma = 0\,, \quad \delta = -2\delta_1\,. \quad \gamma_2 = -\gamma_1\,, \quad \delta_2 = \delta_1\,, \quad . \; . \; (84)$$

således enligt (20)

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha = -\dfrac{2m_1\gamma_1}{M}\,, & \alpha_1 = \alpha_2 = \lambda\gamma_1\,, \\ \beta = 0\,, & -\beta_1 = \beta_2 = \delta_1\,. \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; (85)$$

Derför

$$\xi = \alpha x\,, \quad \eta = 0\,, \quad \zeta = \alpha z\,,$$
$$\xi_1 = \xi_2 = \alpha_1 x\,, \quad -\eta_1 = \eta_2 = \delta_1 y_1\,, \quad \zeta_1 = \zeta_2 = \alpha_1 z\,.$$

Häraf synes, att m rör sig i $\xi\zeta$-planet, som sammanfaller med xz-planet; vidare, att m_1 och m_2 röra sig längs en rät linie, som sjelf rör sig med punkten (x, z), men ständigt är parallel med η-axeln (eller y-axeln); och på denna linie ligga m_1 och m_2 symetriskt med afseende på $\xi\zeta$-planet (eller xz-planet). När således s och dermed äfven r_1 enligt (68) och y_1 tendera mot noll, så närma sig m_1 och m_2 från olika sidor samma punkt i $\xi\zeta$-planet och sammanstöta der.

17. Under antagande af $m_2 = m_1$ ha vi nu ingen annan möjlighet kvar än $w = 0$; och det är i sjelfva verket här vi finna det i § 5 antydda, nya specialfallet af tre-kroppars-problemet. Af $w = 0$ fås $x = 0$ och $y = 0$ enligt (81); och dermed är vilkoret (80) satisfieradt. Den ena punkten rör sig på z-axeln, den andra i xy-planet. Konstanterna äro redan bestämda i (84) och (85). Insätt då $x = 0$, $y = 0$, $z_1 = 0$ i (2) och använd (85), så fås

$$\left.\begin{array}{l} \xi = 0\,, \quad \eta = 0\,, \quad \zeta = \alpha z\,, \\ -\xi_1 = \xi_2 = \delta_1 x_1\,, \quad -\eta_1 = \eta_2 = \delta_1 y_1\,, \quad \zeta_1 = \zeta_2 = \alpha_1 z\,. \end{array}\right\} \quad (86)$$

Häraf synes, att ζ- och z-axlarne sammanfalla, att således xy-planet rör sig paralelt med $\xi\eta$-planet, och för öfrigt, att x- och

y-axlarne äro paralela med ξ- och η-axlarne respective; vidare, att m rör sig längs ζ-axeln, samt att m_1 och m_2 ligga i xy-planet, symetriskt med afseende på z-axeln (eller ζ-axeln). Någon sammanstötning kan således icke ske annat än pä ζ-axeln, alltså för $r_1 = 0$ eller $s = 0$; och följaktligen är sammanstötning omöjlig, om det visar sig, att $s > 0$ för huru lång tid som helst.

18. Alla tre massorna m, m_1 och m_2 ligga i samma rörliga plan, som innehåller ζ-axeln och roterar omkring denna axel med den variabla vinkelhastigheten $\frac{d\theta_1}{dt}$, hvilken fås i funktion af t enligt (42), så snart r_1 (eller s) blifvit bestämd i funktion af t enligt systemet (71). Rotationen är positiv med b_2 och kan icke slå öfver till negativ; ty då skulle vid någon tidpunkt $\frac{d\theta_1}{dt}$ vara noll, derför $b_2 = 0$, således ingen rotation alls. I detta roterande plan ligga r- och s-axlarne, och det så, att r-axeln sammanfaller med rotationsaxeln. Ty enligt (38) är $r^2 = z^2$; derför, om vi tillåta äfven *negativa* r-värden, $r = z$. Till origo för rs-systemet taga vi m. Koordinaterna för m_1 eller m_2 i detta system äro enligt (86) och (85) samt (68) och (72)

$$\left.\begin{aligned} \zeta_1 - \zeta = \zeta_2 - \zeta = (\alpha_1 - \alpha)z = \gamma_1 z = \gamma_1 r\,, \\ \sqrt{\xi_1^2 + \eta_1^2} = \sqrt{\xi_2^2 + \eta_2^2} = \delta_1 r_1 = \delta_1 s\sqrt{\frac{\mu}{\mu_1}} = \gamma_1 s\sqrt{\lambda}\,. \end{aligned}\right\} \quad (87)$$

De äro således proportionela mot r och s. Att studera rörelsen hos punkten (r, s) *enligt ekvationerna* (76) *och* (77) *är således nästan detsamma som att studera rörelsen hos m_1 eller m_2 i förhållande till m i det roterande plan, som innehåller de tre massorna.*

19. Vi öfvergå derför nu till den »representativa punkten» (r, s). Då $x = 0$ och $y = 0$, äro enligt (36) och (37) både a_1 och a_2 noll. Insätt detta (jemte $m_1 = m_2$) i (75), (76) och (77), så fås

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= \frac{M}{\gamma_1^3}(r^2 + \lambda s^2)^{-\frac{1}{2}} + \frac{m_1}{4\lambda^{\frac{3}{2}}\gamma_1^3 s} - \frac{b_2^2\delta_1^4}{2\lambda^2\gamma_1^4 s^2}, \\ \frac{d^2s}{dt^2} &= \frac{\partial U_1}{\partial s} = -\frac{ms}{\gamma_1^3}(r^2 + \lambda s^2)^{-\frac{3}{2}} - \frac{m_1}{4\lambda^{\frac{3}{2}}\gamma_1^3 s^2} + \frac{b_2^2\delta_1^4}{\lambda^2\gamma_1^4 s^3}, \\ \frac{d^2r}{dt^2} &= \frac{\partial U_1}{\partial r} = -\frac{Mr}{\gamma_1^3}(r^2 + \lambda s^2)^{-\frac{3}{2}}. \end{aligned}\right\} \quad (88)$$

Punktens bana är symetrisk med afseende på s-axeln. Rörelsen sker så, att (83) satisfieras. Den gränskurva, som punkten ej kan öfverskrida, har ekvationen [1]) $U_1 = h_1$, som kan lösas med afseende på r^2 och ger

$$r^2 = M^2\left(h_1\gamma_1^3 - \frac{m_1}{4\lambda^{\frac{3}{2}} s} + \frac{b_2^2\delta_1^4}{2\lambda^2\gamma_1 s^2}\right)^{-2} - \lambda s^2. \quad . \quad . \quad . \quad (89)$$

Kurvan är således symetrisk med afseende på s-axeln. Låt oss först undersöka den för mycket *små* s-värden. Utveckla och negligera s^5, så fås

$$r^2 = M^2 \frac{4\lambda^4\gamma_1^2}{b_2^4\delta_1^8} s^4 - \lambda s^2.$$

För tillräckligt små s-värden blir den sista termen större än den föregående, således $r^2 < 0$; d. v. s. kurvan *existerar* ej i närheten af r-axeln. Deremot för $s = 0$ fås ett reelt r-värde, nemligen $r = 0$. Således är origo en isolerad punkt, som är konjugerad med gränskurvan.

20. Låt sedan $s > 0$. Beteckna parentesen i (89) med P, så ha vi

---

[1]) Se BOHLIN, Über die Bedeutung des Princips der lebendigen Kraft für die Frage von der Stabilität dynamischer Systeme, Acta mathematica, t. 10, p. 109—130, år 1887. — I denna afhandling förekommer bland exemplen äfven ett specialfall af tre-kroppars-problemet: två lika stora massor röra sig symetriskt med afseende på en fix rät linie, längs hvilken den tredje massan rör sig (p. 118—119). Det är här fråga om *plan* rörelse. Om en sådan rörelse är möjlig, måste den återfinnas i min framställning, som afser att uttömmande behandla det fall, att två lika stora massor röra sig på lika stora afstånd från den tredje. Och i sjelfva verket innehåller § 16 just BOHLINS exempel, om man inskränker sig till *plan* rörelse, således t. ex. för $\zeta = \zeta_1 = \zeta_2 = 0$, $z = 0$.

$$r^2 = \frac{M^2}{P^2} - \lambda s^2 . \quad \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (90)$$

Det nödvändiga och tillräckliga vilkoret, för att kurvan skall *existera* för ett visst s-värde, är

$$\frac{M^2}{P^2} - \lambda s^2 \geqq 0 .$$

Derför

$$\frac{M^2}{P^2} \geqq \lambda s^2 , \quad \frac{M}{P} \geqq \sqrt{\lambda}\, s , \quad P \leqq \frac{M}{\sqrt{\lambda}\, s} .$$

I sjelfva verket var kurvans ekvation i sin ursprungliga form

$$U_1 = h_1 , \quad 0 \leqq P = \frac{M}{\sqrt{r^2 + \lambda s^2}} \leqq \frac{M}{\sqrt{\lambda}\, s} .$$

(Alla kvadratrötter äro i denna uppsats positiva). Alltså

$$P - \frac{M}{\sqrt{\lambda}\, s} \leqq 0 , \quad P > 0 ,$$

d. v. s.

$$\frac{b_2^2 \delta_1^4}{2\lambda^2 \gamma_1 s^2} - \frac{M}{\sqrt{\lambda}\, s}\left(1 + \frac{m_1}{4m}\right) + h_1 \gamma_1^3 \leqq 0 , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (91)$$

men

$$\frac{b_2^2 \delta_1^4}{2\lambda^2 \gamma_1 s^2} - \frac{M m_1}{4m\sqrt{\lambda}\, s} + h_1 \gamma_1^3 > 0 . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (92)$$

Om nu $h_1 = 0$, så fås häraf $s_1 \leqq s \leqq s_2$, der

$$s_1 = \frac{2 b_2^2 \delta_1^4}{\sqrt{\lambda}\, \gamma_1 (m_1 + 4m)} , \quad s_2 = \frac{2 b_2^2 \delta_1^4}{\sqrt{\lambda}\, \gamma_1 m_1} . \quad . \quad . \quad . \quad (93)$$

Kurvan existerar således mellan de räta linierna $s = s_1$ och $s = s_2$. Likhetstecknet i (91) innebär $r = 0$; kurvan *skär* således s-axeln i punkten $s = s_1$. För $s = s_2$ är $P = 0$, således $r = \infty$ enligt (90). *Mellan* s_1 och s_2 fås idel *ändliga* r-värden. Kurvan går från s-axeln till ∞, under det att s varierar från s_1 till s_2. För $s = \infty$ är $U_1 = 0$; således är äfven ∞ en konjugerad punkt.

21. Om åter $h_1 < 0$, så har hvardera *likheten* (91) och (92) två reela rötter, nemligen så, att (91) har en positiv rot s_1 och en negativ rot $-\sigma_1$ samt (92) en positiv rot s_2 och en negativ rot $-\sigma_2$. *Vilkoren* (91) och (92) bli derför

$$\frac{b_2^2\delta_1^4}{2\lambda^2\gamma_1}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s_1}\right)\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{\sigma_1}\right)\leqq 0\,,\quad \frac{b_2^2\delta_1^4}{2\lambda^2\gamma_1}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s_2}\right)\left(\frac{1}{s}+\frac{1}{\sigma_2}\right)\geqq 0\,.$$

Och tydligen är

$$\frac{1}{s_1} > \frac{1}{s_2}\,,\quad s_1 < s_2\,.$$

För kurvans existens fordras således $s_1 \leqq s \leqq s_2$. Kurvan går (som förut) från s-axeln till ∞, då s varierar från s_1 till s_2.

22. Om slutligen $h_1 > 0$, så inträffa olika fall för olika stora h_1-värden. Om h_1 tages tillräckligt stort, kunna icke de venstra membra i (91) och (92) ändra tecken. De ha således för alla s-värden samma tecken som för $s = \infty$. Men då öfvergå de till $h_1\gamma_1^3$. De äro således *positiva* för alla reela s-värden. Detta satisfierar (92), men ej (91). Det finnes således ingen gränskurva alls. Om åter h_1 visserligen tages *så* stort, att venstra membrum i (92) ej ändrar tecken, men likväl ej större, än att venstra membrum i (91) ändrar tecken, så satisfieras ju (92), och det blir äfven möjligt att satisfiera (91). Ty för likhetstecknet fås ur (91) två reela positiva rötter s_1 och s_2, så att vilkoret blir

$$\frac{b_2^2\delta_1^4}{2\lambda^2\gamma_1}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s_1}\right)\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s_2}\right)\leqq 0\,.$$

Derför måste s ligga *mellan* de båda rötterna. Om således $s_1 < s_2$, så skall $s_1 \leqq s \leqq s_2$. Kurvan skär då s-axeln i *två* punkter $s = s_1$ och $s = s_2$. Den existerar mellan dessa punkter och har idel ändliga r-värden. Den är således *sluten* och har ingen oändlig gren.

23. Om åter h_1 tages tillräckligt *litet*, så få vi ur (91) två reela positiva rötter s_1 och σ_1 samt ur (92) två reela positiva rötter s_2 och σ_2. Dem ordna vi sålunda

$$s_1 < s_2 < \sigma_1 < \sigma_2\,.$$

De båda vilkoren bli

$$\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s_1}\right)\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{\sigma_1}\right)\leqq 0\,,\quad \left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s_2}\right)\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{\sigma_2}\right)\geqq 0\,,$$

och de satisfieras af $s_1 \leqq s \leqq s_2$. Kurvan går (som förut i § 20 och § 21) från s-axeln till ∞, då s varierar från s_1 till s_2.

24. Det blir således *tre* väsentligt olika fall. Man får en *sluten* gränskurva, om

$$\frac{m_1\sqrt{\lambda}}{4\gamma_1^2\delta_1^4b_2^2}\leqq h_1 \leqq \frac{m_1\sqrt{\lambda}}{4\gamma_1^2\delta_1^4b_2^2}\left(1+4\frac{m}{m_1}\right)^2. \quad \ldots\ldots (94)$$

Man får en *öppen* gränskurva, om h_1 ligger *under* den i (94) angifna undre gränsen, likaså om h_1 är noll eller negativ. Om åter h_1 ligger *öfver* den i (94) angifna öfre gränsen, får man ingen gränskurva alls. I de båda första fallen, då en sådan kurva finnes, måste den rörliga punkten hälla sig på den sida om gränskurvan, der s-axeln ligger. Ty enligt (83) var $U_1 \geqq h_1$. Derför

$$P \leqq \frac{M}{\sqrt{r^2+\lambda s^2}}\,,$$

der likheten gäller för gränskurvan och olikheten för den rörliga punkten. Mot samma s-värde svarar således ett *mindre* r-värde för partikeln än för gränskurvan, d. v. s. partikeln ligger på samma sida om gränskurvan som s-axeln. På grund häraf draga vi följande slutsats med afseende på rörelsens stabilitet:

Om energi-konstanten är alltför stor, stå de båda lika massorna i fara såväl att sammanstöta som att bortslungas på oändligt afstånd; om den är alltför liten, noll eller negativ, stå de i fara att bortslungas, men kunna ej sammanstöta; om den ligger mellan lämpliga positiva gränser, som bero af integrations-konstanterna, kunna de hvarken sammanstöta eller bortslungas, utan de röra sig inom slutna kurvor, som ligga i massornas plan på ömse sidor om detta plans fixa rotationsaxel.

Skänker till Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 762.)

Dorpat. *Meteorologisches Observatorium der Universität.*
Bericht über die Ergebnisse der Beobachtungen an den Regenstationen in Livland. Jahr 1894. 4:o.
Gewitterbeobachtungen angestellt in Liv- und Estland i. J. 1894. 8:o.
Dresden. *K. Sächsisches Statistisches Bureau.*
Zeitschrift. Jahrg. 41(1895): H. 1—2. 4:o.
— *Observatoire de B. d'Engelhardt.*
Observations astronomiques. P 3. 1895. 4:o.
Eberswalde. *Meteorologische Abtheilung des forstlichen Versuchswesens in Preussen.*
Jahresbericht über die Beobachtungs-Ergebnisse. Jahr 1894. Berlin. 8:o.
Emden. *Naturforschende Gesellschaft.*
Jahresbericht. 79(1893/94). 8:o.
Genève et le Grand Saint-Bernard. [*Stations*].
Résumé météorologique de l'année 1894. 8:o
Genova. *Museo civico di storia naturale.*
Annali. (2) Vol. 14(1894)—15(1895). 8:o.
Göttingen. *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*
Nachrichten. Math.-phys. Kl. 1895: H. 2—3. 8:o.
» Philol.-histor. Kl. 1895: H. 4. 8:o.
» Geschäftliche Mittheilungen. 1895: H. 1—2. 8:o.
— *K. Sternwarte.*
Astronomische Mittheilungen. Th. 4. 1895. 4:o.
Hamburg. *Sternwarte.*
Mittheilungen. N:o 1—2. 1895. 8:o.
Harlem. *Koloniaal museum.*
Extra Bulletin. 1895. Fol.
Helsingfors. *Statistiska Centralbyrån.*
Bidrag till Finlands officiela statistik. I: 14; VI: 25. 1895. 4:o.
Travaux géographiques exécutés en Finlande. Statistique. 1895. 8:o.
Innsbruck. *Ferdinandeum für Tirol und Vorarlberg.*
Zeitschrift. (3) H. 39. 1895. 8:o.
Jefferson City. *Missouri geological survey.*
Vol. 4—7. 1894. 8:o.
Jekaterinburg. *Société Ouralienne d'amateurs des sciences naturelles.*
Bulletin. T. 14: Livr. 4. 1895. 8:o.
Jena. *Medizinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft.*
Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. N. F Bd 23(1895): H. 1. 8:o.
Karlsruhe. *Centralbureau für Meteorologie und Hydrographie im Grossherzogthum Baden.*
Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen Jahr 1894. 4:o.
Niederschlagsbeobachtungen der meteorologischen Stationen im Grossherzogth. Baden. Jahrg. 1888: Halbj. 1—2; 1894: 2; 1895: 1. 4:o.

(Forts. å sid. 825.)



Öfversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Förhandlingar 1895. N:o 10.
Stockholm.

Om ett matematiskt-statistiskt sätt att summariskt beräkna värdet af en tillämnad enkekassas förpliktelser.

Af G. ENESTRÖM.

(Meddeladt den 11 December 1895 genom D. G. LINDHAGEN).

Innan ännu teorien för enkekassor hunnit blifva vederbörligen utbildad, användes ofta för att beräkna värdet af de förpliktelser, hvilka en enkekassa för tjänstemän iklädt sig gent emot delägarnes familjer, förfaringssätt, som icke egentligen voro försäkringstekniska, d. v. s. icke använde lifräntevärden, utan snarare skulle kunna kallas matematiskt-statistiska. Ett bland dessa sätt grundade sig på antagande af ett konstant förhållande emellan antalet delägare och antalet pensionerade enkor,[1] och ehuru detta tillvägagående ur matematiskt-statistisk synpunkt är föga tillfredsställande, kan det dock gifva något så när riktiga resultat för en enkekassa, som under en längre tid existerat, samt där förhållandena följaktligen redan blifvit mera stabila. Är det däremot fråga om att beräkna kapitalvärdet af kostnaden för en tillämnad enkekassa för tjänstemän, är nämda sätt tydligen alldeles oanvändbart; under de första åren af en

[1] Jämför J. KARUP, *Gutachten über die akademische Wittwen- und Waisen-Pensions-Anstalt zu Jena* (Gotha 1894), sid. 1.

enkekassas tillvaro är förhållandet mellan antalet delägare och antalet pensionerade enkor alls icke konstant, utan detta förhållande växer mycket raskt från år till år. Denna omständighet hade också icke undgått deras uppmärksamhet, hvilka för en mansålder sedan sysselsatte sig med finansiella undersökningar om enkekassor. Vid beräkningar angående tillämnade enkekassor för tjenstemän användes därför andra metoder, af hvilka en tämligen nära ansluter sig till grundtanken i den ofvan anförda. Förfaringssättet vid denna metod[1]) är följande. Man antager äfven här ett konstant förhållande mellan antalet delägare och en viss grupp pensionerade enkor, men denna grupp utgöres icke af antalet befintliga enkor utan af antalet årligen nytillkommande sådana. Man antager vidare mortalitetsprocenten bland de pensionerade enkorna vara densamma från år till år, och på grund af dessa två antaganden kan man tydligen utan svårighet uttrycka antalet befintliga enkor under hvarje år såsom en funktion af antalet delägare och de två konstanterna. Utmärker man nämligen med d_n medeltalet delägare under n:te året af enkekassans tillvaro, och betecknar man med α det konstanta förhållandet mellan antalet årligen nytillkommande enkor och medeltalet befintliga delägare, samt med μ den konstanta mortalitetsprocenten för de pensionerade enkorna, kan tydligen deras antal vid midten af de olika kalenderåren representeras genom uttrycken

[1]) Denna metod har, så vidt jag känner, användts först i *Betänkande angående pensioneringen af enkor och barn efter civile tjensteinnehafvare, jemte förslag till pensionsreglemente, afgifna af den dertill i nåder förordnade komité* (Stockholm 1865), bil. D sid. 7—16, samt kort därefter i *Betänkande angående ordnandet af pensionsväsendet för folkskolelärarne samt deras enkor och barn, jemte förslag till pensionsreglementen, afgifna den 19 december 1864 af dertill i nåder förordnade komiterade* (Stockholm 1865), sid. 28. På 1870-talet användes metoden sedermera flere gånger af F. W. HULTMAN, bland annat vid utredningar om enkekassor för presterskapet (1873) och folkskollärarne (1874). Utom Sverige synes däremot metoden icke varit använd. Åtminstone har det ej lyckats mig att återfinna den i något utländskt arbete om enkekassor, och på framställd förfrågan har prof. J. KARUP meddelat, att icke häller han har sig något sådant arbete bekant.

$$\alpha d_1 ,$$
$$(1-\mu)\alpha d_1 + \alpha d_2 ,$$
$$(1-\mu)^2\alpha d_1 + (1-\mu)\alpha d_2 + \alpha d_3 ,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$(1-\mu)^{n-1}\alpha d_1 + (1-\mu)^{n-2}\alpha d_2 + \ldots + \alpha d_n ,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

i fall man för enkelhetens skull antager, att alla enkor inträda vid kalenderårets midt.

Multiplicerar man nu detta uttryck med pensionens medelvärde samt diskonterar alla beloppen till nuvarande tidpunkt, erhåller man tydligen ett approximativt uttryck för nuvarande kapitalvärdet af enkepensioneringskostnaden; man har då förutsatt, att utbetalningen af pensionerna sker förskottsvis vid kalenderårets midt. Då denna metod tillämpats på beräkningen för en tillämnad enkekassa, har det icke varit möjligt att ur en sådan kassas egen erfarenhet finna konstanterna α och μ, utan dessa tal hafva bestämts med ledning af förhållandena inom någon annan enkekassa; talen d_n åter har man sökt erhålla genom att taga hänsyn dels till tjänstebefattningarnas sannolika tillväxt, dels till ökningen af de pensionerade tjänstemännens antal, för den händelse detta antal ännu ej nått sitt maximum.

Eftersom metoden afsett blott att beräkna kostnaden för enkepensioneringen men icke för barnpensioneringen, måste den senare på annan väg bestämmas, och detta har vanligen skett så, att man på grund af erfarenheten från annat håll ökat den redan beräknade kostnaden i en viss proportion, t. ex. med 30 eller 40 procent; naturligtvis måste storleken af förhöjningen vara beroende af bestämmelserna om barnens pensionsrätt.

En olägenhet vid det nu beskrifna förfaringssättet är, att kapitalvärdet af kassans förpliktelser representeras genom en oändlig serie af termer, hvilkas nämnare visserligen tilltaga i geometrisk progression, men hvilkas täljare ytterst långsamt konvergera emot sitt gränsvärde, som de egentligen först för $n = \infty$ uppnå, hvadan man ofta varit nödsakad att beräkna ett par

hundra termer, innan man kunnat betrakta täljaren såsom konstant och alltså behandla de återstående termerna såsom en geometrisk serie. Denna olägenhet aflägsnas emellertid, om man observerar, att delägarnes antal ej gärna kan tillväxa i oändlighet, och att, om d_n blir tillnärmelsevis konstant från och med $n = m$, den oändliga serien kan transformeras till en summa af $m - 1$ oändliga aftagande geometriska serier, och en oändlig aftagande geometrisk dubbelserie, d. v. s. till en summa af m ändliga storheter. Betecknar man nämligen räntefoten med p och medelenkepensionen med P, kan den oändliga serien reduceras till produkten af $\frac{\alpha P}{(1+p)^{\frac{1}{2}}}$ och uttrycket

$$
\begin{aligned}
& d_1\left(1 + \frac{1-\mu}{1+p} + \frac{(1-\mu)^2}{(1+p)^2} + \ldots\right) \\
+ & \frac{d_2}{1+p}\left(1 + \frac{1-\mu}{1+p} + \frac{(1-\mu)^2}{(1+p)^2} + \ldots\right) \\
& \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
+ & \frac{d_{m-1}}{(1+p)^{m-2}}\left(1 + \frac{1-\mu}{1+p} + \left(\frac{1-\mu}{1+p}\right)^2 + \ldots\right) \\
+ & \frac{d_m}{(1+p)^{m-1}}\left(1 + \frac{1-\mu}{1+p} + \left(\frac{1-\mu}{1+p}\right)^2 + \ldots\right) \\
+ & \frac{d_m}{(1+p)^{m}}\left(1 + \frac{1-\mu}{1+p} + \left(\frac{1-\mu}{1+p}\right)^2 + \ldots\right) \\
+ & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,
\end{aligned}
$$

hvilket uttryck är lika med

$$
\left(d_1 + \frac{d_2}{1+p} + \ldots + \frac{d_{m-1}}{(1+p)^{m-2}} + \frac{d_m}{(1+p)^{m-2}} \cdot \frac{1}{p}\right) \cdot \frac{1+p}{p+\mu}.
$$

Skulle antalet delägare ända från början vara konstant $= d$, reduceras detta uttryck till

$$
\frac{d(1+p)}{p} \cdot \frac{1+p}{p+\mu},
$$

hvadan kapitalvärdet af enkepensioneringskostnaden blir

$$Pad\frac{(1+p)^{\frac{3}{2}}}{p(p+\mu)},$$

ett synnerligen enkelt resultat.[1])

Såsom ofvan nämdes, förutsätter metoden för sin giltighet, dels att för hvarje år förhållandet mellan antalet nytillkommande enkor och medeltalet befintliga delägare kan anses konstant, dels att bland de pensionerade enkorna mortalitetsprocenten (hvari egentligen bordė ingå äfven sannolikheten att utträda på grund af giftermål) förblir densamma från år till år, hvarjämte vid metodens tillämpning förutsatts, att α och μ hafva ungefär samma värden inom olika enkekassor. För att bedöma metodens tillförlitlighet är det således af nöden att undersöka, i hvad mån de gjorda förutsättningarna kunna anses giltiga.

Jag tager då till en början i betraktande kvantiteten α och bortser först från den omständigheten, att antalet tjänstemän inom den kår, hvarom fråga är, kan komma att tillväxa, samt att mortaliteten bland tjänstemännen kan undergå förändring. Jag antager således, att antalet tjänstebefattningar är konstant, och att en oföränderlig mortalitetsordning gäller för tjänstemännen samt väljer därtill den mortalitetsordning, som enligt Statistiska Centralbyråns beräkning gällde för Sveriges hela manliga befolkning under decenniet 1881—1890.[2]) Det tillhör oss då att undersöka, i hvad mån α kan under olika förhållanden variera. För att lättare kunna göra detta tager jag till utgångspunkt ett specielt fall. Jag antager nämligen, att alla tjänstemän anställas vid fyllda 25 år och afgå med pension efter 30 tjänsteår, således vid fyllda 55 år. Då nu enligt den öfverlefvelsetabell, som Statistiska Centralbyrån uträknat för decenniet 1881—1890, bland 1,000 lefvande födda barn af mankön 718 borde lefva kvar vid fyllda 25 år, antager jag för att underlätta de numeriska räkningarne, att årligen 718 tjänstebefatt-

---

[1]) De angifna uttrycken för hela pensioneringskostnaden hafva, så vidt jag vet, icke blifvit härledda vid de tillämpningar af metoden, om hvilka ofvan talats.

[2]) Se *Bidrag till Sveriges officiella statistik. A) Befolkningsstatistik. Ny följd.* XXXII: 3. (Stockholm 1895), sid. 172.

ningar blifva lediga och besättas med 25-årige män; i det följande hafva endast de relativa talen någon betydelse, och det är därför i själfva verket likgiltigt, huru många tjänstemän årligen inträda.

Under de nu gjorda antagandena är det lätt att med nöjaktig grad af noggrannhef beräkna antalet tjänstemän inom olika åldersklasser vid en viss tidpunkt. Om nämligen alla de 718 tjänstemännen inträda vid fyllda 25 år, och om inträdena äro likformigt fördelade öfver kalenderåret, så böra vid hvarje tidpunkt de, som tillhöra åldern 25—26 år vara i medeltal nära $25^1/_2$ år, vid hvilken ålder antalet lefvande bör enligt lifslängdstabellen vara $\frac{718 + 713}{2}$; alltså kan detta uttryck representera äfven antalet befintliga tjänstemän i åldern 25—26 år. På samma sätt kan man beräkna antalet befintliga tjänstemän i högre åldrar till och med årsklassen 54—55 år. För öfriga årsklasser åter är antalet beroende af den tidrymd, under hvilken tjänstemännen åtnjutit pensionsrätt. Existerar ännu ingen sådan, eller har den nyss beviljats, finnas tydligen inga delägare äldre än 55 år; har rätten beviljats för ett år sedan, finnas enligt lifslängdstabellen $\frac{540 + 531}{2}$ delägare i åldern 55—56 år, så att om pensionsrätten varit medgifven i 42 år, samtliga åldersklasser intill åldern 96—97 år äro representerade. Inom högre åldersklasser skulle delägarnes antal utgöra mindre än $^1/_2$ enhet, och jag låter därför högsta förekommande åldern vara 97 år. Jag antager nu vidare, att giftermålsfrekvensen bland samtliga tjänstemännen samt mortaliteten bland de gifta tjänstemännen representeras af de tal, som enligt Statistiska Centralbyråns beräkning gällde för Sveriges manliga befolkning under decenniet 1881—1890. Det är då lätt att beräkna, huru många nyblifna enkor årligen komma på hvarje årsklass bland tjänstemännen. För att i någon mån förkorta de numeriska kalkylerna har jag emellertid icke utfört nämda beräkning för hvarje sådan klass, utan jag har förenat årsklasserna i femårsklasser och sedan verk-

ställt vederbörliga räkningar. Äktenskapskoefficienten för femårsklasserna intill 80 år har jag hämtat direkt ur Befolkningsstatistiken,[1]) och för de högre åldersklasserna har jag beräknat dem med ledning af primärtabellen.[2]) Till mortalitetskoefficient för femårsklassen $5x/5x + 5$ år har jag valt aritmetiska mediet mellan befolkningsstatistikens koefficienter[3]) för gifta män i åldrarna $5x + 2$ år och $5x + 3$ år. Jag har sedan för hvarje femårsklass multiplicerat antalet tjänstemän med äktenskaps- och mortalitetskoefficienterna. Resultaten af de nu angifna beräkningarna innehållas i nedanstående tabell.

Tab. 1.

Åldersklass: år	Antalet delägare i denna åldersklass	Relativa antalet gifta delägare inom åldersklassen	Mortalitetskoefficienten för åldersklassen	Antalet nyblifna enkor till delägare inom åldersklassen
25—30	3,531	0·3915	0·00451	6
30—35	3,414	0·6447	0·00533	12
35—40	3,293	0·7648	0·00658	17
40—45	3,155	0·8152	0·00828	21
45—50	2,993	0·8354	0·01041	26
50—55	2,805	0·8315	0·01337	31
55—60	2,578	0·8163	0·01854	39
60—65	2,288	0·7790	0·02593	46
65—70	1,931	0·7166	0·03907	54
70—75	1,485	0·6238	0·06006	56
75—80	974	0·5096	0·09599	48
80—85	492	0.3861	0·15438	29
85—90	165	0·2858	0·22576	11
90—95	32	0·1844	0·35543	2
95—97	3	0·0612	0·45000	0

Antager man nu först, att inga pensionerade tjänstemän finnas, framgår det af tabellen, att antalet delägare i enkekassan är 19,191 och antalet årligen nytillkommande enkor 113, hvadan

[1]) *Befolkningsstatistik. Ny följd.* **XXXII**: 3, sid. XXV.
[2]) *Befolkningsstatistik. Ny följd.* **XXXII**: 3, tab. 7, sid. 79.
[3]) *Befolkningsstatistik. Ny följd.* **XXXII**: 3, sid. 171.

talet α är $= \frac{113}{19,191} = 0{\cdot}0059$. Antager man åter, att fem årsklasser af pensionerade tjenstemän finnas, blir i stället $\alpha = \frac{152}{21,769} = 0{\cdot}0070$. På samma sätt kan man beräkna α under antagande, att 10, 15, o. s. v. årsklasser af pensionerade tjänstemän finnas. Men tabellen kan äfven användas till att beräkna värdet af α för den händelse, att inträdesåldern är högre än 25 år. Är den t. ex. 30 år, och låter man alltjämt pensionsrätt (med skyldighet att omedelbart afgå) inträda efter 30 tjänsteår, finner man, att om inga pensionerade tjänstemän ännu finnas, α är $= \frac{146}{18,238} = 0{\cdot}0080$, och man kan på samma sätt som förut beräkna värdet af α under olika antaganden beträffande antalet befintliga pensionerade årsklasser. Utför man dessa beräkningar, och verkställer man dylika äfven för inträdesåldrarna 35 år och 40 år samt multiplicerar värdena af α med 1,000, erhåller man följande tabell, hvilken således angifver, huru många nyblifna enkor under olika förutsättningar årligen komma på 1,000 delägare.

Tab. 2.

Tjänstemännens inträdesålder: år	Antalet år, under hvilka pensionsrätt varit beviljad åt tjänstemännen									
	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
25	5·9	7·0	8·2	9·7	11·2	12·5	13.3	13·6	13·7	13·7
30	8·0	9·4	11·0	12·6	14·0	14·9	15·3	15·3	15·3	15·3
35	10·5	12·3	14·1	15·7	16·7	17·1	17·1	17·1	17·1	17·1
40	13·8	15·8	17·6	18·7	19·1	19·2	19·2	19·2	19·2	19·2

Af tabellen framgår, att värdet af α ingalunda behöfver vara ungefär lika stort inom alla enkekassor, och att det äfven inom samma kassa kan under olika år vara mycket olika. Detta värde är större, ju flere årsklasser af pensionerade tjänstemän

finnas, och ju högre åldern vid inträde i tjänst är. Att så skulle vara förhållandet, är också mycket naturligt, eftersom båda de angifna omständigheterna medverka att höja delägarnes medelålder, samt en högre medelålder medför dels ett relativt större antal gifta män, dels en starkare dödlighet bland de gifta männen. Men tabellen tjänar icke blott att konstatera sakförhållandet, den visar äfven, att α inom en och samma enkekassa kan variera med mer än 100 %, och att den inom olika enkekassor kan differera ännu mera.

Jag har ännu ej tagit i betraktande verkan af förändringar i tjänstemännens mortalitetsförhållanden och tjänstebefattningarnas antal. Denna verkan är emellertid i regeln af underordnad betydelse. En minskad dödlighet medför visserligen ett relativt mindre antal dödsfall inom en och samma årsklass af gifta delägare, men å andra sidan ökas då också relativt antalet tjänstemän i de äldre årsklasserna, där dödligheten är större, så att en partiell kompensation af mortalitetsförhållandenas inverkan på antalet nytillkommande enkor uppstår. En tillväxt i tjänstebefattningarnas antal gifver visserligen under en följd af år en relativ öfvervikt åt de lägre åldersklasserna och minskar således relativa antalet årligen nytillkommande enkor, men då tillväxten vanligen är obetydlig, eller åtminstrne icke kan i större skala fortgå under en längre följd af år, så blir inverkan af densamma jämförelsevis ringa. Väljer man t. ex. den fingerade tjänstemannakår, där inträdesåldern är 25 år, pensionsåldern 55 år och antalet årligen inträdande tjänstemän 718, så skulle denna kår enligt det föregående räkna 19,191 i tjänst varande medlemmar. Skulle nu här antalet tjänstebefattningar på en gång ökas med 5 %, d. v. s. 960 platser, blefve, om bland de pensionerade tjänstemännen alla åldersklasser vore representerade, under första året

$$\alpha = \frac{398 + 1}{29{,}139 + \frac{1}{2}(960 + 954)} = 0{\cdot}0133$$

under det att värdet af α under normala förhållanden skulle varit 0·0137. Man kan således säga, att värdet af α är väsent-

ligen beroende dels af antalet årsklasser bland de pensionerade tjänstemännen, dels af inträdesåldern; blott om flertalet åldersklasser bland pensionärerna redan förefinnes, kan α betraktas såsom konstant, och för bestämmande af dess värde måste då uppgifter från en kår med samma inträdesålder väljas. Eljes kan värdet af α blifva alldeles oriktigt bestämdt, och då α ingår såsom faktor i alla termer af den oändliga serie, som representerar enkepensioneringskostnaden, så är det klart, att ett fel af t. ex. 50 % i värdet af α, åstadkommer ett fel af 50 % i kapitalvärdet, förutsatt att icke andra omständigheter inverka i motsatt riktning.

Jag öfvergår nu till frågan, i hvad mån mortalitetsprocenten bland enkorna kan betraktas såsom konstant och ungefär lika inom alla enkekassor. Äfven här bortser jag till en början från ändringar i mortalitetsordningen, vare sig för delägarne eller deras enkor, samt från det fall, då nya tjänstebefattningar inrättas. Jag antager först, att den kår, om hvilken fråga är, haft pensionsrätt så länge, att bland de pensionerade tjänstemännen alla åldersklasser äro representerade. Jag antager vidare, att man dels känner medelåldersskillnaden emellan de gifta tjänstemännen och deras hustrur, dels med ledning af sista kol. i tab. 1 beräknat de aflidna gifta tjänstemännens medelålder, samt att man på detta sätt funnit de nyinträdande pensionerade enkornas medelålder vara t år. Betecknar man nu med E antalet årligen nytillkommande enkor, hvilket antal i det nu behandlade fallet kan antagas vara konstant, och med e_x antalet kvarlefvande vid x års ålder i den för enkorna gällande öfverlefvelsetabellen, finnas alltså vid midten af första kalenderåret af enkekassans tillvaro E enkor. Af dessa aflida under loppet af ett år $E\frac{e_t - e_{t+1}}{e_t}$, hvadan mortalitetsprocenten under detta år är $\frac{e_t - e_{t+1}}{e_t}$. Vid midten af andra kalenderåret finnas alltså kvar $E\frac{e_{t+1}}{e_t}$ $(t + 1)$-åriga enkor, och tillkomma E t-åriga nya sådana, så att hela antalet af dem är $E + E\frac{e_{t+1}}{e_t}$. Af dessa dö under loppet af

ett år

$$E\frac{e_t - e_{t+1}}{e_t} + E\frac{e_{t+1} - e_{t+2}}{e_t} = E\frac{e_t - e_{t+2}}{e_t},$$

hvadan mortalitetsprocenten under detta år är

$$\frac{e_t - e_{t+2}}{e_t + e_{t+1}}.$$

På samma sätt blir under följande år mortalitetsprocenten

$$\frac{e_t - e_{t+3}}{e_t + e_{t+1} + e_{t+2}},$$

o. s. v., så att om ω är den högsta förekommande åldern i öfverlefvelsetabellen, mortalitetsprocenten efter $\omega - t$ år, räknadt från första kalenderårets midt, blir

$$\frac{e_t}{e_t + e_{t+1} + e_{t+2} + \ldots + e_\omega},$$

samt under de gjorda förutsättningarna bibehåller detta värde allt framgent. Nu är det lätt att inse, att mortalitetsprocenten oafbrutet tilltager. Man vet nämligen, att om $a_1, a_2, a_3, \ldots$ och $b_1, b_2, b_3, \ldots$ äro två serier positiva storheter, och om

$$\frac{a_1}{b_1} < \frac{a_2}{b_2} < \frac{a_3}{b_3} < \ldots,$$

så är

$$\frac{a_1}{b_1} < \frac{a_1 + a_2}{b_1 + b_2} < \frac{a_1 + a_2 + a_3}{b_1 + b_2 + b_3} < \ldots.$$

Men nu har man, enär dödligheten tilltager med åldern,

$$\frac{e_t - e_{t+1}}{e_t} < \frac{e_{t+1} - e_{t+2}}{e_{t+1}} < \frac{e_{t+2} - e_{t+3}}{e_{t+2}} < \ldots.,$$

där alla täljare och nämnare äro positiva tal, alltså blir

$$\frac{e_t - e_{t+1}}{e_t} < \frac{e_t - e_{t+2}}{e_t + e_{t+1}} < \frac{e_t - e_{t+3}}{e_t + e_{t+1} + e_{t+2}} < \ldots$$

Skulle tjänstemännen icke hafva ägt pensionsrätt så länge, att alla åldersklasser äro representerade bland de pensionerade delägarne, äro storheterna E och t icke konstanta, utan ökas från år till år, till dess de nå sitt maximum, hvilket inträffar samtidigt med maximum för antalet pensionerade tjänstemän. Under hela denna tid ökas mortaliteten bland enkorna, och ök-

ningen fortfar äfven sedermera, till dess mortaliteten nått det i föregående fall angifna maximivärdet.

För att få en föreställning äfven om den variation, som kvantiteten μ enligt det föregående kan vara underkastad, återgår jag till tab. 1 och väljer först det fall, då inträdesåldern för tjänstemännen är 25 år samt alla åldersklasser äro representerade bland de pensionerade tjänstemännen. Af tab. 1 finner man, att om tjänstemännen i åldersklassen $5x/5x + 5$ år antagas vara i genomsnitt $5x + 2\frac{1}{2}$ år, medelåldern för de aflidna gifta männen är 63 år. Antager man nu, att hustrurna äro i medeltal 3 år yngre än männen, kan man sätta de nyblifna enkornas medelålder till 60 år. Låter man slutligen för enkorna gälla den öfverlefvelsetabell, som Statistiska Centralbyrån beräknat för Sveriges hela kvinnliga befolkning under decenniet 1881—1890,[1]) finner man, att mortaliteten bland enkorna under första året af kassans tillvaro skulle uppgå till 0·01913, och slutligen blifva $\frac{53,750}{900,285} =$ 0·05970. Hafva åter tjänstemännen nyss fått pensionsrätt, finner man på samma sätt, att under första året enkornas medelålder är 41 år och mortaliteten bland dem alltså blott 0·00815; maximum för mortaliteten blir äfven i detta fall 0·05970. Utför man liknande beräkningar äfven för inträdesåldrarna 30, 35 och 40 år samt sammanställer de funna resultaten, erhåller man följande tabell.

Tab. 8.

Tjänstemännens inträdesålder: år	De nyblifna enkornas medelålder, om enkekassan nyss bildats och inga årsklasser af pensionerade tjänstemän finnas	De nyblifna enkornas medelålder, om enkekassan nyss bildats och alla årsklasser af pensionerade tjänstemän finnas	De pensionerade enkornas mortalitetsprocent, om enkekassan nyss bildats och inga årsklasser af pensionerade tjänstemän finnas	De pensionerade enkornas mortalitetsprocent, om enkekassan nyss bildats och alla årsklasser af pensionerade tjänstemän finnas	Maximum för de pensionerade enkornas mortalitetsprocent
25	41	60	0·00815	0·01913	0·05970
30	45	60	0·00860	0·01913	0·05970
35	50	61	0·00990	0.02080	0·06228
40	55	63	0·01364	0·02464	0·06799

[1]) *Befolkningsstatistik. Ny följd.* XXXII: 3, sid. 171, 172.

Jag har hittills bortsett från verkan af ändringar i mortaliteten bland delägare och enkor samt ökning af tjänstebefattningarnas antal. Hvad angår sistnämda ökning äfvensom ändringar i delägarnes mortalitetsordning, så kan man på samma sätt som i fråga om α visa, att inverkan däraf är jämförelsevis obetydlig. Däremot kan tydligen en minskning af dödligheten bland enkorna komma att utöfva ett afsevärdt inflytande på storleken af μ och därmed äfven på värdet af kassans förpliktelser, men detta är en omständighet, som måste tagas i beräkning vid *alla* metoder för utredning af enkekassor, och har således ingen speciell betydelse för nu ifrågavarande metod. Tvärtom skulle man kunna säga, att minskningen af enkornas mortalitet i någon mån motväger ökningen i värdet af μ, och således bidrager att göra metoden mindre otillförlitlig.

Det nu anförda gifver vid handen, att värdet af μ är väsentligen beroende dels af antalet årsklasser bland de pensionerade tjänstemännen, dels af antalet år, under hvilka enkekassan ägt bestånd, dels slutligen i någon mån af tjänstemännens inträdesålder; härjämte må erinras, att medelåldersskillnaden mellan de gifta tjänstemännen och deras hustrur äfven influerar på värdet af μ. Bestämmer man alltså μ utan att taga hänsyn till de nämda omständigheterna, kan man lätt erhålla ett alldeles felaktigt värde.

I det föregående har blifvit uppvisadt, att ungefär samma omständigheter inverka både på α och μ, så att då värdet af α är lågt, är vanligen värdet af μ äfven lågt och tvärtom. Då nu å andra sidan värdet af enkekassans förpliktelser ökas på samma gång som α, men minskas, i den mån μ tillväxer, skulle man kunna tänka sig, att en kompensation ägde rum, så att den här behandlade metoden ändock gåfve ett tillnärmelsevis riktigt resultat. Att så emellertid icke är fallet, finner man lätt genom en blick på uttrycket för värdet af förpliktelserna. Detta uttryck är nämligen af formen

$$K \cdot \frac{\alpha}{p + \mu},$$

där K utmärker en storhet, som är oberoende af både α och μ. Men bråket $\frac{\alpha}{p + \mu}$ är icke tillnärmelsevis konstant för de sammanhörande värden af α och μ, som i det föregående blifvit beräknade. Låta vi räntefoten vara 4 %, och bestämma vi värdet af $\frac{\alpha}{p + \mu}$ för de i tab. 3 angifna värdena af μ och för de värden af α, som enligt tab. 2 svara däremot, erhålla vi följande tabell.

Tab. 4.

Tjänstemännens inträdesålder: år	Värdet af $\frac{\alpha}{p + \mu}$, om enkekassan nyss bildats och inga årsklasser af pensionerade tjänstemän finnas	Värdet af $\frac{\alpha}{p + \mu}$, om enkekassan nyss bildats och alla årsklasser af pensionerade tjänstemän finnas	Värdet af $\frac{\alpha}{p + \mu}$, om alla årsklasser både af pensionerade tjänstemän och pensionerade enkor finnas
25	0·1225	0·2317	0·1374
30	0·1646	0·2588	0·1535
35	0·2104	0·2813	0·1672
40	0·2573	0·2970	0·1778

Vi se således, att det ifrågavarande bråket i olika fall antager helt olika värden.

Jag har hittills sysselsatt mig uteslutande med de omständigheter, som i främsta rummet kunna göra den behandlade metoden otillförlitlig. Men det behöfves icke mycken skarpsinnighet för att upptäcka äfven andra brister hos densamma. Så t. ex. bortser metoden helt och hållet från den inverkan, som delägarnes utträde i förtid och enkornas omgiften kunna utöfva på värdet af kassans förpliktelser. En ännu större olägenhet, som vidlåder densamma, är, att det procenttal, hvarmed kostnaden för enkepensioneringen bör höjas, på det att kapitalvärdet må omfatta äfven kostnaden för barnpensioneringen, är mycket svårt att med nöjaktig noggrannhet bestämma, äfven om man känner, huru förhållandet mellan beloppet utbetalta enkepensioner

och beloppet utbetalta barnpensioner gestaltat sig under en följd af år inom en kassa med alldeles samma bestämmelser som den tillämnade. Förhållandet mellan dessa belopp är nämligen icke ens inom samma enkekassa detsamma från år till år, utan det aftager, i den mån enkornas medelålder ökas och relativa antalet minderåriga barn alltså minskas.

Af den verkställda undersökningen skulle det lätt nog kunna förefalla, som om den nu behandlade metoden blott ägde ett historiskt intresse; ett uppvisande af dess brister skulle alltså för den moderna pensionskasseteorien vara af värde blott så tillvida, att uppmärksamheten därigenom fästes på nödvändigheten af att alltid taga vederbörlig hänsyn till de karakteristiska egenskaperna hos de grupper af personer, hvilka inverka på värdet af en enkekassas förpliktelser. Onekligt är också, att metoden icke i någon mån kan uthärda en jämförelse med de förfaringssätt, hvilka i våra dagar användas vid utredning af en enkekassas ställning. Men på samma gång håller jag före, att metoden ännu kan vara förtjänt af uppmärksamhet ur en annan synpunkt. Genom densamma sättes man nämligen i stånd att beräkna de successiva antalen pensionärer i en enkekassa, och äfven om dessa antal icke erhållas med så stor noggrannhet, att en värdering af kassans förbindelser därpå kan grundas, så kunna de dock hafva sin betydelse för en framtida kontroll öfver giltigheten af de förutsättningar, på hvilka den rent försäkringstekniska utredningen grundats. Jämför man nämligen med hvarandra de beräknade och de verkliga antalen enkor för en följd af år, bör man därigenom kunna få en föreställning om, huruvida de gjorda förutsättningarna i afseende på tjänstemännens mortalitets- och giftermålsförhållanden samt enkornas mortalitet varit tillnärmelsevis riktiga, och på grund häraf afgöra, i hvad mån själfva slutresultatet af utredningen förtjänar förtroende.

Naturligtvis är det icke rådligt att använda metoden i dess ursprungliga form, utan den måste vederbörligen modifieras med ledning af den ofvan verkställda undersökningen. För detta ändamål anordnar man först en tabell i öfverensstämmelse med

tab. 1; dock bör, om möjligt, vid uträkningen af talen i andra kolumnen hänsyn äfven tagas till sannolikheten att afgå i förtid. Därefter söker man för enkorna konstruera en afgångstabell, i hvilken hänsyn är tagen både till mortaliteten och sannolikheten att utträda ur kassan på grund af nytt gifte. Har tjenstemännens pensionsrätt varat så länge, att alla årsklasser äro representerade bland de pensionerade tjänstemännen, är tillvägagåendet sedan ytterst lätt. Man beräknar nämligen ur den första tabellen dels antalet årligen nytillkommande enkor, dels männens medelålder vid dödsfallet, samt drager från det sista talet medelåldersskillnaden mellan de gifta delägarne och deras hustrur. Har man på detta sätt funnit, att de nyblifna enkornas antal är E och deras medelålder t år, samt angifver afgångstabellen, att vid x års ålder finnas kvar e_x enkor, blifva de successiva antalen enkor

$$E\,,$$

$$E\frac{e_t + e_{t+1}}{e_t}\,,$$

$$E\frac{e_t + e_{t+1} + e_{t+2}}{e_t}\,,$$

. . . .

Lagen för dessa tal är tydlig; de tillväxa i $\omega - t$ år, där ω utmärker den högsta förekommande åldern i enketabellen, samt antaga från och med $(\omega - t)$:te året det konstanta värdet[1])

$$E\frac{e_t + e_{t+1} + \ldots + e_\omega}{e_t}\,.$$

Har däremot tjänstemännens pensionsrätt ännu icke varat så länge, som ofvan förutsattes, blir tillvägagåendet något mera inveckladt, enär E och t nu icke längre äro desamma från år till år. Man kan då förfara så, att man med ledning af den första tabellen samt med användande af medelåldersskillnaden mellan de gifta tjänstemännen och deras hustrur beräknar för

---

[1]) Den olägenhet vid den ursprungliga metoden, som å sid. 809—810 påpekats, nämligen att enkornas antal först för $n = \infty$ uppnår sitt gränsvärde, är således icke beroende på sakliga förhållanden, utan på det mindre riktiga antagandet, att μ kan betraktas såsom konstant.

hvart femte år värdena af E och t samt bestämmer värdena för de mellanliggande åren genom interpolation. Har man på detta sätt funnit, att antalet nytillkommande enkor bör blifva i ordning $E_1, E_2, E_3, \ldots$, och enkornas medelålder vid pensioneringen vara $t_1, t_2, t_3, \ldots$ år, så blifva de succesiva antalen enkor

$$E_1\,,$$

$$E_1 \frac{e_{t_1+1}}{e_{t_1}} + E_2\,,$$

$$E_1 \frac{e_{t_1+2}}{e_{t_1}} + E_2 \frac{e_{t_2+1}}{e_{t_2}} + E_3\,,$$

. . . .

Talen ökas här ända till dess alla årsklasser äro representerade både bland de pensionerede tjänstemännen och de pensionerade enkorna. Tillväxer antalet tjänstebefattningar, så kan inverkan däraf uppmärksammas genom lämpliga korrektioner af storheterna E och t.

I det föregående har jag öfverallt förfarit så, som om medelåldern vid tjänsters till- och frånträdande likasom vid dödsfall och pensionering utgjort den verkliga lefnadsåldern för alla ifrågavarande personer, samt såsom om inga störande orsaker (utom möjligen tillökning i antalet tjänstebefattningar eller dödlighetens aftagande) inverka på proportionen mellan de olika årsklasserna bland tjänstemännen och deras hustrur. Men i verkligheten gestaltar sig saken naturligtvis icke alldeles så. Åldern vid tjänsters till- och frånträdande samt vid dödsfall och pensionering varierar emellan ganska vidsträckta gränser, och härigenom förryckes i viss mån den åldersfördelning, som i det föregående blifvit lagd till grund för beräkningen. Samma störande inflytande hafva äfven andra omständigheter, t. ex. en variation i medelinträdesåldern eller i antalet årligen ledigblifna tjänster. Häraf följer, att de resultat, till hvilka den allmänna undersökningen ledt, aldrig kunna vara *fullt* exakta. I hvilka fall afvikelserna äro så stora, att de böra föranleda till särskilda åtgärder, lär icke kunna *a priori* afgöras, utan denna fråga bör vid hvarje särskild undersökning tagas i öfvervägande.

Till slut vill jag anmärka, att ehuru den nu behandlade metoden närmast betraktats med hänsyn till dess användning för tillämnade eller nyss bildade enkekassor, den dock kan begagnas — och i verkligheten blifvit begagnad — äfven för sådana kassor, som redan varit i verksamhet. Man har härvid blott att ytterligare taga hänsyn till antalet redan pensionerade enkor och deras medelålder. Är det förra E' och den senare τ, så har man att till de successiva antalen enkor lägga respektive

$$E' \frac{e_{\tau + 1/2}}{e_\tau}, \quad E' \frac{e_{\tau + 3/2}}{e_\tau}, \quad E' \frac{e_{\tau + 5/2}}{e_\tau}, \ldots$$

Tilläggstermen blir tydligen från år till år allt mindre och försvinner, då täljarens index blir större än ω.

Skänker till K. Vetenskaps-Akademiens Bibliotek.

(Forts. från sid. 806.)

Kassel. *Verein für Naturkunde.*
Abhandlungen und Bericht. 40(1894/95). 8:o.
Kazan. *Kejserl. universitetet.*
Ученыя записки. Г. 62(1895): 5—9. 8:o.
— *Société physico-mathématique.*
Bulletin. T. 4: N:o 3—4; 5: 1—2. 1894—95. 8:o.
— *Observatoire magnétique et météorologique de l'université Imp.*
Observations météorologiques. Année 1894: 9—12; 1895: 1—2. 8:o.
Kharkow. *Société des naturalistes à Université Imp.*
Travaux. T. 28(1893/94). 8:o.
— *Universitätssternwarte.*
Publication. H. 3. 1895. 8:o.
Kiachta. *Troizkossawsk-Kjachtaer Section der Amurländischen Abtheil. der K. Russ.-geographischen Gesellschaft.*
Protokol. 1894: N:o 2—3; 1895: 2. 8:o.
Kiew. *Observatoire météorologique de l'université.*
Observations. 1893: 10—12; 1894: 1—12; 1895: 1—3. 8:o.
Bulletin. N:o 1—11. 1895. 8:o.
Travaux du réseau météorologique du bassin du Dniéper. T. 2: N:o 1—4. 1894—95. 4:o.
Kjöbenhavn. *Kgl. danske Videnskabernes Selskab.*
Skrifter. (6) Hist. og filos. Afd. T. 4: N:o 2. 1895. 4:o.
» » Naturvid.-math. Afd. T. 8: N:o 1. 4:o.
Oversigt over Forhandlinger. 1895: N:o 2. 8:o
LANGE, J., Descriptio iconibus illustrata plantarum novarum vel minus cognitarum, præcipue e flora Hispanica. Fasc. 1—3. 1864—66. Fol.
Krakau. *Académie des sciences.*
Materyały do klimatografii Galicyi. Rok 1894. 8:o.
Bulletin international. 1895: 8. 8:o.
Kristiania. *Norwegisches meteorologisches Institut.*
Jahrbuch. 1892. 4:o.
— *Videnskabs-Selskabet.*
Forhandlinger. Aar 1894: N:o 1—11 & Oversigt over Möder. 8:o.
Skrifter. 1894: 1: Math.-naturv. Kl. N:o 1—6. 8:o.
» » 2: Hist.-filos. Kl. N:o 1—5. 8:o.
La Plata. *Museo.*
Revista. T. 6: P. 2. 1895. 8:o.
Lausanne. *Société Vaudoise des sciences naturelles.*
Bulletin. (3) Vol. 31: N:o 118. 1895. 8:o.
Leipzig. *Astronomische Gesellschaft.*
Vierteljahrsschrift. Jahrg. 30(1895): H. 3. 8:o.
— *K. Gesellschaft der Wissenschaften.*
Abhandlungen. Mathem.-phys. Cl. Bd 22: N:o 2—5. 1895. 8:o.
» Philol.-hist. Cl. Bd 15: N:o 4. 1895. 8:o.

Lincoln. *University of Nebraska, Dep. of Botany.*
COULTER, J. M., The botanical outlook. 1895. 8:o.
Liverpool. *Biological society.*
Proceedings and transactions. Vol. 9 (1894/95). 8:o.
London. *Geologists' association.*
Proceedings. Vol. 14 (1895): P. 5. 8:o.
— *R. Astronomical society.*
Monthly notices. Vol. 56 (1895/96): N:o 1. 8:o.
— *Chemical society.*
Journal. Vol. 67—68 (1895): 9—12. 8:o.
Proceedings. Session 1895/96: N:o 155—157. 8:o.
— *R. Meteorological society.*
Quarterly journal. Vol. 21 (1895): N:o 95. 8:o.
Meteorological record. Vol. 14 (1894): N:o 56. 8:o.
— *Royal society.*
Proceedings. Vol. 58 (1895): N:o 352. 8:o.
— *Royal gardens, Kew.*
Bulletin of miscellaneous information. 1895: N:o 105—107 & App. 2—3. 8:o.
London, Ontario. *Entomological society of Ontario.*
The Canadian Entomologist. Vol. 27 (1895): N:o 9—12. 8:o.
Manila. *Observatorio meteorologico.*
Observaciones verificadas. 1894: 12. 4:o.
Marseille. *Commission de météorologie du dép. des Bouches-du-Rhone.*
Bulletin annuel. Année 12 (1893). 4:o.
Mexico. *Observatorio meteorológico central.*
Boletín mensual. 1895: 7—9. 4:o.
Boletín de agricultura, minería é industrias. Año 4 (1894/95): N. 10—12. 8:o.
Milano. *R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.*
Memorie. Cl. di scienze mat. e nat. Vol. 17: Fasc. 3—4. 1894. 4:o.
» Cl. di scienze stor. e morali. Vol. 19: Fasc. 2; 20: 1. 1893—95. 4:o.
Rendiconti. (2) Vol. 26 (1893)—27 (1894). 8:o.
Atti della fondazione scientifica Cagnola. Vol. 12 (1893/94)—13 (1894/95). 8:o.
Indice generale dei lavori all anno 1888. 8:o.
— *R. Osservatorio astronomico di Brera.*
Osservazioni meteorologiche. Anno 1894. 4:o.
RAJNA, M., Sull' apparato esaminatore di livelle construito dal sig. L. Milani nel 1889. 1895. 8:o.
Modena. *R. Osservatorio.*
Pubblicazioni. N:o 6: Osservazioni meteorologiche fatte negli anni 1892—94. 4:o.
Montevideo. *Observatorio meteorológico del Colegio Pio de Villa Colón.*
Boletin mensual. Año 5 (1895): N:o 2—3. 8:o.

Montevideo. *Sociedad meteorológica Uruguaya.*
Resumen de las observaciones pluviométricas. 1895: Trim. 1—2. Fol.
Moscou. *Observatoire météorologique de l'université.*
Observations. 1892: 11—12; 1893: 1—12; 1894: 1—12; 1895: 1—3. 8:o.
Mount Hamilton. *Lick observatory.*
Contributions. N:o 4. Sacramento 1895. 8:o.
München. *K. Meteorologische Centralstation.*
Beobachtungen der meteorologischen Stationen im Königreiche Bayern. Jahrg. 17(1895): H. 1—2. 4:o.
Übersicht über die Witterungsverhältnisse im Königreiche Bayern. 1895: 2, 4, 6, 8—10. Fol.
Napoli. *Accademia delle scienze fisiche e matematiche.*
Rendiconto. (3) Vol. 1(1895): Fasc. 8—11. 8:o.
New York. *American museum of natural history.*
Memoirs. Vol. 1: P. 2. 1895. 4:o.
— *Meteorological observatory of the Dep. of public parks.*
Report. Year 1895. 4:o.
— *Observatory of Columbia college.*
Contributions. N:o 6—7. 1895. 8:o.
— *Microscopical society.*
Journal. Vol. 11(1895): N:o 4. 8:o.
Nizza. *Société de médecine et de climatologie.*
Nice-médical. Année 19(1894/95): N:o 9, 11—12. 8:o.
— *Observatoire.*
Annales. T. 4—5. Paris 1895. 4:o.
Ottawa. *Field-naturalists' Club.*
The Ottawa naturalist. Vol. 8(1894/95): N:o 10; 9(1895/96): 3, 5, 7—9. 8:o.
Palermo. *R. Accademia di scienze, lettere e belle arti.*
Pel III centenario della morte di Torquato Tasso. 1895. 4:o.
— *Circolo matematico.*
Rendiconti. T. 9(1895): Fasc. 5—6. 8:o.
Paris. *Bureau central météorologique.*
Annales. Année 1893: 1—3. 4:o.
— *Bureau international des poids et mesures.*
Travaux et mémoires. T. 11. 1895. 4:o.
Procès-verbaux des séances de 1894. 8:o.
— *Ministère des travaux publics, Divisions des mines.*
Annales des mines. (9) T. 7—8(1895): 3—9. 8:o.
— *Muséum d'histoire naturelle.*
Bulletin. 1895: N:o 6. 8:o.
— *Société d'études scientifiques.*
Feuille des jeunes naturalistes. (3) Année 26(1895): N:o 301. 8:o.
— *Société météorologique de France.*
Annuaire. Année 42(1894): 12; 43(1895): 1—3. 8:o.
— *Société de géographie.*
Bulletin. (7) T. 16(1895): Trim. 3. 8:o.
Comptes rendus des séances. 1895: N:o 13. 8:o.

Pisa. *R. Scuola normale superiore.*
Annali. Vol. 17. 1895. 8:o.
Pola. *Hydrographisches Amt der K. K. Kriegsmarine.*
Meteorologische und magnetische Beobachtungen. Jahr 1895: 7. 4:o.
Portland. *Society of natural history.*
Proceedings. Vol. 2: P. 3. 1895. 8:o.
Potsdam. *Astrophysikalisches Observatorium.*
Publicationen. Bd 7: Th. 2; 10. 1895. 4:o.
Rio de Janeiro. *Observatorio.*
Anuario. Año 16(1896). 12:o.
CRULS, L., Méthode graphique pour la détermination des heures approchées des éclipses du soleil et des occultations. 1894. 8:o.
— Determinação das posições geographicas de Rodeiro, Entre-Rios, Juiz de Fóra, João Gomes e Barbacena. 1894. Fol.
— Le climat de Rio de Janeiro. 1892. Fol.
Riposto. *Osservatorio meteorologico.*
Bollettino mensile. Anno 21(1895): Fasc. 4—5, 9—10. 4:o.
Roma. *R. Accademia dei Lincei.*
Memorie. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 3: P. 2(1895): 8—9. 4:o.
Rendiconti. Cl. di scienze morali . . . (5) Vol. 4(1895): Fasc. 7—10. 8:o.
» Cl. di scienze fisiche . . . (5) Vol. 4(1895): Sem. 2: Fasc. 7—11. 4:o.
Rousdon. *Observatory.*
Meteorological observations. Vol. 11(1894). London. 4:o.
San Francisco. *California state mining bureau.*
Bulletin. N:o 2—3. 1894. 8:o.
St. Petersburg. *Académie Imp. des sciences.*
Bulletin. (5) T. 2(1895): N:o 5; 3(1895): 1. 4:o.
— *K. Mineralogische Gesellschaft.*
Materialien zur Geologie Russlands. Bd 17. 1895. 8:o.
— *Institut Imp. de médecine expérimentale.*
Archives. T. 4: N:o 1—2. 1895. 4:o.
— *Société astronomique Russe.*
Извѣстія. B. 4. 1895. 8:o.
Éphémérides des étoiles (W. DÖLLEN) pour 1896. 8:o.
— *Physikalisches Centralobservatorium.*
Ežemesjačnyj meteorologičeskij bjulleten dlja Evropejskoj Rossii. G. 3(1895): 4—11. 4:o.
— *Société Imp. Russe de géographie,*
Bulletin. T. 31(1885): 2—4. 8:o.
Zapiski po obszei geografii T. 26, 29: N:o 4. 1895. 8:o.
San Fernando. *Instituto y observatorio de marina.*
Almanaque náutico para 1897. Madrid 1895. 8:o.
San José. *Instituto fisico-geografico nacional de Costa Rica.*
Anales. T. 5(1892). 4:o.
San Salvador. *Observatorio astronómico y meteorológico.*
Anales. 1895. 4:o.
Simla. *Meteorological reporter to the Government of India.*
Indian daily weather report. 1895. Fol.

Strassburg. *K. Universitäts- u. Landesbibliothek.*
Festschrift zur Einweihung des neuen Bibliotheksgebäudes von S. HAUSMANN. 1895. 8:o.
Katalog. Elsass-lothringische Handschriften und Handzeichnungen bearb. von K. A. BARACK. 1895. 8:o.
— *Centralstelle des meteorologischen Landesdienstes in Elsass-Lothringen.*
Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen i. Jahre 1893. 4:o.
Stuttgart. *Meteorologische Centralstation.*
Meteorologische Beobachtungen in Württemberg. Jahrg. 1894. 4:o.
Sydney. *Australian museum.*
Records. Vol. 2: N:o 6. 1895. 8:o.
— *Geological survey of New South Wales.*
Records. Vol. 4: P. 4. 1895. 4:o.
Memoirs. Palæontology. N:o 9. 1895. 4:o.
Tacubaya. *Observatorio astronómico nacional.*
Boletín. T. 1: N:o 21—22. 1895. 4:o.
Torino. *Società meteorologica Italiana.*
Bollettino mensuale. (2) Vol. 15 (1895): N:o 1—11. 8:o.
Relazione del presidente provvisorio, 1895 28/4. 8:o.
Vilafranca del Panadés. *Observatorio.*
Observaciones meteorológicas. Año 1893. 8:o.
Washington. *U. S. Dep. of agriculture, Div. of Ornithology and mammalogy.*
Bulletin. N:o 6. 1895. 8:o.
— *Weather Bureau.*
Monthly weather review. Year 1894: 12 & Summary; 1895: 1—7. 4:o.
Climate and health. Vol. 1 (1895): N:o 1—4. 4:o.
— *Smithsonian institution.*
Contributions to knowledge. Vol. 29: N:o 980. 1895. 4:o.
Miscellaneous collections. Vol. 38: N:o 971—972. 1895, 94. 8:o.
An account of the Smithsonian institution, its origin, history, objects and achievements. 1895. 8:o.
— *Coast and geodetic survey.*
Bulletin. N:o 31—33. 1894—95. 8:o.
— *U. S. Geological survey.*
Geologic atlas of the United States. Fol. 1—6, 8—12. 1894. Fol.
Wien. *K. K. Hydrographisches Central-Bureau.*
Jahrbuch. Jahrg. 1 (1893). 4:o.
— *K. K. Gradmessungs-Commission.*
Astronomische Arbeiten. Bestimmung der Polhöhe und des Azimuthes auf den Stationen: Spieglitzer Schneeberg, Hoher Schneeberg und Wětrnik. Ausgeführt von J. HERR. 1895. 4:o.
— *K. K. Zoologisch-botanische Gesellschaft.*
Verhandlungen. Bd 45 (1895): H. 8—9. 8:o.
— *K. K. Geologische Reichsanstalt.*
Verhandlungen. 1895: N:o 8—13. 8:o.
Würzburg. *Physikalisch-medicinische Gesellschaft.*
Verhandlungen. N. F. Bd 29: N:o 2—5. 1895. 8:o.

Af utgifvarne:

Annaes de sciencias naturaes publ. por A. NOBRE. Anno 2 (1895): N:o 4. 8:o.

Bibliotheca mathematica, hrsg. v. G. ENESTRÖM. 1895: N:o 4. 8:o.

Botaniska notiser, utg. af O. NORDSTEDT. Separater ur årg. 1895. 8:o.

Svenska jägareförbundets nya tidskrift utg. af A. WAHLGREN. Årg. 33 (1895): 4. 8:o.

Af författarne:

HENNING, E., Agrikulturbotaniska anteckningar från en resa i Tyskland och Danmark år 1894. Malmö 1895. 8:o.

KROK, TH. O. B. N., Svensk botanisk literatur 1894. 8:o.

LINDSTRÖM, G., Sven Lovén, nekrolog. 1895. 8:o.

MALM, A. H., Berättelse öfver Göteborgs och Bohus läns hafsfisken under 1894—95. 8:o.

OLSSON, P., Väderleken i Östersund 1894. 8:o.

WALLENGREN, H., Studier öfver ciliata infusorier. Lund 1895. 4:o.

BARBOZA DU BOCAGE, J. V., Subsidios para a fauna da ilha de Fernão do Pó. Lisboa 1895. 8:o.

— 2 småskrifter. 8:o.

CAÑETE DEL PINAR, Conde DE, Observaciones de precisión con el sextante. Madrid 1895. 8:o.

FICK, A., Arbeitsleistung des Muskels durch seine Verdickung. Würzb. 1895. 8:o.

— Ein neuer Universalcommutator. Würzb. 1895. 8:o.

FOSLIE, M., The Norwegian forms of Lithothamnion. Trondhjem 1895. 8:o.

— New or critical Lithothamnia. Trondhjem 1895. 8:o.

KAMMERMANN, A., Sur quelques particularités de l'hiver 1894—95. Genève 1895. 8:o.

PLASSMANN, J., Beobachtungen veränderlicher Sterne. Th. 4. Warendorf 1895. 8:o.

RUSSELL, H. C., Recent measures of double stars made at Sydney. Kiel 1894. 4:o.

— A chart of circumpolar stars. Sydney 1894. 8:o.

STEENSTRUP, J., Det store Sölvfund ved Gundestrup i Jylland i 1891. Khvn 1893. 8:o.

Stockholm 1896. Kungl. Boktryckeriet.

